

OPTICE:

SIVE DE

Reflexionibus, Refractionibus, Inflexionibus & Coloribus

LUCIS

LIBRI TRES.

Authore ISAACO NEWTON, Equite Aurato.

Latine reddidit *Samuel Clarke*, A. M. Reverendo admodum Patri ac D^{no} JOANNI MOORE Episcopo NORVICENSI a Sacris Domesticis.

Accedunt Tractatus duo ejusdem AUTHORIS de Speciebus & Magnitudine Figurarum Curvilinearum, Latine scripti.

LONDINI:
Impensis SAM. SMITH & BENJ. WALFORD, Regiæ Societatis Typograph. ad Insignia Principis in Cœmeterio D. Pauli.
MDCCVI.





Præfatio Interpretis.

IN rerum Naturæ investigatione, non fictis Hypothesibus, non levibus Conjecturis, sed vel calculo Mathematico, vel claris certisq; Experimentis, omnino innitendum esse ei, qui maximis erroribus implicari & in summa rerum naturalium ignoratione versari nolit ; convenit jam fere inter eruditos omnes, peritioresq; Philosophos.

Atq; hac demum Naturam speculandi ratione, quam longe, non ultra opinionem modo, sed ultra hominum etiam doctissimorum spem, proferri possint Scientiæ fines ; edocuit Illustrissimus Author noster, Vir & fide & moribus antiquis, & summa modestia, atq; in utroq; philosophandi genere, tum calculis Mathematicis ponendis, tum Experimentis capiendis, longe omnium quicunq; fuerint & perspicacitate ingenii & judicii firmitate princeps.

Superioris generis immensum exemplum est Liber ille nunquam satis laudandus, qui inscribitur *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica* ; In quo Celeberrimus Author, cum ex Phænomenis Motuum investigasset Vires Naturæ, deinde ex istis Viribus demonstravit Phænomena reliqua ; Et cum ex phænomenis cælestibus, per Propositiones Mathematice demonstratas, derivasset vires Gravitatis, quibus corpora ad Solem & Planetas singulos tendunt ; deinde ex istis viribus, per Propositiones itidem Mathematicas, deduxit Motus Planetarum, Cometarum, & Lunæ. Atq; ita Astronomiam tandem tradidit, non jam amplius in conjecturis nixam, sed omnibus suis numeris perfectam plane & absolutam Scientiam.

Posterioris generis exemplum est hic Tractatus; In quo nova ac miranda Luminis phænomena aperiuntur, Refractionum inæquabilitas, Radiorum in eandem Superficiem iisdem Angulis incidentium alternæ Reflexionis ac Transmissus Vices, variæ radiorum prope corporum objectorum Extrema parvo intervallo transeuntium Inflexiones, & sui singulorum Colores connati & immutabiles, clarissimis Experimentis, sine ulla omnino hypothesi, comprobantur simul & explicantur luculentissime.

Quare nihil hic opus est ut Lectorem moneam, Luminis Proprietates, ejusq; Motuum Leges, sibi in hoc pulcherrimo Opere explicatum iri, stupendas plane ac inauditas, perq; omnia retro secula reconditas atq; abditas; easdem tamen jam dehinc ita apertas futuras, ita manifestas, ut nemo posthac, hujusmodi rerum intelligens, dubitare possit, quin intimam Lucis Colorumque naturam tam perspectam habeat, tam sibi hic ante oculos positam & penitus patefactam cernat, quam quod in rerum natura uspiam est exploratissimum.

Verum, quoniam Illustrissimo Authori visum est, librum hunc Sermone Anglico scriptum emittere,& in Præfatione sua cavere, nequis, se insciente, eum in alium sermonem converteret; Id hic certior faciendus est Lector, hanc Versionem & Authoris jussu incœptam, & eodem approbante absolutam; & quæcunq; in orationis contextu, majoris perspicuitatis gratia, aliquantulum immutata sint, paucula quidem illa, sed quæcunq; sint, ea omnia vel jussu Authoris vel ejusdem permissu esse immutata.

S. C.

Authoris Monitio ad Lectorem.

Pars aliqua hujus Tractatus de Lumine, scripta fuit Anno 1675, *rogatu Amicorum quorundam e Societate Regali; ad cujus Societatis Scribam tum missa fuit, & in Conventu ipsorum perlecta: Pars autem ejus reliqua, post Annos circiter duodecim addita est, ad Theoriam perficiendam atq; absolvendam; Exceptis Tertio Libro, & Propositione ultima Secundi, quæ postea ex Chartulis dispersis sunt collecta. Ne controversiis me de hoc Argumento implicari paterer, distuli usq; adhuc hunc Tractatum in lucem emittere; & distulissem usque, nisi me movisset tandem Amicorum Importunitas. Siquæ aliæ chartæ super hac Materia, erepserunt injussu meo; imperfectæ sunt eæ, & forsitan ante scriptæ, quam omnia Experimenta hoc in Libro memorata cepissem, mihiq; ipsi, quæ essent Refractionis Leges Colorumq; componendorum Ratio, satis comprobassem. Edidi jam [Anglice] quæ mihi de hoc Argumento visum est emittere; & nolim ea, me insciente, in alium sermonem converti.*

Coronas Colorum, quæ circum Solem & Lunam nonnunquam videntur, conatus sum quadantenus Explicare; Verum, inopia plurium Observationum, Materiam illam aliis penitius explorandam relinquo. Argumentum Tertii quoq; Libri imperfectum dimisi; quia nec omnia ceperim Experimenta, quæ, cum hæc agerem, mecum statueram capere; nec, quæ ceperam, omnia iteraverim, donec de singu-

lis

lis ipsorum Circumstantiis possem mihi ipsi facere satis. In his Chartis edendis, illud solummodo mihi institutum fuit; ut quæ Ipse Experiendo comperissem, communicarem; quæq; adhuc restant, Aliis penitius exploranda commendarem.

In Literis ad D. Leibnitzium *Anno* 1676 *datis, & a* D. Wallisio *editis, feci mentionem Methodi, qua generalia quædam invenissem Theoremata, de quadrandis Figuris Curvilineis, conferendisve eis cum Sectionibus Conicis, aliisve Figuris Simplicissimis omnium quibuscum comparari queant. Et ante hos aliquot Annos, Chartas quasdam Manuscriptas, istiusmodi Theoremata complectentes, utendas tradidi. E quibus quoniam nonnulla postea transcripta offenderam; oblata hac occasione, eas in publicum emisi; cum* Introductione *præfixa, &* Scholio *de ejus Methodi Natura subjuncto. Adjeciq; alium parvum Tractatum de Curvilineis Figuris Secundi Generis, qui itidem ante multos annos scriptus fuit, & cum Amicis quibusdam communicatus, qui mihi Authores porro fuerunt ut eum in lucem ederem.*

I. N.

Errata, Corrigenda, & Addenda.

Pag.	*Lin.*	
9.	3.	PRo, seorsum; *lege*, æquales.
	4.	*post*, proportionem; *lege*, seorsum.
12.	21.	*dele*, rotunditatis; & *lin.* 22, *pro*, partes, *lege*, defectum rotunditatis.
15.	21.	*post*, eam; *adde*, & Prisma.
16.	31.	*post*, HE; *adde*, & linea transversa F G plano fenestræ perpendicularis est.
17.	16.	*pro*, a tergo ad insistendum conspissatam; *lege*, lineis nigris distinctam.
19.	16.	*pro*, quavis proportione; *lege*, quovis angulo.
24.	16.	*lege*, denique.
25.	29.	*post*, dimensus sum; *adde*, dempta penumbra quadam, cujus latitudo quadrantem unciæ vix superabat, ut supra dictum est.
28.	11.	*lege*, rubeus exterior & intensior.
36.	3.	*lege*, paralleli.
	27.	*post*, pergebat; *adde*, ea.
47	1.	*pro*, ad majori P; *lege*, ad P majori
56.	4.	*pro*, ad 72; *lege*, ut 72.
57.	26.	*lege*, 65 vel 70.
63.	ult.	*lege*, ad lineam 2 p P.
64.	1.	*lege*, ad lineam pP.
70.	16.	*lege*, $10\frac{1}{2}$.
	penult.	*dele*, hujus Partis.
71.	28.	*pro*, saturatissimus; *lege*, extremus qui sensu percipi possit, sive a flavo maxime distans.
	30.	*pro*, nubilusq; *lege*, & obscurus.
72.	13,14.	*pro*, fusciori; *lege*, obscuriori.
	15.	*pro*, fuscum; *lege*, obscurum.
	23.	*pro*, nubiliq; *lege*, & tenebricosi.
73.	23.	*pro*, saturatissimum; *lege*, extimum sive a flavo maxime distantem.
80.	31.	*post*, aureum; *dele*, Hi; *& adde*, Aureum voco, non modo flavum auri colorem, sed maxime citrinum illum qui paulo magis ad rubeum accedit, estq; medius inter flavum & rubeum, utriusq; ex æquo particeps, & uno sui extremo ad rubescentem auri flavedinem, altero ad flavescentem rubedinem vergit; qualis est Malorum aureorum color. Hi colores aureus & flavus

81. 1. *pro*, nubilusque; *lege*, & tenebricosus.
2. *pro*, fuscior languidiorque; *lege*, languidior.
28. *pro*, nubilo; *lege*, tenebricoso.

83. *post lin.* 12. *adde*; Cæterum stellas fixas, ob immensam distantiam, instar punctorum esse, nisi quatenus earum lumen refractione dilatatur, inde constat; quod, ubi Lunam subeunt, eclipsin passuræ, lumen earum non gradatim (ut fit in Planetis,) sed totum simul evanescit, &, finita eclipsi, totum simul in conspectum redit; aut certe intra Spatium unius duorumve minutorum secundorum; refractione scilicet in Atmosphæra Lunæ, tempus luminis & evanescentis & in conspectum denuo redeuntis, aliquantulum protrahente.

14. *post*, possit; *pro*, omnino esse 250 partibus minorem diametro, quam aperturam Vitri; *lege*, latitudinem habere omnino 250 partibus minorem latitudine aperturæ Vitri objectivi.

92. *post lin. ult. adde*; Veruntamen si id omne demum, quod quis expectare aut sibi proponere queat, Arte posset effici; nihilominus certi essent limites, ultra quos Telescopia nullo modo perfici possent. Etenim Aer perpetuo tremit; uti videre est ex motu tremulo umbrarum de turribus altis projectarum, & ex stellarum fixarum scintillatione. At Stellæ istæ non scintillant, cum aspiciuntur per Telescopia, quæ latas habent aperturas. Etenim Luminis particulæ, quæ per diversas partes aperturæ transeunt, tremunt singulæ seorsum; & contrariis tremoribus incidunt uno eodemq; tempore in diversa puncta in fundo Oculi; celerioribus utiq; Motibus, & confusioribus, quam ut separatim sensu percipi possint. Quæ quidem omnia puncta, constituunt unum latum punctum lucidum, compositum utiq; ex multis illis punctis lucidis trementibus, motu celerrimo & vibrationibus brevissimis inter se confuse & insensibiliter permixtis; efficiuntq; ut stella justo latior videatur, itemq; sine ullo Totius tremore, qui quidem Sensu percipi possit. Telescopia longa efficere poterunt, ut Objecta videantur lucidiora & ampliora; at nullo modo ita comparari, ut confusioni isti, quæ ex Aeris tremoribus oritur, remedium afferre queant. Remedium unicum est Aer serenissimus, qualis fortean in summis Montium altissimorum verticibus reperiatur.

95. 5. *lege*, aqua salsa vel oleo claro.

100. 5. *post*, coloribus; *lege*, per differentias quam minimas ab uno extremo ad alterum extremum pergentibus,& serie continuata in se invicem perpetuo desinentibus: Adeo ut totidem esse viderentur colores, quot essent radiorum inter se refrangibilitate differentium genera: qui tamen omnes sub speciebus & nominibus colorum septem principalium prædictorum comprehendi possint, tanquam eorum gradus innumeri.

106. 20. *poſt*, expertus ſum; *adde*, ſatis accurate.
107. 2. *poſt*, idemque Medium rarius; *adde*, nempe Aerem tenuiſſimum.
3. *poſt*, Proportione; *adde*; Exiſtimaveram primo, quum Anguli Incidentiæ ex Aere in alia Media eſſent 90 graduum quam proxime, *Cotangentes* Angulorum Refractionis fuiſſe *in data ratione:* Poſtea autem, quum Experimentum jam memoratum cepiſſem, Theorema illud cum hoc jam expoſito commutavi.
109. 6. *poſt*, evaneſcant; *adde*, in album vel ſubalbidum converſi.
124. 30. *poſt*, luminoſiorem; *adde*, & pleniorem.
125. 23. *poſt*, minuſve; *adde*, plenus.
penult. *lege*, rum.
149. 14. *pro*, ſplendidiſſimis; *lege*, pleniſſimis.
21. *lege*; Cæruleum Cyprium autem, rubeo quidem ſaturo, ſed obſcuro tamen & tenebricoſo.
26. *lege*; Cinnabaris autem, cæruleo quidem ſaturo, ſed obſcuro tamen & tenebris offuſo.
170. 22. *pro*, *deg: lege*, *grad:*
171. 20. *poſt*, nimirum; *adde*, a ſinuum majori, hoc eſt,
172. 5. *pro*, æquiparaverit diametro amplius $\frac{2}{5}$ & prope $\frac{1}{2}$; *lege*, ejus diameter major eſſet duabus quintis partibus & minor ſemiſſe.
174. 9. *poſt*, Reflexio illa; *adde*, aut ex Vacuo, aut
176. 15. *poſt*, contractionem; *adde*, totam.
179. 9. *pro*, parviores; *lege*, minores.
13. *pro*, parviores; *lege*, exiguæ.
182. 8. *pro*, inter; *lege*, intra.
184. 3. *pro*, *deg: lege*, *grad.*
21. *poſt*, perpendiculum; *adde*, Et cum hiſce Menſuris bene convenit, ſiquidem recte applicetur, Regula per *ſeptimam Obſervationem* inventa; nempe, craſſitudinem lamellæ Aquæ, qua unus idemq; color in diverſis Oculi obliquitatibus exhibeatur, proportionalem eſſe *Secanti* Anguli cujuſdam, cujus Sinus ſit prima ex 106 Arithmeticis mediis proportionalibus inter Sinus Incidentiæ & Refractionis; incipiendo a Sinuum minori, hoc eſt, a Sinu Refractionis, quando Refractio fit ex Aere in Aquam; alioquin, a Sinu Incidentiæ.
186. 5. *poſt*, fornaceo; *adde*, fuſum.
15. *dele*, atq; deſinere.
16. *pro*, medii tenuioris; *lege*, lamellæ
ult. *poſt*, quod; *adde*, omnes ſimul.
196. 30. *lege*, ut in ejus Micrographia memoratur.
200. 19. *poſt*, albitudinem; *adde*, uniformem &
201. 2. *pro*, factus; *lege*, facta.
13. *poſt*, parte; *adde*, circulorum,
203. 26. *lege*, ſolummodo.
208. 14. *poſt*, obliquitas; *adde*, Incidentiæ.

Errata, Corrigenda, & Addenda.

212. 3. *lege*, Resina terebinthina nondum exiccata, & Aqua pluvia, simul agitatæ.

7. *post*, terebinthino; *adde*, Olivo,

15. *lege*, minora quam certæ cujusdam &

219. 10. *pro*, ætheris, *lege*, cæli sereni.

220. 21. *pro*, &; *lege*, vel.

223. 3. *post*, majora; *adde*, in latitudinem

20. *post*, particulas; *adde*, coarctati &

228. 30. *lege*; ut Aurum plus habeat meatuum inter partes suas solidas, quam partium solidarum quibus meatus interjacent; & consequenter spatium vacuum in meatibus Aquæ, spatium partibus solidis occupatum amplius quadragies superet.

229. 6. *post*, reperiat; *adde*, Magnes virtutem suam, sine ulla diminutione aut alteratione, integram transmittit per Corpora omnia frigida & non magnetica, ut Aurum, Argentum, Vitrum, Aquam. Vis gravitans Solis, (siquis eam quidem mechanice explicare velit,) transmittitur integra per ingentia Planetarum corpora; ita ut Vi æquabili, ad ipsa usq; Centra, in omnes eorum partes agat; pro quantitate scilicet materiæ, in quaq; parte. Et Radii Luminis, sive sint illi exigua corpuscula, sive Motus solummodo vel Pressus propagatus, moventur in lineis rectis; radiusque, cum semel, cujusvis rei oppositu, de via deflectatur, nunquam iterum, nisi forte casu aliquo, in eandem lineam rectam reverti poterit: Attamen Lumen per corpora pellucida in lineis rectis ad longa usq; intervalla transmittitur. Qui fieri queat, ut corpora satis habeant meatuum ad hos effectus obtinendos, difficile quidem est conceptu; at nequaquam impossibile. Etenim, ut supra expositum est, Colores corporum oriuntur ex eo, quod particulæ ipsorum certis sint magnitudinibus. Jam si particulas istas ita dispositas concipiamus, ut inter eas tantum intervallorum sive meatuum interjaceat, quantum sint ipsæ particulæ; ipsasq; porro ita ex aliis multo minoribus particulis compositas esse, ut minores illæ particulæ habeant & ipsæ interjectum sibi meatuum tantum, quantum sunt ipsæ particulæ; hasq; ipsas similiter, ita ex aliis multo adhuc minoribus particulis compositas esse, ut illæ adhuc minores particulæ habeant & ipsæ interjectum sibi meatuum tantum, quantum sunt ipsæ particulæ; & sic deinceps, donec ad solidas demum particulas deveniatur, quæ nullos omnino habeant in se meatus: Sintq; in aliquo Corpore tres, puta, hujusmodi particularum gradus; quorum ultimus sit earum, quæ minimæ sint & plane solidæ: Utiq; id corpus *septies* tantum habebit meatuum, quam quantum partium solidarum. Quod si quatuor hujusmodi fuerint particularum gradus, quorum ultimus

mus

mus fit minimarum & plane solidarum; jam corpus *decies & quinquies* tantum habebit meatuum, quam quantum partium solidarum. Si quinq; fuerint particularum gradus; corpus *tricies & semel* tantum habebit meatuum, quam quantum partium solidarum. Si sex gradus; corpus *sexagies & ter* tantum habebit meatuum, quam quantum partium solidarum: Et sic deinceps. Quin etiam aliæ adhuc esse possunt in admiranda corporum fabricatione rationes, nobis prorsus ignotæ; quibus effici queat, ut multo etiam adhuc plus meatuum in corporibus inesse possit.

230. 11. *lege*, quasi infinite parvus.
234. 19 & 27. *lege*, perinde
236. 25. *lege*, Roemerus.
242. 24. *lege*, ex *septima & decima nona Observatione.*
247. 31. *pro*, exinde; *lege*, ampliata illa Radii reflexi latitudine.
248. 19. *pro*, tenebras; *lege*, colorem leucophæum.
249. 24. *pro*, $2\frac{2}{16}$; *lege*, $2\frac{1}{16}$.
254. 15. *post*, eos; *dele*, multo.
255. 18. *post*, &; *adde*, radii.
258. 32. *lege*, in 7ma & 19na.
259. 4. *lege*; ut Secans certi cujusdam Anguli, ad Radium; ejus nimirum Anguli, cujus Sinus sit
264. 22. *lege*, ambiente nonnunquam.
275. 21.
26.
29.
276. 2. } *dele*, Adamante.
277. 6, 9 & 12. *post*, Umbræ; *adde*, sitarum.
279. 13. *post*, quidem; *adde*, latitudinis.
284. 24. *pro*, exinde; *lege*, ubi longius aberant a concursu suo, latitudine erant paulo minori, &
291. 12. *pro*, parviores; *lege*, contractiores.
293. 17. *lege*, Inflectunt.
28. *post*, sinuoso; *adde*, instar anguillæ.
294. 23. *post*, efficitur? *Adde*; & Annon Corpora omnia, quæ partibus abundant terrestribus, & præsertim sulphurosis, Lumen emittunt, quotiescunq; partes istæ satis sint agitatæ; sive id Calore fiat, sive attritu, sive percussu, sive putrescendo, sive motu aliquo vitali, sive alia quavis de causa? ut *Aqua marina*, sæviente procella; *Argentum vivum*, in Vacuo agitatum; *Felis dorsum*, vel *Equi collum*, manu oblique in loco tenebricoso affrictum; *Ligna*, *Carnes & Pisces*, dum putrescunt; *Vapores* ex Aquis putridis, qui *Ignes Fatui* vulgo appellantur; *Metæ fœni segetisve* subhumidæ fermentescentes; *Phosphorus Bononiensis*, radiis Luminis agitatus; *Phosphorus vulgaris*, Corporis cujusvis

infvis attritu, vel acidis Aeris particulis, agitatus; *Adamantes* aliqui, feriendo, premendo, vel fricando; *Chalybis strigmenta*, Silice decussa; *Ferrum* ictibus malleorum *calefactum*, donec Sulphur sibi injectum accendat; *Axes Curruum*, motu rapidiore incensi; Et *certi Liquores* inter se permixti, quorum particulæ cum impetu concurrunt; ut *Oleum Vitrioli* a *Nitro* pari pondere distillatum, dein dupla portione mixtum cum *Oleo Caryophyllorum*.

296. 5. *pro*, explosioque; *lege*, quo explosio.
Lineam ultimam Dele.

297. 6, *post*, emiserint; *adde*, Etenim si Aqua in Vase aliquo pellucido tepefiat; & Aer deinde e Vase exhauriatur; Aqua ista in *Vacuo* ebulliet nihilo minus vehementer, quam si in Vase igni imposito calorem multo majorem in *aperto Aere* concepisset. Nam Atmosphæræ incumbentis pondus, vapores deprimit; impeditq; quominus Aqua ebulliat, donec calorem contraxerit multo majorem, quam quo ad eundem in *Vacuo* ebullitionem excitandam opus sit. Item, mixtura Stanni & Plumbi, ferro candenti in *Vacuo* imposita, Fumum emittit, atq; etiam Flammam: Eadem autem mixtura, in *aperto Aere*, propter Atmosphæræ incumbentis pondus, ne Fumum quidem, qui Visu percipi possit, emittit. Similiter fieri potest, ut ingens Amosphæræ, quæ globo Solis incumbit, pondus, efficiat ne corpora ibi in Vapores & fumos abire queant, nisi ope Caloris longe majoris, quam qui eadem in Terræ nostræ Superficie facillime in vapores & fumos solveret; idemq; illud ingens pondus, vapores & exhalationes, simul ac e Sole ascendunt, statim iterum condenset; efficiatque, ut in Solis globum continuo recidant, caloremq; ipsius Actione sua eodem modo adaugeant, quo Aer in Terra nostra calorem ignis culinarii auget; itemq; prohibeant, ne ingens ille globus imminuatur, nisi forte Luminis emissione.

298. 10. *post*, Colores; *adde*, si juxta se invicem positi, simul inspiciantur.

IN hac Latina Editione, relecto Libro, quædam immutavi, præsertim perspicuitatis gratia; & nonnulla Addidi, quæ maximam partem in his Corrigendis & Addendis habentur. Et Quærendorum *insuper numerum in fine Libri adauxi.*

I. N.

ERRATA

IN

Enumeratione Curvarum.

Pag. Lin.
10. 1. *lege* circa.
18. 21. *lege* Parabolam.

IN

Quadratura Curvarum.

Pag. Lin:
8. 19. *pro* $-2xxy\dot{y}$, *lege* $-2xy\dot{y}$.
9. 14. *dele* $-2xy\dot{y}$.
13. penult. *pro* $\frac{t}{-1}gB$, *lege* $\frac{-t}{-1}gB$.
15. 9. *pro* $z - \frac{5}{2} +$, *lege* $z^{-\frac{1}{2}} +$.
22. ult. *lege* $+\frac{2ag}{f}z^{\theta+\eta}R^{\lambda} - \theta aA$.
31. 2. *lege* $-36effz^{2\eta}$.
32. 1. *lege*, Sectionis.

OPTICES
LIBER PRIMUS.

PARS I.

IN hoc Libro conscribendo, non mihi id institutum fuit, ut positis certis Hypothesibus, notas Luminis Proprietates exinde explicarem; sed ut abditas nec antea observatas ejus Proprietates simpliciter proponerem, & propositas Ratione duntaxat Experimentisq; comprobarem; deinde, quid ex iisdem consequatur, ostenderem. Quem in Finem, Definitiones & Axiomata subjecta præmittere statui.

DEFINITIONES.

DEFIN. I.

PEr *Radios Luminis, minimas ipsius Partes intelligo, easq; tam in eisdem lineis successivas, quam contemporaneas in diversis.* Liquet enim Lumen ex partibus constare, tum successivis, tum contemporaneis: Quippe in uno eodemq; loco id Luminis quod uno momento advenit, intercipere licet; & quod momento proxime sequenti advenit, permittere ut transeat: Item uno eodemq; tempore Lumen in quolibet loco intercipere licet, &

quovis alio in loco permittere ut transeat. Ea enim Luminis pars, quæ intercipitur, non potest eadem esse atq; ista quam transire permittas. Minimum Lumen, aut minima Luminis pars, quæ sola sine reliquo Lumine vel intercipi possit, vel sola propagari; aut quæ agere vel pati quicquam possit, quod reliquum Lumen eodem tempore non agat vel patiatur: hæc est, quam appello Radium Luminis. Atq; in Experimentis capiendis, Radius etiam dicitur, Luminis pars quælibet sensibilis in directum propagata.

DEFIN. II.

Refrangibilitas radiorum Luminis, est dispositio ea, qua ita comparati sunt, ut in transeundo ex uno Corpore translucido, sive Medio, in aliud, refringantur seu de via deflectantur. Et major minorve Radiorum Refrangibilitas, est Dispositio ea qua apti sunt, ut in paribus incidentiis super unum idemq; Medium, magis minusve de via detorqueantur. Mathematici plerunq; secum ita fingunt; radios Luminis esse lineas a corpore Lucido ad corpus illuminatum pertingentes; horumq; radiorum Refractionem, esse Linearum istarum Flexionem aut Fractionem in transeundo ex uno Medio in aliud. Atq; hoc quidem de Radiis & Refractionibus dici possit; si Lumen uno momento propagetur. Verum cum ex temporum Eclipsium Jovis Satellitum Æquationibus, id colligi videatur, Lumen spatio temporis propagari; adeo ut e Sole in Terram septem circiter minutorum spatio deferatur; Radios ac Refractiones ita laxe definire malui, ut quicquid de Luminis propagatione statuatur, hæ tamen Definitiones in utramq; partem veræ ac certæ sint.

DEFIN. III.

Reflexibilitas Radiorum, est Dispositio ea, qua ita comparati sunt, ut in quodcunq; Medium inciderint, ab ejusdem superficie in idem rursus unde profecti sunt Medium reflectantur. Et radii magis minusve reflexibiles sunt, qui facilius aut difficilius reflectuntur. Exempli gratia; cum Lumen e Vitro in Aerem transeat, & pro eo ut ad communem Vitri Aerisq; superficiem magis magisq; inclinetur, ex toto tandem ab ista superficie reflecti incipiat: quæ radiorum genera vel paribus incidentiis majori copia reflectuntur, vel radios paulatim inclinando citius ex toto reflectuntur; ea maxime reflexibilia sunt.

DEFIN. IV.

Angulus Incidentiæ, est Angulus, qui linea ab incidente radio descripta, & linea ad reflectentem aut refringentem superficiem perpendiculari, in puncto Incidentiæ continetur.

DEFIN. V.

Angulus Reflexionis aut Refractionis, est Angulus, qui linea a reflexo aut refracto radio descripta, & linea ad reflectentem aut refringentem superficiem perpendiculari, in puncto Incidentiæ continetur.

DEFIN. VI.

Sinus Incidentiæ Reflexionis & Refractionis, sunt sinus Angulorum Incidentiæ Reflexionis & Refractionis.

DEFIN. VII.

Lumen cujus omnes Radii ſunt æque Refrangibiles, id ego Simplex, Homogeneum, & Similare appello: Cujus autem Radiorum alii magis quam alii Refrangibiles ſunt, id ego Compoſitum, Heterogeneum, & Diſſimilare appello. Prius Lumen ideo Homogeneum appello, non quod id plane & omnimode Homogeneum eſſe, affirmare velim; ſed quod Radii qui pari ſunt refrangibilitate, iidem in iſtis ſaltem omnibus, de quibus in hoc libro diſſerendum erit, Proprietatibus inter ſe conveniunt.

DEFIN. VIII.

Colores Homogenei Luminis, appello Primarios, Homogeneos & Simplices: Luminum autem Heterogeneorum Colores, Heterogeneos & Compoſitos. Hi enim ex Luminum Homogeneorum coloribus ſemper compoſiti ſunt; ut ex iis quæ infra dicenda ſunt, apparebit.

AXIOMATA.

AX. I.

Anguli Incidentiæ, Reflexionis & Refractionis, in uno eodemq; Plano ſiti ſunt.

AX. II.

Angulus Reflexionis, æqualis eſt Angulo Incidentiæ.

AX.

AX. III.

Si radius refractus directo ad punctum Incidentiæ revertatur; in eam ipsam lineam, quam radius Incidens ante descripserat, refringetur.

AX. IV.

Refractio e rariori Medio in densius, fit versus perpendicularem; hoc est, ita ut Angulus Refractionis sit Angulo Incidentiæ minor.

AX. V.

Sinus Incidentiæ est ad Sinum Refractionis in data Ratione, vel accurate vel quam proxime.

Quare si in una radii incidentis inclinatione, cognita sit ista proportio; cognita erit etiam in omnibus. Unde Refractio in omnibus Incidentiæ casibus super unum idemq; corpus Refringens, determinari potest. Exempli gratia; si Refractio fiat ex Aere in Aquam, Sinus incidentiæ Luminis rubri, ad Sinum Refractionis ejusdem Luminis, est ut 4 ad 3. Si refractio fiat ex Aere in Vitrum, Sinus erunt inter se ut 17 & 11. In Lumine aliorum Colorum, aliæ sunt Sinuum Proportiones: Sed ea differentia adeo parva est, ut raro ejus ullam rationem haberi sit necesse.

Sit igitur R S aquæ stagnantis superficies, & C punctum Incidentiæ, ubi radius ab A in linea A C per aerem delapsus, reflectitur aut refringitur. Jam ut inveniam quo iste radius, postquam reflexus aut refractus fuerit, *Fig. 1.*

fuerit, ſit perrecturus; erigo ſuper aquæ ſuperficiem e puncto Incidentiæ perpendicularem C P, eamq; deorſum produco ad Q. Tum ex Axiomate primo concludo, radium, poſtquam reflexus aut refractus fuerit, alicubi in Plano Anguli Incidentiæ A C P producto reperiri debere. Super perpendicularem C P igitur, demitto ſinum Incidentiæ A D: Et ſi radius reflexus, quis ſit, quæratur; produco A D ad B, ita ut D B ſit æqualis iſti A D; & duco C B: Quæ linea C B, erit radius reflexus: Angulus enim Reflexionis B C P ejuſq; Sinus B D, æquales ſunt Angulo & Sinui Incidentiæ; uti, ex ſecundo Axiomate, fieri debet. Sin autem radius refractus, quis ſit, quæratur; produco A D ad H, ita ut D H ad A D eam proportionem habeat, quam habet Sinus Refractionis ad Sinum Incidentiæ, hoc eſt, Rationem 3 ad 4. Tum Centro C, in Plano A C P, & radio C A, deſcripto Circulo A B E; duco parallelam Perpendiculari C P Q lineam H E, quæ ſecet circumferentiam in E: Et ducta C E, iſta linea C E erit radius refractus. Si enim demittatur E F perpendicularis ad lineam P Q; iſta linea E F, quoniam Angulus Refractionis eſt E C Q, erit Sinus Refractionis Radii C E. Qui ſinus E F, æqualis eſt ipſi D H; & conſequenter eam proportionem habet ad Sinum Incidentiæ A D, quam habent 3 ad 4.

Eodem modo ſi per Priſma vitreum (hoc eſt, vitrum duobus æqualibus & parallelis Triangulis ab extremitatibus ſuis terminatum, tribuſq; planis & bene politis compactum lateribus, quæ tribus parallelis lineis a ternis angulis unius extremi ad ternos angulos alterius extremi pertingentibus interjunguntur,) ſi, inquam, Luminis per hujuſmodi Priſma tranſmiſſi Refractio

quæ-

quæratur: Sit A C B Planum, quo Prisma ea sui parte, qua lumen transmittitur, secetur transversum per istas lineas parallelas quibus ternæ ipsius facies interjunguntur: Sitq; D E radius incidens in primam faciem Prismatis A C, ubi Lumen in vitrum ingreditur: Tum posito quod Sinus Incidentiæ ad Sinum Refractionis eam proportionem habeat, quam habent 17 ad 11; inveni E F primum radium refractum. Qui porro radius quum sit ipse Radius Incidens in secundam faciem vitri B C, ubi Lumen egreditur; iterum refractus radius F G simili ratione invenietur, ponendo Sinum Incidentiæ ad Sinum Refractionis eam habere rationem, quæ est 11 ad 17. Si enim Sinus Incidentiæ ex Aere in Vitrum, sit ad Sinum Refractionis, ut 17 ad 11; liquet Sinum Incidentiæ e Vitro in Aerem fore e contrario ad Sinum Refractionis, ut 11 ad 17; uti ex tertio Axiomate patet. *Fig.* 2.

Simili fere ratione, si A C B D sit Vitrum ex utraq; parte Sphærice convexum (quod vulgo Lens appellatur, quale est Vitrum Ustorium, aut Conspicillum vulgare, aut vitrum Objectivum Conspicilli tubulati,) & quæratur quomodo Lumen e puncto lucido Q in hoc Vitrum incidens, refringi debeat: Sit Q M radius incidens in quodvis punctum M primæ superficiei Sphæricæ A C B; & erigendo lineam vitro perpendicularem in puncto M, inveni primum refractum radium M N, ex proportione Sinuum 17 ad 11. Idem radius e vitro egressurus incidat in N; tumq; inveni secundum radium refractum N q, ex proportione Sinuum 11 ad 17. Qua eadem ratione inveniri quoq; potest Refractio, cum Lens ex altera parte convexa, ex altera plana sit vel concava; aut cum ex utraq; parte sit concava. *Fig.* 3.

A X.

AX. VI.

Radii Homogenei ex diversis cujusvis Objecti punctis fluentes, & in Planam aut Sphæricam superficiem reflectentem aut refringentem, ad perpendiculum aut fere ad perpendiculum incidentes; divergent deinceps a totidem aliis punctis, aut paralleli evadent totidem aliis lineis, aut convergent versus totidem alia puncta, accurate aut saltem sine errore sensibili. Hocq; idem eveniet, si radii a duabus, tribus, pluribusve Planis Sphæricisve superficiebus successive reflectantur vel refringantur.

Punctum, a quo Radii divergunt, vel ad quod convergunt, appellari potest ipsorum *Focus*. Et, si Focus incidentium radiorum datus sit, Focus radiorum reflexorum aut refractorum inveniri poterit, computando binorum quorumvis radiorum refractionem, sicuti supra traditum est; vel etiam facilius, hoc modo.

Fig. 4. *Cas.* 1. Sit A C B Planum reflectens aut refringens, & Q Focus Incidentium Radiorum, & Q *q* C linea Plano isti perpendicularis. Jam si hæc linea perpendicularis producatur ad *q*, ita ut *q* C fiat æqualis QC; punctum *q* erit Focus radiorum reflexorum. Vel, si *q* C capiatur ab iisdem partibus Plani, ac ipsa QC; habeatq; eandem Proportionem ad QC, quam habet Sinus Incidentiæ ad Sinum Refractionis; punctum *q* erit Focus radiorum refractorum.

Fig. 5. *Cas.* 2. Sit A C B Superficies reflectens cujusvis Sphæræ, cujus Centrum sit E. Biseca quemvis ipsius Radium (puta E C) in T. Et, si in isto Radio, ab iisdem partibus puncti T, sumantur puncta Q & *q*, ita ut T Q, T E, & T *q* sint continue proportionales; & punctum Q sit Focus radiorum incidentium; punctum *q* erit Focus reflexorum.

Cas.

Caf. 3. Sit A C B Superficies refringens cujufvis Sphæræ, cujus Centrum fit E. In quovis ipfius Radio E C in utramq; partem producto, capiantur æquales E T & C *t* ita, ut ad iftum Radium eam proportionem feorfum habeant, quam habet Sinuum Incidentiæ & Refractionis is qui minor fuerit, ad differentiam ipforum Sinuum. Tum fi in eadem linea inveniantur duo quævis puncta Q & *q*, ita ut T Q fit ad E T, ut E *t* ad *t q*; (fumendo *t q* in contrarias partes a puncto *t*, ac T Q a puncto T;) & punctum Q fit Focus radiorum incidentium; punctum *q* erit Focus refractorum. *Fig.* 6.

Porro, eodem modo Focus Radiorum bis vel fæpius reflexorum aut refractorum, inveniri poterit.

Caf. 4. Sit A C B D Lens refringens, Sphærice convexa aut concava, aut plana utravis fuperficie; fitq; C D Axis ipfius; (hoc eft, linea quæ utramq; ejus fuperficiem ad perpendiculum fecet, & per Centra Sphærarum tranfeat;) inq; hoc Axi fint F & *f* radiorum refractorum Foci ratione fupra expofita inventi, cum radii Incidentes ex utraq; parte Lentis fint Axi eidem paralleli; & diametro F *f* bifecto in E defcribatur Circulus. Finge jam quodvis punctum Q Focum effe radiorum incidentium. Duc Q E, quæ fecet circulum prædictum in punctis T & *t*; in eaq; fume *t q*, quæ eam proportionem habeat ad *t* E, quam habet ipfa *t* E five T E ad T Q. Sit *t q* a contrariis partibus puncti *t*, ac T Q a puncto T; & *q* erit radiorum refractorum Focus, fine errore fenfibili; modo punctum Q non tanto intervallo ab Axe diftet, nec Lens ipfa adeo lata fit, ut radiorum nonnulli in fuperficies refringentes nimio plus obliqui incidant. *Fig.* 7.

Simili opere, cum dati fint duo Foci, inveniri pof-

ſunt Superficies reflectentes aut refringentes; eoq; pacto forma Lentis exprimi, quæ efficiat ut radii ad quemvis locum, vel a quovis loco dato, fluant.

Itaq; hujus Axiomatis ſumma hæc eſt. Si radii in aliquam Planam aut Sphæricam Superficiem ſive Lentem incidant, &, antequam in iſtam Superficiem incidant, fluant a dato puncto vel ad datum punctum Q; hi radii, poſtquam reflexi vel refracti fuerint, fluent a puncto q, vel ad punctum q, quod ratione ſupra expoſita definitum fuerit. Et, ſi Radii incidentes fluant a diverſis punctis, vel ad diverſa puncta, Q; radii reflexi vel refracti fluent a totidem punctis, vel ad totidem puncta, q, quæ eadem ratione inveniri potuerint. Utrum a puncto q, an contra ad iſtud punctum, radii hi reflexi & refracti fluant; ex ipſo puncti iſtius ſitu, facile dignoſcitur. Si enim iſtud punctum ſitum ſit ab iiſdem partibus Superficiei ſive Lentis reflectentis aut refringentis, ac punctum ipſum Q; & radii incidentes fluant a puncto Q: Radii reflexi, ad q; & refracti, a q, fluent. Sin autem radii incidentes fluant ad punctum Q: radii reflexi a q; & refracti, ad q, fluent. Quod ſi iſtud punctum q ſitum ſit a contrariis partibus ejuſdem Superficiei; omnia tunc contra, ac dicta ſunt, evenient.

A X. VII.

Quocunq; in loco radii ex omnibus cujuſvis Objecti punctis fluentes, in totidem alia puncta, poſtquam Reflexione aut Refractione coacti fuerint, iterum conveniunt; Eo in loco imaginem iſtius Objecti, ſuper quovis corpore albo in quod inciderint, depingent.

Exempli

Exempli gratia: Si P R sit Corpus foris objectum; & A B Lens, ad cubiculi tenebricosi fenestram, operculi foramini infixa, qua radii a quovis objecti istius puncto Q fluentes ita cogantur, ut in puncto *q* iterum conveniant; & chartæ albæ plagula in *q*, ad excipiendum Lumen immissum, collocetur: Objecti P R Imago, justa specie ac forma, colorumq; ipsorum conveniente responsu, in chartam depicta conspicietur. Ut enim Lumen quod fluit a puncto Q, pergit ad punctum *q*: Ita Lumen quod fluit ab aliis Objecti punctis P & R, ad totidem alia puncta *p* & *r*, eis in imagine respondentia, perget; uti, ex sexto Axiomate, liquet. Atq; hoc pacto unumquodq; Objecti punctum, suum in imagine punctum illuminabit; adeoq; imago depingetur, qua debet Forma atque Colore; & plane omni ratione, nisi quod inversa appareat, Objecti ipsius simillima. Atq; hæc porro est Causa Experimenti istius etiam in vulgus noti, quo rerum foris objectarum Imagines in Cubiculo tenebricoso super Parietem aut Chartæ albæ plagulam depictas excipere solent. *Fig.* 3.

Eodem modo, cum quodvis Objectum P Q R oculis intuemur; Lumen, quod ex diversis Objecti punctis fluit, ita refringitur a pellucidis oculi tunicis atq; humoribus, (hoc est, ab exteriori tunica E F G, quæ *Cornea* appellatur; & a crystallino humore A B, qui est ultra pupillam *m k*;) ut id coactum in fundo oculi in totidem aliis punctis iterum conveniat, ibiq; objecti imaginem in pellicula illa, quæ *Tunica Retina* appellatur, quaq; oculi fundum obtectum est, depingat. Anatomici enim, cum exteriorem illam & crassiorem pelliculam, quæ *Dura Mater* appellatur, oculi fundo detraxerint; transpicientes per tunicas tenuiores, rerum ob- *Fig.* 8.

jectarum imagines in eis pulchre depictas videre possunt. Quæ quidem imagines per Nervorum Opticorum Fibras in Cerebrum Motu propagatæ, Visus causa sunt. Pro eo enim, ut hæ imagines magis minusve distinctæ sunt, ipsum Objectum magis minusve distincte Visu percipitur. Si oculus aliquo forte Colore ita imbutus sit, (quomodo evenit cum quis Ictero laborat) ut imagines in fundo oculi isto Colore tinctæ sint; omnia corpora objecta tum isto colore itidem videntur infecta. Si oculi humores progrediente ætate deficientes ita imminuantur, ut tunica Cornea & Humoris Crystallini integumentum se in planiorem superficiem contrahant; Lumen minus æquo refringetur, eaq; de causa non conveniet in fundo oculi, sed in loco aliquo ulteriori; & proinde imago in fundo oculi paulo confusius depingetur; quæ imago pro eo ut magis minusve confusa fuerit, ipsum itidem Objectum videbitur confusum. Hæc Causa est, quamobrem Senibus plerunq; Visus deficiat: Atq; hinc etiam apparet, quomodo conspicilla ipsis multum adjumento sint ad distincte Videndum. Ista enim Vitra convexa, oculi jam in compressiorem figuram se contrahentis defectum rotunditatis explent; & Refractionem augendo, efficiunt ut radii citius solito convergentes, distincte in fundo oculi conveniant; modo vitrum, pro ratione compressioris oculi figuræ, apta factum sit proportione convexum. Jam vero Myopes, quorum Oculi nimium globosi sunt, ideoq; non nisi propius admota cernunt, omnia contra quam diximus experiuntur. In horum enim oculis, cum Refractio nimia sit, Radii ita convergunt, ut intra Oculum prius conveniant, quam fundum ejus attigerint: Ac proinde Imago in fundo Oculi depicta, & consequenter Visio ipsa

ipsa, non erit distincta; nisi vel Objectum adeo prope ad oculum admoveatur, ut Locus, quo radii coituri convergunt, jam remotior factus, in fundum oculi incidat; vel nimiæ oculi rotunditati subventum sit, refractionesq; minuantur, adhibendo Vitrum apta proportione concavum; vel ipsa tandem ætate oculus compressior factus, aptam figuram sortiatur. Myopes enim provectiori ætate corpora remotius objecta distinctius cernere incipiunt, ideoq; visum habere durabiliorem creduntur.

AX. VIII.

Objectum, quod interveniente Reflexione aut Refractione aspiciatur, eo semper in Loco situm videtur, unde Radii post ultimam Reflexionem aut Refractionem divergunt, quo tempore in Oculum Spectatoris incidunt.

Si Objectum A interveniente Speculi *m n* reflexione *Fig.* 9. inspiciatur; videbitur id, non proprio in loco A, sed post Speculum eo in loco *a*, unde radii quilibet, A B, A C, A D, qui ex uno eodemq; Objecti puncto fluxerant, divergunt jam, (postquam reflexi fuerunt in punctis B, C, D,) in transitu suo a Vitro ad puncta E, F, G, ubi in Oculos Spectatoris incidunt. Hi enim radii talem omnino imaginem in Oculorum fundo depingunt, qualem iidem ab Objecto in loco *a* revera collocato fluentes, sine interpositu speculi, depinxissent: Omnisq; in Universum Visio, istius Imaginis Situi atq; Figuræ congruenter, semper efficitur.

Similiter, Objectum D per Prisma inspectum, non *Fig.* 2. suo in loco D videtur: sed alio transfertur in locum aliquem *d*, qui in ultimo refracto radio F G, retro ab F ad *d* ducto, situs sit.

Simili

Fig. 10. Simili quoq; ratione Objectum Q, per Lentem A B inspectum, eo in loco *q* collocatum videtur, unde radii, in transitu suo a Lente ad Oculum, divergunt. Observandum est autem, Objecti imaginem *q*, tanto majorem aut minorem, quam ipsum Objectum Q, videri; quanto distantia imaginis *q* a Lente A B, major minorve est quam distantia Objecti ipsius Q ab eadem Lente. Quod si Objectum per bina plurave hujusmodi Vitra convexa aut concava inspectum fuerit; unumquodq; Vitrum novam Imaginem effinget; Objectumq; eo in loco eaq; magnitudine videbitur, quæ erant ultimæ Imaginis Locus atq; Magnitudo. Ex hac Observatione pendet tota Microscopiorum Telescopiorumq; Theoriæ explicatio. Etenim in hoc fere posita est ea universa Theoria, ut exponatur talium Vitrorum conficiendorum ratio, quæ ultimam Objecti imaginem tam distinctam tamq; magnam tamq; luminosam repræsentent, quam possit commode exhiberi.

In his Axiomatibus eorumq; explicatu, quicquid antehac de rebus ad Opticen pertinentibus traditum fuerit, breviter atq; summatim videor mihi exposuisse. De quibus enim inter omnes fere convenit, ea, in his quæ infra dicenda sunt explicandis, tanquam Principia adhibere mihi licere existimabo. Atq; hæc quidem sufficiant, quæ loco Introductionis dicta sint in eorum Lectorum gratiam, qui cum sint acri quidem & perspicaci ingenio, nondum tamen in Studio Optices versati fuerint. Melius tamen atq; facilius hæc, quæ sequuntur, intelligent, & cogitatione assequentur ii, qui antea in his rebus aliquid operæ atq; Studii posuerint, & Vitra tractare assueti fuerint.

PRO-

PROPOSITIONES.

PROP. I. THEOR. I.

Lumina, quæ Colore differunt, ea itidem Refrangibilitatis gradibus inter se differunt.

Probatio ab Experimentis desumpta.

Exper. 1. CHartam accepi nigram, oblongam, rigidam, lateribus inter se parallelis definitam; eamq; linea transversa, ad perpendiculum ab uno latere ad alterum ducta, mediam in duas æquales partes dispertivi. Harum partium alteram colore rubeo infeci; alteram cæruleo, sive indico, ad violaceum accedente. Charta ipsa nigerrima erat, coloresq; largi ac saturi, atq; insuper crasse illiti; ut Phænomenon evidentius ac notabilius exhiberetur. Chartam istam duobus coloribus hoc modo discretam, per Prisma inspexi ex vitro solido conflatum; cujus eæ binæ facies, per quas Lumen ad oculum transmitteretur, planæ erant ac perpolitæ, angulumq; circiter sexaginta graduum inter se continebant: Quem quidem Angulum, Refringentem Prismatis Angulum appello. Dum Chartam hoc modo intuerer, eam & Prisma ita ante fenestram collocavi, ut chartæ latera essent Prismati parallela; eaq; latera, atq; ipsum insuper Prisma, Horizonti parallela; & linea transversa, Fenestræ Plano perpendicularis; Lumen etiam a fenestra in chartam incidens, & charta ipsa, Angulum inter se continerent ei æqualem, quem eadem charta, & lumen jam inde ad oculum reflexum, inter se itidem con-

continebant. Ultra Prisma, paries cubiculi subter fenestram panno nigro obtectus erat, atq; ipse insuper pannus tenebris undiq; circumseptus; nequid Luminis inde reflecteretur, quod prope chartæ extremitates ad oculum transiens, sese Lumini a charta reflexo immisceret, eoq; pacto experimentum interturbaret. His ita dispositis; quæ observabam, hujusmodi erant. Si Angulus Refringens Prismatis sursum convertatur, ita ut charta refractione altius attolli videatur; dimidia ejus pars illa, quæ erit colore cæruleo infecta, altius videbitur refringendo attolli, quam illa quæ erit rubea. E contrario autem, si Prismatis Angulus Refringens deorsum convertatur, ita ut Charta refringendo deorsum ferri videatur; tum cærulea ejus pars aliquanto inferius demitti videbitur, quam rubea. Quamobrem in utroq; horum Casuum, id Luminis, quod a cærulea chartæ parte per Prisma ad oculum fluit, majorem in eisdem Circumstantiis Refractionem patitur, quam id quod fluit a parte rubea; & consequenter, magis refrangibile est.

Fig. 11. *Illustratio.* In Schemate undecimo, M N exhibet Fenestram; & D E Chartam, lateribus D J & H E inter se parallelis definitam, & linea transversa F G dispertitam in binas partes æquales, quarum altera D G colore cæruleo saturo, altera F E colore rubeo saturo infecta sit. B A C *c a b* repræsentat Prisma, cujus Facies refringentes A B *b a* & A C *c a* interjunguntur in commissura refringentis Anguli A *a*. Hæc angulata acies A *a* sursum spectans, parallela est & Horizonti & simul extremitatibus chartæ inter se parallelis D J & H E, & linea transversa F G plano fenestræ perpendicularis est. Porro *d e* est chartæ Imago refractione ea, quæ fit sursum versus, ita repræsentata, ut pars cærulea D G altius

altius ſublata ſit ad $d\,g$, quam pars rubea F E ad $f\,e$; ac proinde majorem paſſa ſit Refractionem. Quod ſi Acies refringentis Anguli deorſum converſa ſit; jam chartæ imago deorſum refringetur, puta ad $\delta\,\epsilon$; & pars cærulea refringendo inferius demittetur ad $\delta\,\gamma$, quam pars rubea ad $\varphi\,\epsilon$.

Exper. 2. Chartæ ante memoratæ, cujus dimidiæ partes colore rubeo & cæruleo ſeorſum infectæ erant, quæq; papyri conglutinatæ ſpiſſitudine erat ad rigiditatem, tenue ſerici nigerrimi filum ſæpius circumvolvebam; ita ut ſingula fila ſuper charta colorata, tanquam totidem lineæ nigræ ſuperinductæ, aut longæ tenueſq; umbræ in eadem projectæ, conſpicerentur. Licuerat lineas nigras calamo ducere; ſed fila ſerica tenuiora erant, & diſtinctiori termino definita. Chartam hoc modo coloribus inductam, & ad inſiſtendum a tergo conſpiſſatam, ad parietem admovi, Situq; ad Horizontem perpendiculari ita collocavi, ut Colorum alter ad dextram eſſet poſitus, alter ad ſiniſtram. Ante chartam, in Colorum confiniis, ab inferiori parte, & parvo admodum interjecto intervallo, candelam appoſui; quæ Lumen quam clariſſimum chartæ affunderet: Noctu enim capiebatur Experimentum. Flamma Candelæ ad inferiorem chartæ marginem altitudine pertingebat, vel paulo ſupra eam ferebatur. His ita diſpoſitis; ex adverſo Chartæ, ſex pedum & unius duarumve unciarum intervallo, erexi ſuper Tabulato Lentem Vitream Uncias $4\frac{1}{4}$ latam, quæ radios e diverſis chartæ partibus fluentes ita colligeret, ut ii ad totidem alia puncta ex altera parte, eodem ſex pedum & unius duarumve unciarum intervallo, ultra Lentem convergerent; eoq; pacto chartæ coloratæ imaginem ſuper charta alba ibi collocata depingerent; eodem modo quo Lens in feneſtræ fora-

mine infixa, corporum foris objectorum Imagines in cubiculo tenebricoso chartæ albæ plagula exceptas depingit. Chartam istam albam, Situ & ad Horizontem & ad radios sibi a Lente incidentes parallelo erectam, ultro citroque, modo Lentem versus, modo a Lente, movebam; ut quibus in Locis cærulearum rubearumq; chartæ coloratæ partium Imagines maxime distinctas se exhiberent, invenirem. Loca ista facile dignoscebam, ex imaginibus linearum nigrarum, quæ erant ipsa fila serica in chartam, ut dixi, convoluta. Etenim Imagines subtilium istarum tenuissimarumq; linearum, (quæ summo suo nigrore ad umbrarum in Coloribus projectarum similitudinem accedebant,) confusæ erant & vix discerni potuerunt; nisi quo tempore Colores, ex utraq; parte cujusq; lineæ, terminis maxime distinctis definiebantur. Contemplatus igitur, qua potui summa accuratione, quibus in locis rubearum cærulearumq; chartæ coloratæ partium Imagines quam maxime distinctæ apparerent; observavi id ita se habere, ut quo in loco rubea chartæ pars videbatur distincta, eo in loco pars cærulea semper confusa videretur, adeo ut lineæ nigræ ei inductæ vix discerni potuerint; E contrario autem, quo in loco cærulea chartæ pars maxime distincta videbatur, eo in loco pars rubea semper videretur confusa, adeo ut lineæ nigræ ipsi inductæ jam vix discerni potuerint: Quodq; inter ea duo loca, in quibus hæ duæ imagines seorsum distinctæ videbantur, spatii interjaceret; id sesqui-unciæ intervallum esset. Etenim quo tempore rubea chartæ coloratæ pars maxime distinctam sui imaginem exhibebat; charta alba, qua hæ imagines excipiebantur, & Lens, sesqui-unciæ intervallo longius inter se distabant, quam quo tempore partis cæruleæ imago maxime distincta videbatur. Cum itaq; utriusq; Incidentia in Lentem

plane

plane eadem esset; Color cæruleus a Lente plus refringebatur, quam rubeus; adeo ut sesqui-unciæ intervallo propius a Lente, quam Color rubeus, convergeret; & consequenter magis sit Refrangibilis.

Illustratio. In Schemate duodecimo, D E exhibet chartam coloratam; D G partem ejus cæruleam; F E partem rubeam; M N Lentem; H I chartam albam eo in loco positam, ubi partis rubeæ imago, una cum suis lineis nigris, distincta videbatur; & *h i* eandem chartam eo in loco positam, ubi partis cæruleæ imago videbatur distincta. Locus *h i* sesqui-unciæ intervallo propius, quam locus H I, a Lente M N distabat. *Fig.* 12.

Scholium. Idem erit hujusce Experimenti Eventus, utcunq; quædam Circumstantiæ varientur. Exempli gratia: In primo Experimento, si Prisma & Charta ad Horizontem quavis proportione inclinentur; & in utroq; Experimento, si lineæ coloratæ super charta nigerrima ductæ sint; exitus Experimenti nihil immutabitur. Verum enimvero, in hisce Experimentis describendis, eas volui adhibere Circumstantias, quibus vel ipsum Phænomenon clarius atq; evidentius exhiberi posset, vel quibus Tiro rem facilius experiretur, vel tandem quibus solis ut ipse usus fuerim acciderit. Atq; hoc idem sæpius in sequentibus Experimentis describendis feci: De quibus omnibus hoc in loco Lectorem semel monuisse, satis sit. Observandum est autem, ex hisce Experimentis non id continuo effici, ut illud omne Lumen, quod e charta cærulea fluit, magis refrangibile putandum sit, quam id omne quod fluat e rubea: Utrumq; enim istorum Luminum ex radiis diverse refrangibilibus compositum est; Adeo ut in isto rubeo Lumine nonnulli sint radii nihilo minus refrangibiles quam radii in cæruleo, & in isto cæruleo Lumine nonnulli sint radii nihilo magis

refrangibiles quam radii in rubeo: Sed iſtiuſmodi radii, ad totius Luminis rationem, perpauci ſunt; & id efficiunt, ut Experimenti ſucceſſus minuatur, nequaquam autem ut penitus impediatur. Quum enim Colores rubeus & cæruleus dilutiores & languidiores eſſent; Imagines ante dictæ, minus quam ſeſqui-unciæ intervallo, inter ſe diſtabant: Quum autem hi Colores largiores & ſaturatiores eſſent; eæ imagines, uti inferius exponetur, majori intervallo inter ſe diſtabant. Atq; hæc quidem ſufficiant, quæ ad hanc Propoſitionem comprobandam, in Corporum naturalium coloribus capta ſint Experimenta. In illis enim Coloribus, qui Priſmatum Refractione ſeſe exhibent, Veritas hujuſce Propoſitionis, ex iis quæ in Sequenti Propoſitione enarranda ſunt experimentis, uberius apparebit.

PROP. II. THEOR. II.

Lumen Solis conſtat ex radiis diverſe Refrangibilibus.

Probatio ab experimentis deſumpta.

Exper. 3. IN Cubiculo valde tenebricoſo, ad rotundum feneſtræ operculi foramen, quod erat circiter quarta aut tertia Unciæ parte latum, Priſma vitreum admovi; quo Solis Luminis radius, per id foramen in cubiculum tranſmiſſus, ſurſum verſus ad oppoſitum Parietem refringeretur, ibiq; coloratam Solis imaginem exhiberet. Priſmatis Axis (hoc eſt, Linea per medium Priſma ab uno extremo ad alterum, Situ ad Anguli Refringentis aciem parallelo, tranſiens,) erat in his & ſequentibus Experimentis ad Radios incidentes perpendicularis. Circa hunc Axem lente converſo Priſmate;

mate; Lumen refractum, ſive coloratam Solis imaginem in Pariete depictam, primo deſcendere, deinde aſcendere obſervabam. Inter deſcenſum & aſcenſum iſtum, cum Imago Conſiſtere & morari videretur, Priſma cohibui, eoq; in poſitu fixum retinui, ne moveretur amplius. Etenim in ea Priſmatis poſitione, Luminis Refractiones quæ fierent in duobus Anguli refringentis lateribus, hoc eſt, ad ingreſſum & egreſſum Luminis, æquales erant inter ſe. Similiter, in aliis Experimentis, quotieſcunq; id agerem, ut Refractiones in utraq; Priſmatis facie inter ſe eſſent æquales; notavi Locum ubi Solis imago Lumine refracto depicta, inter duos contrarios motus ſuos, in communi progreſſus & regreſſus ſui confinio, conſiſtere atq; morari videretur: Et cum in iſtum locum incideret Imago, Priſma cohibui fixumq; retinui. Atq; in hac quidem poſitione, quippe omnium convenientiſſima, intelligendum eſt Priſmata omnia in ſequentibus experimentis eſſe collocata; niſi ubi alia aliqua poſitio nominatim deſcribetur. Priſmate igitur hac in poſitione collocato; Lumen refractum chartæ albæ plagula, ad perpendiculum radiis objecta, in oppoſito Cubiculi pariete excepi; Solariſq; Imaginis in Chartam eo Lumine depictæ Figura atq; Menſuræ, quæ eſſent, adnotavi. Imago oblonga erat; non tamen Ovalis; ſed duabus rectis interq; ſe parallelis lineis a Lateribus, & duobus ſemicirculis ab extremitatibus, terminata. A lateribus definiebatur terminis ſatis quidem diſtinctis: Ab extremitatibus autem, finibus valde confuſis & minime diſtinctis; Lumine iſtis in locis deficiente paulatim, & evaneſcente. Latitudo Imaginis ea erat, quæ Solis diametro reſponderet; utpote Uncias $2\frac{1}{8}$ complectens, incluſa penumbra. Quippe Imago, intervallo octodecim pedum cum dimidio, a Priſmate diſtabat: Quo quidem inter-

intervallo interjecto, prædicta Imaginis latitudo, (subducta foraminis in operculo fenestræ diametro, hoc est, $\frac{1}{4}$ Unciæ,) subtendebat Angulum ad Prisma circiter dimidii Gradus, qui est Solis apparens diameter. At Longitudo Imaginis erat Unciarum circiter 10$\frac{1}{4}$; laterumq; rectilineorum longitudo, circiter octo Unciarum; & Angulus Refringens Prismatis, quo Imago tanta longitudine exhibita est, erat 64 graduum. Quum iste Angulus minor esset, Longitudo Imaginis itidem minor erat, latitudo autem eadem quæ prius. Si Prisma circa Axem suum eam in partem convertebatur, quæ efficeret ut radii e secunda refringente Prismatis facie obliquius, quam ante, emergerent; Imago continuo unam duasve uncias, aut plus eo, se in Longitudinem amplius extendebat. Sin Prisma in contrarias partes convertebatur, ita ut radii jam in primam refringentem faciem obliquius inciderent; Imago statim Uncia una atq; altera in Brevitatem se contrahebat. Quocirca in hoc Experimento capiendo, qua potui summa accuratione id mihi agendum existimavi, ut ratione supra exposita Prisma eo in situ diligenter mihi collocatum foret, quo radiorum e Prismate emergentium Refractiones simul pares essent, ac fuerant in Prisma incidentium. In Prismate, quo usus sum, erant quidem Venulæ aliquæ se ab una extremitate ad alteram per Vitrum diffundentes; quibus radiorum nonnulli quoquoversus quidem irregulariter dispergebantur: Verum in Imagine colorata in longitudidem extendenda, nihil quicquam effecerunt hæ venæ. Etenim idem Experimentum in aliis Prismatibus cepi; eundemq; semper exitum habebat. Et specialiter, quum Prismate uterer hujusmodi Venis perquam immuni, & cujus Angulus Refringens esset graduum 62$\frac{1}{2}$; Inveni longitudinem Imaginis, intervallo Pedum 18$\frac{1}{2}$ a Prismate,

mate, esse Unciarum $9\frac{1}{4}$ aut 10; Foraminis autem in fenestræ operculo latitudo erat, ut prius, $\frac{1}{4}$ Unciæ. Porro, quoniam in Prismate apte recteq; collocando proclive est errare; experimentum ter, quater, sæpius repetebam; Imaginisq; Longitudinem semper eam, quam dixi, inveniebam. Quum alio Prismate, ex Vitro adhuc pellucidiori politiorique, uterer; quod venis itidem immune videretur, cujusq; Angulus Refringens esset graduum $63\frac{1}{2}$; Imaginis Longitudo, eodem intervallo Pedum $18\frac{1}{2}$ a Prismate, erat iterum Unciarum circiter 10 aut $10\frac{1}{8}$. Ultra hos Fines, spatio circiter $\frac{1}{4}$ aut $\frac{1}{3}$ Unciæ, ab utraq; Imaginis extremitate, Lumen e nubibus proveniens colore rubeo & violaceo nonnihil tinctum videbatur; Verum id Coloris adeo languidum erat ac dilutum, ut a radiis quibusdam ipsius Imaginis, quos forte inæqualitates quædam vel in ipso Vitro, vel in Faciebus ejus, irregulariter disperserint quoquoversus, ortum id vel omnino, vel saltem maxima ex parte, suspicatus sim: Ideoq; hosce Colores, in mensurarum supra expositarum rationem, non sum complexus. Ad hæc, varia foraminis, in operculo fenestræ, magnitudo; varia Prismatis, qua parte Lumen transmitteretur, crassitudo; variæ insuper Prismatis ad Horizontem inclinationes; Longitudinem imaginis nihil quicquam ad Sensum immutabant. Neq; vero diversa ipsa, ex qua Prismata constarent, materia, quicquam immutabatur ista Longitudo. Nam quum Vase ex politis Vitri lamellis in formam Prismatis, conclusa intus aqua, conglutinatis uterer; similis plane erat Experimenti Exitus, secundum proportionem Refractionis. Observandum est præterea, Radios a Prismate ad usq; Imaginem, semper rectis in lineis progressos; ac proinde, simul ut primum e Prismate exierant, eam omnem inter se Inclinationem

tionem

tionem habuisse, unde Imaginis Longitudo oriebatur; hoc est, Inclinationem quæ esset graduum amplius duorum cum dimidio. Et tamen, secundum Optices Leges vulgo receptas, omnino nullo modo fieri potuit, ut hi radii tantum inter se Inclinationis haberent. Sit enim
Fig. 13. E G, fenestræ operculum; F, foramen per quod Solis luminis radius in cubiculum tenebricosum immittebatur; & A B C Planities triangula animo concepta, qua Prisma ea sui parte, per quam Luminis pars media permeat, transversum secetur. Vel, si ita potius videtur, sit A B C ipsum Prisma, extremitate sua propiori directo ad Spectatoris oculum obversa; X Y, Sol; M N Charta, qua Solis imago colorata excipiatur; & P T Imago ipsa, lateribus ad *u* & *w* rectilineis interq; se parallelis, extremitatibus autem P & T in semicirculos desinentibus. Sint deinq; Y K H P & X L I T duo Radii: Quorum prior, ab inferiori parte Solis ad superiorem partem Imaginis proficiscens, interjecto Prismate refringitur in punctis K & H; posterior autem a superiori parte Solis ad inferiorem partem Imaginis proficiscens, refringitur in punctis L & I. Jam quoniam posuimus, Refractiones ex utraq; parte Prismatis inter se esse æquales: hoc est, Refractionem quæ est ad K, ei esse æqualem quæ est ad I; & Refractionem ad L, ei æqualem quæ est ad H: ita ut Refractiones radiorum ad K & L incidentium simul sumptæ, Refractionibus radiorum ad H & I emergentium simul sumptis æquales sint: sequitur, æqualia æqualibus adjungendo, fore ut Refractiones itidem ad K & H simul sumptæ, æquales sint Refractionibus ad I & L simul sumptis; ac proinde, ut isti duo radii, cum sint æque refracti, eandem inter se post, ac ante, quam refracti fuerint, Inclinationem habere debeant; hoc est, Inclinationem, quæ, pro Solis diametri longitudine, sit dimidii

dimidii gradus: Etenim ea erat Radiorum, ante Refringendum, ad se invicem Inclinatio. Itaque, his ita positis, Longitudo Imaginis P T, ex Legibus Optices vulgo receptis, subtendere deberet Angulum ad Prisma, qui esset dimidii gradus: Quæ quidem Longitudo, æqualis foret ipsi Latitudini *u w*; Et consequenter Imago plane rotunda esset. Atq; hæc quidem prorsus ita se haberent, si bini isti radii X L I T & Y K H P, reliquiq; omnes ex quibus Imago P *w* T *u* constat, æque essent Refrangibiles. Cum igitur e contrario Experientia evincatur, Imaginem istam non rotundam esse, sed Latitudinem ipsius circiter quinq; partibus Longitudine superari: omnino radii, qui majori Refractione ad superiorem Imaginis Extremitatem P mittuntur, magis, quam ii qui ad inferius ejusdem extremum T progrediuntur, Refrangibiles sint necesse est; Nisi ea forte sit Refractionis hujusce inæqualitas, quæ casu possit accidere.

Imago ista P T sic erat colorata, ut extremitas ipsius ea, quæ minime refringeretur, T, rubea esset; extremitas autem altera P, quæ maxime refringeretur, violacea; partesq; mediæ ex ordine, flavæ, virides, & cæruleæ. Quo quidem amplius firmatur id, quod erat prima Propositione comprobandum; nempe, Quæ Lumina Colore differant, ea itidem Refrangibilitate inter se differre. Longitudinem Imaginis in Experimentis ante dictis, ab usq; extremo & languidissimo Colore rubeo ex una parte, ad extremum & languidissimum colorem cæruleum ex altera parte, dimensus sum.

Exper. 4. In radio Solis per fenestræ operculi foramen in Cubiculum transmisso, interjecto aliquot Pedum a foramine intervallo, Prisma in manu ea positione tenui, qua Axis ipsius ad perpendiculum isti radio objectus esset.

Per Prisma ita collocatum, inspexi foramen: Conversoq; hac illac circa Axem suum Prismate, ut foraminis Imago vicibus ascendere & descendere videretur; cum inter duos hosce contrarios motus consistere atq; morari Imaginem observarem, Prisma fixum retinebam, ut Refractiones ex utraq; parte Anguli Refringentis, (quomodo in prioribus Experimentis factum est,) inter se essent æquales. Per Prisma hoc in Situ fixum, foramen attentius inspiciens, observabam Longitudinem refractæ ipsius Imaginis, multis partibus superare Latitudinem suam; partemq; illius eam, quæ maxime refracta esset, violaceam videri; quæ minime, rubeam; partesq; medias ex ordine, cæruleas, virides, & flavas. Idem plane eveniebat, quum per Prisma e lumine Solis remotum, foramen splendore nubium solummodo illuminatum inspicerem. Et tamen, si Refractio secundum Unam certam (uti vulgo existimatur) Sinuum Incidentiæ & Refractionis Proportionem, regulariter efficeretur; Refractam istam Foraminis Imaginem, omnino rotundam apparere oportuisset.

Ex his itaq; duobus Experimentis apparet, in similibus plane Incidentiis notabilem esse Refractionum inæqualitatem. Verum Unde tandem hæc oriatur inæqualitas; utrum ex eo, quod Radiorum Incidentium alii Magis refringantur, alii Minus; idq; certa aliqua ac constanti ratione; an vero Casu hæc omnia eveniant; an ex eo denique, quod unus idemq; radius Refractione conturbetur, discutiatur, dilatetur, & diffissus quodammodo in multos divergentes radios diffundatur; in qua sententia erat *Grimaldus*: Hoc quidem ex Experimentis ante dictis nondum constat; Ex istis autem quæ sequuntur, satis apparebit.

Exper.

Exper. 5. Cum igitur ita mecum cogitarem; ſi Solis Imago, qualem in Tertio ſupra Experimento deſcripſi, in ſpeciem iſtam oblongam producta eſſet, vel Dilatatione cujuſq; radii, vel alia quavis Refractionum inæqualitate tali, quæ poſſet caſu accidere; fore neceſſario, ut eadem oblonga Imago iterum refracta in latus, jam ſecunda iſta dilatatione radiorum, aut quæcunq; fuiſſet fortuita illa Refractionum jam in Latus factarum inæqualitas, in Latitudinem æque, atq; ante in Longitudinem, extenderetur: Cum hæc, inquam, mecum cogitarem; ſuccurrit ut experirer, quis eſſet futurus ſecundæ hujuſmodi Refractionis effectus. Hunc itaque in finem, omnibus eodem modo atq; in Tertio Experimento diſpoſitis, Priſma alterum proxime poſt primum Situ Tranſverſo appoſui, quod Solis Luminis radium, ſibi e primo Priſmate incidentem, denuo refringeret. A primo Priſmate hic radius refringebatur ſurſum verſus; a ſecundo, in Latus. Eventus autem Experimenti is erat, ut ſecundi Priſmatis Refractione Latitudo Imaginis nihil plane augeretur; ſuperior autem ipſius pars, quæ in primo Priſmate maximam paſſa eſſet Refractionem, coloremq; violaceum & cæruleum exhibuiſſet, eadem in ſecundo Priſmate majorem iterum Refractionem pateretur, quam inferior ejus pars quæ rubea atq; flava viſa fuerat: Hocq; ſine ulla Dilatatione Imaginis, in Latitudinem.

Illuſtratio. Sit S, Sol; F, Foramen in feneſtra; A B C, Priſma primum; D H, Priſma ſecundum; Y, rotunda Imago Solis, directo Luminis radio, cum nullum interpoſitum ſit Priſma, in parietem projecta; P T, oblonga Solis Imago, quam radius per primum ſolum Priſma tranſmiſſus, antequam Priſma ſecundum apponatur, exhibeat; *p t* autem, Imago ea, quæ tranſverſis *Fig*. 14.

 amborum

amborum Prismatum Refractionibus effecta sit. Jam si Radii, qui ad diversa rotundæ Imaginis Y puncta tendunt, dilatati Refractione primi Prismatis ita diffunderentur, ut deinceps non in singulis lineis ad singula puncta proficiscerentur, sed singuli radii diffissi atque discussi, jam e radiis linearibus in totidem Superficies radiorum a puncto Refractionis divergentium, & in eadem cum Incidentiæ & Refractionis Angulis planitie jacentium, commutati essent; adeo ut in istis planitiebus, ad totidem Lineas fere ab uno extremo Imaginis P T ad alterum protensas, singuli ferrentur; eaq; Causa esset, quamobrem Imago oblonga fiat: Si hæc, inquam, ita se haberent; Utiq; iidem Radii, eorumq; singulæ partes, ad diversa Imaginis P T puncta tendentes, iterum jam transversa Prismatis secundi Refractione dilatari deberent, atq; in Latus diffundi; adeo ut Imaginem quadratam, qualis ad $\pi\tau$ depicta est, exhibituri essent. Quod ut melius atq; facilius intelligatur; distingue Imaginem P T in quinque æquales partes, PQK, QKRL, LRSM, MSUN, NUT. Et qua irregularitate Lumen rotundum Y, refractione primi Prismatis dilatatum, producatur in Imaginem oblongam P T: eadem ratione Lumen PQK, quod spatio tum Longitudine tum Latitudine simili plane, atq; ipsum Y, continetur; refractione secundi Prismatis dilatari debebit, & in Imaginem oblongam $\pi q k p$ produci: Lumen KQRL itidem, in imaginem oblongam $k q r l$; & Lumina LRSM, MSUN, NUT, in totidem alias imagines oblongas, $l r s m$, $m s u n$, $n u t \tau$, producantur oportebit: Quæ quidem omnes imagines oblongæ, imaginem quadratam $\pi\tau$ conficerent. Atq; hæc quidem ita se haberent necessario; si singuli radii Refractione dilatati, in totidem triangulas radiorum a puncto Refractionis divergentium

gentium Superficies diffunderentur. Etenim ſecunda Refractione Radii in unam partem æque diffunderentur neceſſe eſt, ac prima Refractione erant diffuſi in alteram; eoq; pacto Imago Refractione ſecunda in Latitudinem æque dilataretur, ac prima dilatata erat in Longitudinem. Hocq; idem omnino accidere deberet, ſiquo Caſu fortuito radiorum alii magis, alii minus, refringerentur. Verum enimvero Res ipſa longe aliter ſe habet. Nam Priſmatis ſecundi Refractione Imago P T, non latior facta eſt, ſed obliqua ſolummodo; quomodo ad *p t* depicta eſt; Superiori ipſius Extremo P refractione longius tranſlato, quam inferiori extremo T. Itaq; id Luminis, quod ad Imaginis Superius Extremum P ferebatur, in ſecundo Priſmate (poſitis æqualibus Incidentiis) magis Refringebatur, quam id quod ferebatur ad Inferius Extremum T: Hoc eſt; Radii qui erant colore cæruleo & violaceo, plus Refringebantur, quam qui rubeo erant & flavo; Ac proinde magis Refrangibiles erant. Iſtud idem Lumen, Refractione prioris Priſmatis, longius, quam reliquum Lumen, a loco Y, quo ante Refringendum tendebat, tranſlatum fuerat. Quare id tam in Primo Priſmate, quam in Secundo, majorem ſubierat Refractionem; Et conſequenter plus, quam Reliquum Lumen, Refrangibile erat, etiam ante quam in primum Priſma incideret.

Aliquando poſt ſecundum Priſma, tertium appoſui, vel etiam quartum; quibus Imago ſæpius refringeretur in Latus. Verum horum omnium Experimentorum is Unus erat Exitus, ut qui Radii in primo Priſmate plus quam reliqui Refringebantur, iidem in reliquis Priſmatibus plus itidem Refringerentur: idq; ſine ulla Imaginis Dilatatione in Latus. Quamobrem iſti Radii, eo quod certa ac conſtanti ratione plus quam reliqui Refrin-

fringantur, merito appellari possunt *Magis Refrangibiles.*

Fig. 15. Sed ut hoc Experimentum quo spectet, clarius appareat; concipiendum est radios, qui sint æque Refrangibiles, eos omnes in Circulum unum incidere, qui Solis globo respondeat. Id enim jam ante in tertio Experimento probavimus. Circulum autem cum dico, non id hic ita intelligendum velim, ac si circulum perfectum & Geometricum dicerem: Sed figuram quamlibet orbicam intelligo, cujus longitudo ac latitudo sint inter se æquales, quæq; ad Sensum possit Circulus videri. Sit igitur A G Circulus, quem Radii maxime Refrangibiles, quotquot e toto Solis globo fluunt, unum universi, si soli essent, illuminarent & in opposito pariete depingerent: Similiter E L, Circulus quem universi Radii minime Refrangibiles, si & ipsi itidem soli essent, eodem modo illuminarent: Deniq; B H, C I, D K, Circuli quos totidem media radiorum genera super parietem Ordine depingerent, si suo singula ordine, interceptis reliquis omnibus, e Sole propagarentur. Finge porro alios innumeros circulos interjectos, quos alia innumera media Radiorum genera suo singula ordine in Pariete depingerent, si seorsum e Sole singula ordine emitterentur. Et, quoniam revera hæc omnia Radiorum genera e Sole simul emittuntur, liquebit necessum fore, ut ea omnia uno eodemq; tempore emissa, innumeros circulos inter se æquales illuminent atq; depingant; ex quibus Universis, in ordinem continuum pro sua cujusq; Refrangibilitate collocatis, Imago ista oblonga P T, quam ante in tertio Experimento descripsimus, composita sit.

Fig. 14. & 15. Quod si jam ita comparata esset rotunda illa Solis Imago Y, quæ a radio Luminis nondum refracto depingitur; ut vel dilatatione aliqua Radiorum singulorum, vel alia qua-

quavis fortuita in priori Prifmate Refractionis inæqualitate, produceretur in oblongam iftam Imaginem P T: Utiq; eadem ratione, finguli iftius Imaginis Circuli A G, B H, C I, &c, tranfverfa fecundi Prifmatis Refractione radios iterum dilatante aut quovis alio modo (ut prius) difpergente, deberent fimiliter protendi & in figuram oblongam immutari: Quo pacto Imago P T jam in Latitudinem æque extenderetur, ac Imago Y Refractione primi Prifmatis producta erat ante in Longitudinem: Et confequenter Refractionibus amborum Prifmatum, omnino effingi deberet Imago quadrata, qualem ante defcripfi, *p π t τ*. Cum igitur e contrario, Latitudo Imaginis P T non augeatur Refractione ea quæ fit in Latus; Liquet radios ea refractione non diffindi, nec dilatari, nec ulla alia ratione, quæ poffit Cafu accidere, difpergi; fed unumquemq; Circulum regulari & uniformi Refractione, integrum alio transferri; exempli gratia, Circulum A G Refractione maxima transferri ad *a g*; Circulum B H, refractione minori, ad *b h*; Circulum C I, refractione adhuc minori, ad *c i*; & reliquos fimili proportione: Atq; hoc pacto novam Imaginem *p t*, ad priorem P T aliquantum inclinatam, ex circulis fimiliter in recta linea ordine difpofitis componi: Quos quidem circulos, eadem effe magnitudine, atq; primos, neceffe eft; quia latitudines omnium Imaginum, Y, P T, & *p t*, quando æqualibus intervallis a Prifmatibus diftant, funt inter fe æquales.

Obfervabam præterea, ex latitudine foraminis F, per quod Lumen in Cubiculum tenebricofum tranfmittitur, Penumbram oriri in Circuitu Imaginis Y; eamque Penumbram, in rectilineis Imaginum P T & *p t* lateribus, ufq; manere. Collocavi igitur in ifto foramine Lentem, five Vitrum Objectivum Telefcopii; quod Solis Imaginem

nem diſtincte ſine ulla Penumbra in Y projiceret. Ex quo effectum eſt, ut ea etiam Penumbra, quæ rectilineis Imaginum oblongarum P T & *p t* lateribus adhæſerat, penitus ſublata fuerit; eaq; latera tam diſtinctis terminis definita apparerent, quam ipſe primæ Imaginis Y Circuitus. Atq; hæc quidem ita ſe habebunt, ſi Vitrum, ex quo Priſmata conſtant, Venulis ſit immune; Priſmatumq; facies accurate planæ ſint, & perpolitæ; ſine raſuris iſtis undatim curvis, quæ innumeræ ex parvis foraminibus ab arena reſtantibus, & ſtanni uſti politura detritis aliquantulum ac complanatis, oriri ſolent. Quinimo, ſi Vitrum politum ſolummodo, & Venulis immune; facies autem Priſmatum non accurate planæ ſint, ſed, ut fit, convexæ aliquantulum aut concavæ; nihilo tamen minus fieri poteſt, ut tres iſtæ Imagines Y, P T, & *p t*, Penumbris careant: At non in æqualibus a Priſmatibus diſtantiis. Jam vero ex eo, quod nullæ Penumbræ apparerent, hoc certo certius colligebam; Circulorum ante dictorum unumquemque, admodum regulari aliqua, uniformi, & certa ac conſtanti Ratione refractum fuiſſe. Nam ſi fortuita ulla Refractionis fuiſſet inæqualitas; utiq; nullo modo fieri potuiſſet, ut lineæ rectæ A E & G L, quas ſinguli Imaginis P T Circuli tangunt, transferrentur ea Refractione in lineas *a e* & *g l*, quæ ipſæ uſq; diſtinctæ & rectæ æque forent, ac fuerant priores A E & G L: ſed omnino in iſtis lineis e loco in locum tranſlatis, Penumbra quædam aut Curvatura undulata, aut alia aliqua manifeſta Perturbatio, neceſſario oriretur; contra quam Experientia compertum eſt. Quamcunq; Penumbram aut Perturbationem tranſverſa Priſmatis ſecundi Refractio forte in Circulis, ex quibus Imago compoſita eſt, effecerit; ea omnis Penumbra aut Perturbatio, in lineis rectis *a e*

&

& $g\,l$, quas isti Circuli tangunt, conspiceretur necesse est. Quamobrem, cum in istis lineis rectis nulla sit hujusmodi Penumbra aut Perturbatio; utiq; nec in ipsis Circulis ulla est. Cum intervallum, quo istæ Tangentes inter se distant, hoc est, Latitudo Imaginis, Refractionibus non augeatur; Consequens est, neq; Circulorum diametros auctas esse. Cum istæ Tangentes, adhuc lineæ rectæ sint; utiq; singuli Circuli qui a priori Prismate magis minusve refracti fuerint, iidem accurate eadem proportione magis minusve refracti sunt a secundo. Deniq; cum hæc omnia adhuc eodem modo eveniant, si usq; tertio vel etiam quarto adjecto Prismate, radii iterum atq; iterum refringantur in Latus; Liquet radios unius ejusdemq; Circuli, universos inter se Homogeneos esse; eorumq; Refrangibilitatem semper unius modi esse, suiq; plane consimilem; Radios autem diversorum Circulorum, Refrangibilitate inter se differre; idque certa aliqua ac constanti Proportione. Quod erat mihi comprobandum.

Restat adhuc unum alterumve hujus Experimenti adjunctum, quo id adhuc clarius certiusq; effici possit. *Fig.* 16. Collocetur secundum Prisma D H, non proxime post primum, sed interjecto aliquo intervallo; puta in medio Spatii, quod primum Prisma & Parietem, quo oblonga Imago P T excipiatur, interjacet: Adeo ut Lumen e primo Prismate incidat in secundum jam oblonga facta imago $\pi\,\tau$, huic secundo Prismati parallela; indeq; refringatur in Latus, ut imaginem oblongam $p\,t$ super Parietem depingat. His enim ita dispositis, invenies, ut prius, Imaginem $p\,t$ Inclinatam aliquantum ad eam Imaginem P T, quam primum solum Prisma, sublato secundo, exhibet: Etenim cæruleæ ipsorum extremitates P & p longius inter se distabunt, quam extremi-

tates rubeæ T & *t*: Et consequenter, qui radii maximam in primo Prismate refractionem passi, ad cæruleum extremum π Imaginis $\pi\tau$ proficiscuntur; eosdem iterum in secundo Prismate, plus quam reliquos, refractos observabis.

Fig. 17. Rem eandem iterum hoc modo expertus sum: Per duo parva rotunda foramina F & φ in fenestræ operculo pertusa, Lumen Solis in cubiculum tenebricosum immisi; appositisq; ad bina ista foramina Prismatibus singulis A B C & $\alpha\ \beta\ \gamma$ inter se parallelis, binos Luminis radios in oppositum Cubiculi parietem ita refringendo projeci, ut binæ coloratæ Imagines P T & M N in parietem depictæ, interjunctis in directum extremitatibus, in una eademq; linea recta jacerent; extremo rubeo T unius Imaginis, & extremo cæruleo M alterius, se inter se contingentibus. Cum enim bini isti refracti radii, adposito in transversum tertio Prismate D H, iterum refringerentur in Latus; imaginesq; eo pacto in aliam partem parietis transferrentur; puta Imago P T ad *p t*, & Imago M N ad *m n*: Hæ Imagines jam alio translatæ *p t* & *m n*, non amplius interjunctis in directum extremitatibus in una eademque, ut prius, linea recta jacebant; sed disjunctæ erant, & inter se factæ parallelæ: Quippe cæruleum extremum *m* Imaginis *m n*, majori Refractione longius transferebatur e loco suo M T; quam rubeum extremum *t* alterius Imaginis *p t*, ab eodem loco M T. Ex quo efficitur, ut hæc Propositio nullam amplius dubitationem habeat, aut disputandi locum. Porro idem erit Experimenti Exitus, sive tertium Prisma D H proxime post bina priora, sive majori interjecto intervallo, collocetur; ut Lux in binis prioribus Prismatibus refracta, in Tertium incidat vel alba & circularis, vel colorata & oblonga.

Exper.

Exper. 6. Cum in duabus tabulis ligneis tenuioribus, foramina rotunda ; Unciæ lata incidiſſem ; inq; feneſtræ operculo foramen feciſſem multo amplius, per quod largior Solis Luminis radius in Cubiculum tenebricoſum tranſmitteretur: In iſto radio, poſt feneſtræ operculum, Priſma collocavi; quo Lumen in parietem oppoſitum refringeretur: Et proxime poſt iſtud Priſma, tabularum alteram ita erectam ſtatui, ut Luminis refracti pars media per foramen ipſius tranſmitteretur; reliquum autem Lumen ex utraq; parte foraminis interciperetur. Tum, interjecto circiter duodecim pedum intervallo, tabulam alteram ita erexi, ut pars media ejus refracti Luminis, quod per tabulæ prioris foramen tranſmiſſum, in parietem oppoſitum incideret, jam per foramen hujus ſecundæ tabulæ itidem tranſmitteretur; reliquum autem Lumen ex utraq; parte foraminis interceptum, ſuper hac ſecunda tabula coloratam Solis Imaginem depictam exhiberet. Et proxime poſt hanc ſecundam tabulam Priſma alterum collocavi, quo Lumen per hujus foramen tranſmiſſum iterum refringeretur. Deinde ad feneſtram reverſus, Priſmate priori circa Axem ſuum lente hac illac converſo efficiebam, ut Imago in tabula ſecunda depicta ſurſum deorſum ſuper ligno moveretur, quo ſingulæ ipſius partes per tabulæ iſtius foramen ex ordine tranſmiſſæ, in Priſma poſterius inciderent. Quod dum fieret, notavi loca ea in oppoſito pariete, ad quæ id Lumen, poſtquam in ſecundo Priſmate refractum eſſet, ferretur. Et ex Locorum iſtorum differentia, rem ita ſe habere comperi, ut qui radii a primo Priſmate maxime refracti ad cæruleam Imaginis extremitatem ferebantur, iidem iterum a ſecundo Priſmate plus, quam id Luminis quod ad rubeam ejuſdem imaginis extremitatem ferretur, refringerentur. Qua quidem Obſervatione tam

prima Propositio, quam secunda, comprobatur. Hocq; idem contigit, sive Axes duorum Prismatum inter se essent parallelæ, sive tum ad se invicem tum ad Horizontem quovis dato Angulo inclinarentur.

Fig. 18. *Illustratio*. Sit F Foramen majusculum in fenestræ operculo, per quod Solis Lumen transmittatur ad primum Prisma A B C: Incidatq; refractum Lumen, in mediam partem tabulæ D E; istiusq; luminis pars media, in foramen G. Lumen per id foramen transmissum, incidat deinceps in mediam partem secundæ tabulæ *d e*, ibiq; oblongam coloratam Solis imaginem talem, qualem in tertio supra Experimento descripsimus, depingat. Ista imago, converso lente hac illac circa Axem suum Prismate A B C, movebitur sursum deorsum super tabula *d e*; eoq; pacto fieri poterit, ut singulæ ipsius partes per tabulæ illius secundæ foramen *g* ordine transmittantur. Interea aliud Prisma *a b c* post istud foramen *g* collocandum est; quo Lumen per id foramen transmissum, denuo refringatur. His ita dispositis, notavi in opposito pariete loca M & N, in quæ Lumen refractum incideret: Eaq; observatione rem ita se habere comperi, ut dum binæ tabulæ & Prisma secundum fixa immotaq; manerent, ista loca, converso circa Axem suum primo Prismate, assiduo mutarentur. Etenim cum pars inferior ejus Luminis, quod in secundam tabulam *d e* incidebat, transmitteretur per foramen *g*; pergebat ad inferiorem in pariete locum M: Cum autem superior pars ejusdem Luminis, per foramen *g* transmitteretur; pergebat ad superiorem in pariete locum N: Cumq; media aliqua pars ejusdem Luminis per idem foramen transmitteretur; pergebat ad locum aliquem in pariete medium inter M & N. Quoniam foraminum in tabulis positio nihil mutabatur; utiq; Radiorum

orum in secundum Prisma Incidentia, in hisce omnibus casibus una atq; eadem fuit. Attamen una eademque cum esset omnium Incidentia; alii Radiorum magis refringebantur, alii minus. Quiq; in priori Prismate majori Refractione longius e via detorti fuerant; iidem in hoc secundo Prismate iterum magis Refracti sunt: Ac proinde, quum certa ac constanti ratione plus, quam reliqui, refringantur; merito appellari possunt *Magis Refrangibiles*.

Exper. 7. Ad bina foramina in fenestræ operculo, parvo intervallo inter se distantia, Prismata singula apposui; quibus duæ oblongæ & coloratæ Solis Imagines in opposito pariete (quomodo in tertio supra Experimento factum est) depingerentur. Tum ante Parietem, parvo spatio interjecto, chartam longam & exilem, lateribus rectis interq; se parallelis, collocavi: Et tum Prismata tum chartam ita dispostui, ut color rubeus unius Imaginis directo in unam partem dimidiam chartæ incideret, & color violaceus alterius Imaginis directo in alteram partem dimidiam ejusdem Chartæ: Adeo ut Charta ista bicolor videretur, rubea & violacea; simili fere ratione, ac charta illa in Experimentis primo & secundo, quam colore rubeo atq; indico infeceram. Deinde Parietem, qui post Chartam erat, panno nigerrimo obtexi; nequid Luminis inde reflecteretur, quo Experimentum posset interturbari. Quibus ita dispositis; Chartam per tertium Prisma ipsi parallelum inspiciens, observabam dimidiam ipsius partem eam, quæ erat Lumine violaceo illustrata, abruptam majori Refractione, & quasi reliqua charta abscissam videri; Præsertim cum eam e longinquo inspicerem. Cum enim nimis e propinquo inspiciebam; chartæ dimidia non jam penitus inter se disjuncta videbantur, sed angulo uno cohærentia;

tia; ut faciebat charta bicolor in primo Experimento. Quod idem tum quoq; accidebat, cum forte charta uterer nimium lata.

Fig. 19. Interdum, Chartæ loco, filo albo usus sum: Idque, cum per Prisma inspiceretur, in duo fila inter se parallela divisum videbatur: Quomodo in Schemate 19no depictum est; ubi D G repræsentat filum illuminatum lumine violaceo a D ad E, & lumine rubeo ab F ad G; *d e* autem, & *f g*, sunt fili dimidia per Prisma refractione inspecta. Si alterum fili dimidium colore rubeo perpetuo illuminetur, alterum autem Coloribus omnibus ex ordine: (quod facile fieri potest, efficiendo ut, Prismatum altero manente immoto, alterum circa Axem suum convertatur:) jam filum per Prisma ita se inspiciendum exhibebit, ut dimidium ipsius id, quod erat omnibus ex ordine Coloribus illuminandum, quum colore rubeo illuminatum sit, in eadem linea recta cum altero ejusdem dimidio, eiq; in directum appositum videatur; quum autem colore aureo illuminatum sit, tum separari aliquantillum; quum colore flavo illuminatum sit, separari paulo longius; quum colore viridi, adhuc longius; quum cæruleo, adhuc longius; quum indico, etiam adhuc longius; quum violaceo saturo, longissime omnium. Ex quo clarissime apparet, Lumina variorum Colorum varia esse Refrangibilitate: Idq; eo ordine, ut Color rubeus omnium minime Refrangibilis sit, reliqui autem colores, aureus, flavus, viridis, cæruleus, indicus, violaceus, gradatim & ex ordine magis magisq; Refrangibiles. Quo quidem tam prima Propositio, quam secunda, comprobatur.

Fig. 17. Porro, coloratas imagines P T & M N, refractionibus binorum Prismatum in cubiculo tenebricoso depictas, ita disposui, ut interjunctis extremitatibus, quomodo in quinto

quinto supra Experimento expositum est, in directum in eadem linea recta jacerent: Tumq; eas per tertium Prisma Longitudini ipsarum parallelum inspiciens, observabam eas non jam amplius in linea recta inter se continentes, sed plane disruptas videri; quomodo ad *p t* & *m n* depictæ sunt: Quippe violaceum extremum *m* Imaginis *m n*, majori Refractione longius e loco suo priori M T translatum est, quam rubeum extremum *t* alterius Imaginis *p t*.

Alio tempore, duas istas Imagines P T & M N ita disposui, ut, rubeo utriusq; extremo in alterius extremum cæruleum incidente, contrario colorum suorum ordine in unum ambæ conjungerentur; quomodo in oblonga figura P T M N depictæ sunt. Tumq; eas per Prisma D H longitudini ipsarum parallelum inspiciens, observabam eas non jam amplius in unum conjunctas, ut cum nudis oculis aspicerentur, videri; sed tanquam duas inter se diversas imagines *p t* & *m n*, in formam Crucis decussatæ transversas jacere. Ex quo apparet Colorem rubeum unius Imaginis & violaceum alterius, qui ad P N & M T in unum conjuncti fuerant, distractos jam majori Refractione coloris violacei ad *p* & *m* quam rubei ad *n* & *t*, differre inter se Refrangibilitate. *Fig.* 20.

Illuminabam etiam circulum chartaceum album, Luminibus amborum Prismatum intermixtis. Cumq; is colore rubeo unius Imaginis, & violaceo alterius, ita esset illuminatus, ut ex Colorum istorum admixtione totus purpureus videretur; inspiciebam eum per tertium Prisma, primum parvo, dein majori, intervallo interjecto. Et pro eo, ut a charta longius discedebam, Imago ipsius per Prisma inspecta, inæquali duorum Colorum intermixtorum Refractione paulatim distrahebatur; tandemq; in duas distinctas Imagines plane divisa est, alteram

teram

teram rubeam, cæruleam alteram; quarum ea, quæ erat cærulea, longius, quam rubea, ab ipſa charta diſtabat; & conſequenter majorem paſſa fuerat Refractionem. Cum porro Priſmatum in feneſtra poſitorum illud, quo Lumen violaceum in chartam projectum fuerat, ſublatum eſſet; Imago violacea e conſpectu ſe continuo ſubripuit: E contrario, cum alterum Priſma ſublatum eſſet, Imago rubea evanuit. Ex quo apparet duas haſce Imagines nihil aliud fuiſſe, quam Lumina binorum Priſmatum ſuper chartam purpuream primo intermixta, deinde autem inæqualibus ſuis Refractionibus in tertio Priſmate, per quod Charta inſpiceretur, iterum ſeparata. Illud etiam notatu erat digniſſimum: Si Priſmatum, quæ erant ad feneſtram, alterutrum, puta id quo Lumen violaceum in chartam projectum erat, ita circa Axem ſuum converteretur, ut colores ſinguli, Violaceus, Indicus, Cæruleus, Viridis, Flavus, Aureus & Rubeus, ab iſto Priſmate in Chartam ex ordine projicerentur; Imago violacea colorem ſuum congruenter immutabat, ſeq; in Colorem Indicum, Cæruleum, Viridem, Flavum & Rubeum ordine convertebat; & pro eo ut Colorem ſuum mutabat, appropinquabat paulatim ad Imaginem rubeam ab altero Priſmate projectam; donec, quum ipſa tandem rubea itidem evaderet, ambæ in unum plane conjungebantur.

Adhæc, duos circulos chartaceos, parvo admodum intervallo inter ſe diſtantes, ita collocavi, ut in unum eorum, Lumen ex uno Priſmate rubeum; & in alterum, Lumen ex altero Priſmate cæruleum, incideret. Circuli iſti, diametro Uncias ſingulas continebant: Et poſt eos, paries nigro panno obtectus erat; nequid Luminis inde reflecteretur, quo Experimentum poſſet interturbari. Circulos hoc modo illuminatos per Priſma inſpexi ita collo-

collocatum, ut Refractio fieret versus eam partem, ubi circulus rubeus esset positus. Et pedetentim retrocedens, circulos istos pro eo, ac ipse gradum referrem, ad se invicem paulatim appropinquare, tandemque in unum plane coire videbam: Cumq; deinceps adhuc longius recederem, illi in partes contrarias, ac prius, distrahebantur; quippe circulus violaceus majori Refractione rubeum prætervectus, etiam ulterius ferebatur.

Exper. 8. Tempore æstivo, cum Lumen Solis fortissimum esse solet, Prisma ad fenestræ operculi foramen, sicuti in tertio ante Experimento feceram, collocavi; ita tamen, ut Axis Prismatis parallelus esset Axi Terræ: Et ad oppositum Parietem, in Refracto Solis Lumine, Librum apertum statui. Tum intervallo sex pedum duarumq; unciarum a Libro, Lentem supra memoratam erexi; qua Lumen a Libro reflexum, simili iterum sex pedum duarumque unciarum intervallo ultra Lentem in unum colligeretur; ibiq; Libri Imaginem super chartæ albæ plagula sic, quomodo fere in secundo supra Experimento factum est, depingeret. Quibus ita dispositis; Lenteq; ac Libro, ne loco moverentur, fixis; notavi accurate quo in loco chartæ albæ plagula tum esset posita, cum literæ in Libro impressæ, rubeo intensissimo Solaris Imaginis in librum incidentis lumine illustratæ, sui Imagines super charta ista quam distinctissime depictas exhiberent. Deinde expectans, donec Motu Solis, & consequenter Motu Imaginis libro exceptæ, Colores omnes a rubeo illo ad usq; medium cæruleum super literas easdem transirent: Cum literas istas colore cæruleo viderem illuminatas; notavi iterum quo in loco charta alba jam posita esset, quum Literæ cæruleo Lumine illustratæ, sui imagines super eandem

 quam

quam distinctissimas depingerent: Invenique Chartam jam Unciarum circiter $2\frac{1}{2}$ aut $2\frac{3}{4}$ intervallo, propius, quam ante, a Lente abesse. Quare eo intervallo, quod est Unciarum $2\frac{1}{2}$ aut $2\frac{3}{4}$, Lumen id, quod erat violaceum Imaginis Extremum, citius propter majorem Refractionem, quam id quod erat rubeum ejusdem Extremum, coactum & in unum collectum est. Verum in hoc Experimento capiendo, id præcipue mihi agendum duxi, ut cubiculum quam posset maxime tenebricosum esset factum. Si enim adventitii ullius Luminis admixtione, Colores isti languidiores dilutioresq; fiant; jam minori intervallo inter se distabunt Foci ante dicti. In secundo Experimento, ubi Colores ii adhibebantur, qui erant Corporum Naturalium; horum Focorum intervallum, propter Colorum istorum imperfectionem, sesqui-unciam non excedebat. In hocce autem Experimento, ubi Colores Prismatis adhibebam, qui manifesto largiores, clariores, & saturatiores sunt, quam Colores corporum Naturalium; id intervallum, erat Unciarum $2\frac{3}{4}$. Quod si adhuc largiores vividioresq; Colores adhiberi possent; nihil dubito, quin id intervallum multo adhuc majus esset futurum. Etenim coloratum Prismatis Lumen, cum propter Circulorum supra in secundo Experimenti quinti Schemate descriptorum permixtionem, tum propter Luminis Nubium prope Solem clariorum se plerunq; intrudentis accessionem, radiosq; insuper fortuitis facierum Prismatis inæqualitatibus undiq; dispersos & coloribus sese intermiscentes; propter has, inquam, causas, coloratum Prismatis Lumen adeo erat compositum, ut Colorum istorum fuscorum nubilorumque, Indici & Violacei, Imagines super charta depictæ, debiliores minusq; distinctæ fuerint, quam ut satis accurate observari possent.

Ex-

Exper. 9. Prisma, cujus bini Anguli ad Basim æquales inter se semirectiq; essent, tertius autem rectus; collocavi in Solis Luminis radio per fenestræ operculi foramen, sicuti in tertio supra Experimento dictum est, in Cubiculum tenebricosum transmisso. Conversoq; lente circa Axem suum Prismate, donec id omne Lumen, quod initio per alterum Angulorum ejus transmissum in eoq; Refractum fuerat, mox a Basi, qua usq; adhuc e vitro exierat, Reflecti cæperit; Observabam radios, qui maxime Refracti fuissent, eosdem citius quam reliquos Reflecti. Quocirca mecum ita reputabam; Radiorum Reflexi Luminis, qui maxime essent Refrangibiles, eos omnium primos totali Reflexione copiosiores in isto Lumine quam reliquos adesse; reliquos autem deinceps, totali itidem Reflexione, æque, ac hos, copiosos Reflecti. Ut hoc, utrum ita se haberet, necne, Experirer; Lumen Reflexum per aliud deinceps Prisma ita trajeci, ut in eo Refractum, incideret deinde in chartæ albæ plagulam post id Prisma interjecto aliquo intervallo collocatam, ibique, ut solet, colores Refractione depingeret. Tum converso circa Axem suum, uti supra dictum est, priori Prismate; Rem ita se habere comperi, ut cum Radii illi, qui in isto priori Prismate maxime Refracti fuissent, cæruleiq; & violacei visi essent, ex toto Reflecti cæperint; lumen super charta cæruleum & violaceum, quod itidem in secundo Prismate maxime Refractum fuerat, manifesto plus augeri videretur, quam rubeum & flavum quod minus Refractum fuerat: Et deinde, cum reliquum Lumen, quod erat viride, flavum, & rubeum, cæperit in primo Prismate in totum Reflecti; lumen itidem eorundem colorum super charta, accessionem sibi faceret non minorem, quam ante sibi fecissent cæruleum & violaceum. Ex quo apparet,

Radium iſtum Luminis, Baſi Priſmatis reflexum, quum primo Radiorum maxime Refrangibilium, & deinde eorum qui fuerint minus Refrangibiles acceſſione auctus ſit, utiq; Compoſitum eſſe ex Radiis diverſe Refrangibilibus. Tale autem omne Reflexum Lumen, quin ejuſdem plane naturæ ſit ac id quod directo e Sole fluxerat antequam in Baſin Priſmatis incideret, nemo eſt qui dubitet: Quippe in eo fere Omnes conveniunt, Lumen iſtiuſmodi Reflexionibus nullam omnino Modificationum ſuarum Proprietatumve ſubire Immutationem. Refractionum, quæ in faciebus prioris Priſmatis fieri potuiſſent, nullam hic mentionem habeo; Quia Radii in priorem faciem ad perpendiculum ingreſſi, & ad perpendiculum itidem egreſſi e ſecunda, non fuerunt Refracti. Cum igitur Solis Lumen Incidens, ejuſdem plane generis ejuſdemq; naturæ ſit, ac Lumen e Priſmate poſt Reflexionem Emergens; Lumenq; Emergens,e radiis diverſe Refrangibilibus manifeſto compoſitum ſit; Utiq; efficitur, ut Lumen Incidens ſimiliter Compoſitum fuerit.

Fig. 21. *Illuſtratio.* In Schemate 21$^{mo.}$ A B C eſt primum Priſma; B C, ejus Baſis; B & C, Anguli ad Baſim inter ſe æquales, graduum quadragenum quinum; A, Rectangulus ejuſdem Vertex; F M Radius Solis, per foramen F tertia Unciæ parte latum, in Cubiculum tenebricoſum tranſmiſſus; M, Punctum Incidentiæ ipſius in Baſim Priſmatis; M G, Radius minus Refractus; M H, Radius magis Refractus; M N, Radius Luminis a Baſi Reflexus; V X Y alterum Priſma, quo Lumen inter tranſeundum Refringitur; N *t*, Luminis hujuſce pars minus Refracta; & N *p*, ejuſdem pars magis Refracta. Quum primum Priſma A B C convertitur circa Axem ſuum eam in partem, quam denotat ordo literarum A B C; Radii M H magis magiſq; oblique ex iſto Priſmate

mate emergunt, donec, poſtquam qua potuerint ſumma Obliquitate emerſerunt, Reflectuntur tandem ad N; indeque ad *p* pergentes, adjungunt ſe ad radios N *p*. Deinde, continuando Priſmatis primi Motum, Radii M G itidem Reflectuntur ad N; & acceſſionem adferunt ad Radios N *t*. Quare Lumen M N recipit in ſui Compoſitionem, primo radios maxime Refrangibiles, deinde eos etiam qui ſint minus Refrangibiles. Nihilo tamen minus, poſtquam ita Compoſitum ſit, adhuc ejuſdem plane naturæ eſt ac directa Solis Lux F M; Quippe in qua Reflexio Baſis Specularis B C, nullam effecerit mutationem.

Exper. 10. Bina Priſmata, Forma atq; Magnitudine conſimilia, ita colligavi, ut, Axibus Lateribuſque inter ſe ex oppoſito parallelis, Parallelopipedon conficerent. Id Parallelopipedon, in radio Solis per parvum feneſtræ operculi foramen in Cubiculum tenebricoſum tranſmiſſo, interjecto aliquo intervallo, ea poſitione collocavi, qua Priſmatum Axes Radiis Incidentibus objecti eſſent ad perpendiculum; Radiiq; incidentes in primam faciem unius Priſmatis, & tranſmiſſi per binas contiguas facies amborum Priſmatum, emergerent tandem ex ultima facie poſterioris Priſmatis. Hæc ultima facies, cum parallela eſſet primæ faciei prioris Priſmatis, effecit ut Lumen Emergens atq; Incidens inter ſe eſſent parallela. Tum, poſt bina iſta Priſmata, tertium collocavi; quo Lumen e prioribus Emergens refringeretur; eaque demum Refractione Colores, uti fieri ſolet, in oppoſito Pariete, vel ſuper chartæ albæ plagula modico ultra id Priſma intervallo ad excipiendum Lumen refractum collocata, depingerentur. His ita diſpoſitis, Parallelopipedon lente circa Axem ſuum convertebam. Cumque contiguæ binorum Priſmatum facies, radios ſibi incidentes

tes

tes jam adeo oblique exciperent, ut Radii isti in totum Reflecti cœperint: Radii, qui in tertio Prismate maxime Refracti fuerant, chartamq; colore violaceo & cæruleo infecerant; iidem jam omnium primi Reflexione totali e Lumine transmisso tollebantur; dum reliqui adhuc transmitterentur, coloresque, ut antea, Viridem, Flavum, Aureum & Rubeum, in charta depictos exhiberent: Postea autem, continuato binorum Prismatum inter se colligatorum Motu, reliqui itidem Radii Reflexione totali, pro sua cujusq; Refrangibilitate, ordine tollebantur. Itaq; Lumen, quod e binis Prismatibus emersit, Compositum erat ex Radiis diverse Refrangibilibus: Quippe e quo Radii magis Refrangibiles, manentibus adhuc iis qui minus Refrangibiles sint, tolli potuerint. Jam vero id Lumen, cum per parallelas solummodo binorum Prismatum facies trajectum fuerit; siquam ex unius superficiei Refractione mutationem id subjisse fingas; at illam omnem quæcunq; est impressionem, jam ex contraria alterius superficiei Refractione deposuerit oportet; eoq; pacto in pristinum suum statum restitutum esse necesse est; ejusdemq; omnino naturæ, ac antequam in ista Prismata incideret, jam esse factum. Sequitur igitur, id Lumen, etiam antea, æque ac post, quam in Prismata incideret, ex Radiis diverse Refrangibilibus Compositum fuisse.

Fig. 22. *Illustratio.* In Schemate 22do A B C & B C D sunt bina Prismata, in Parallelopipedi formam colligata; Lateribus B C & C B contiguis; Lateribus autem A B & C D inter se parallelis. Et H I K est Tertium Prisma, quo Solis Lumen in Cubiculum tenebricosum per foramen F immissum, & deinceps per binorum Prismatum facies A B, B C, C B & C D trajectum, refringitur demum in O ad Chartam albam P T, super qua partim

ad

ad majori P Refractione, partim ad T minori Refractione, & partim ad R aliaq; media loca Refractionibus intermediis fertur. Jam Convertendo Parallelopipedon A C B D circa Axem suum eam in partem, quam denotat ordo Literarum A, C, D, B: efficietur ut quum Facies contiguæ B C & C B, Radios F M, sibi in M incidentes satis jam oblique excipiant; evanescant continuo e Lumine Refracto O P T, primo Radii maxime Refracti O P,(reliquis O R & O T adhuc,ut prius, manentibus;) deinde Radii O R reliquiq; mediocriter Refracti, & postremo Radii minime omnium Refracti O T. Etenim cum Facies B C Radios sibi incidentes satis jam oblique excipiat; Radii isti inde ex toto Reflecti incipient ad N; idq; ea Lege, ut Radii maxime Refrangibiles omnium primi in totum Reflectantur, (quomodo in Superiori ante Experimento expositum est,) & consequenter primi ad P evanescant necesse sit; Reliqui autem, quo ordine in totum reflectuntur ad N, eodem ordine ad R & T evanescant. Itaq; Radii qui in Prismate O maxime Refringuntur, tolli possunt e Lumine M O, dum reliqui adhuc supersunt: Ac proinde id Lumen M O, Compositum est ex Radiis diverse Refrangibilibus. Et quoniam Facies A B & C D inter se parallelæ sunt; & consequenter æqualibus & contrarias in partes factis Refractionibus suos ipsarum invicem Effectus, quicunq; ii fuerint, destruant retexantq; necesse est: utiq; Lumen Incidens F M necessario ejusdem generis ejusdemq; naturæ erit, ac Lumen Emergens M O; & proinde ipsum itidem ex Radiis Compositum erit diverse Refrangibilibus. Duo ista Lumina F M & M O, antequam Radii maxime Refrangibiles e Lumine Emergente M O separentur, tum Colore tum reliquis omnibus, quantum ego quidem observare potuerim, Proprietatibus inter se

plane

plane conveniunt. Merito igitur ejusdem esse generis ejusdemq; naturæ existimentur: & proinde Ambo consimili ratione sunt Composita. Verum simul ac primum Radii maxime Refrangibiles ex toto Reflecti cœperint, eoq; pacto a Lumine Emergente M O separari; Id Lumen continuo Colorem suum immutat; albumq; cum esset, jam dilutius fit primo & subflavum, deinde aureum, postea rubeum saturatius, & postremo penitus evanescit. Nam postquam Radii maxime Refrangibiles, qui Chartam ad P Colore purpureo infecerant, e Lumine M O totali Reflexione sublati sunt; reliqui Colores super charta ad R & T, permixti in Lumine M O, conficiunt jam in isto Radio colorem subflavum. Cum porro Radii cærulei & ex parte etiam virides, qui super charta inter P & R visi fuerant, sublati sunt; reliqui inter R & T, (hoc est, flavi, aurei, rubei, & viridium nonnulli,) permixti in Lumine M O, conficiunt jam in isto Radio Colorem aureum. Cum denique, reliquis omnibus Reflexione e Lumine M O sublatis, radii minime Refrangibiles, qui ad T colore rubeo saturatiori apparuerant, soli supersunt; horum radiorum jam idem plane Color est in Lumine M O, qui fuerat eorundem super charta in T: Quippe Refractio Prismatis H I K id solummodo effecerit, ut Radii diverse Refrangibiles a se invicem separarentur, nequaquam autem ut Colores ipsorum ullo modo mutarentur; id quod infra uberius comprobabitur. Quibus omnibus Observationibus tam prima Propositio, quam secunda, confirmatur.

Fig. 22. *Scholium.* Si hoc & superius Experimentum in unum conjungantur, adhibendo quartum Prisma V X Y, quo Radius Reflexus M N refringatur ad *t p*; clarius adhuc sequetur id, quod erat inferendum. Etenim hoc pacto id

id Luminis N *p*, quod in quarto Prismate plus quam reliquum Lumen refringitur, clarius & illustrius tum efficietur, cum Lumen O P, quod in tertio Prismate H I K itidem maxime Refractum est, vanescet ad P. Postea autem, cum Lumen minus Refractum O T vanescet ad T, Lumen minus Refractum N *t* similiter augebitur; dum Lumini magis Refracto, quod est ad *p*, nulla amplius adferatur accessio. Et sicut Radius trajectus M O, inter vanescendum semper eum Colorem habet, qui ex Colorum in Chartam P T incidentium permixtione oriri debeat: ita Radius Reflexus M N, semper eum Colorem habebit, qui oriri debeat ex illorum Colorum permixtione, qui incidant in chartam *p t*. Quando enim Radii maxime Refrangibiles e lumine trajecto M O totali Reflexione sublati sunt, indeq; illud Lumen Coloris aurei evadit: nimia radiorum istorum exinde in Lumine Reflexo admixta proportio efficit, non modo ut Colores Violaceus, Indicus, & Cæruleus, qui sunt ad *p*, densiores clarioresq; fiant; verum etiam ut Radius M N, amisso colore illo subflavo, qui est Solis Luminis color, alborem jam induat ad cæruleum accedentem: Qui tamen idem Radius subflavum suum Colorem iterum recuperet, simul ut reliquum Luminis Transmissi M O T itidem Reflectatur.

Quoniam igitur in hac tanta Experimentorum varietate: Sive Lumen adhibeatur Reflexum; idque vel a Corporibus Naturalibus, ut in Experimentis primo & secundo; vel Specularibus, ut in nono: Sive Lumen adhibeatur Refractum; idq; vel antequam Radii inæqualiter Refracti divergendo a se invicem separentur, amissaq; ea qua erant Universi albitudine, suum jam Singuli colorem exhibeant, ut in quinto Experimento; vel postquam a se invicem sepa-

 rati

rati sunt, coloratiq; videntur, ut in sexto, septimo, & octavo: Sive Lumen adhibeatur Trajectum per Superficies inter se parallelas, quæ suos ipsarum Effectus, quicunq; ii sint, invicem retexant; ut in Experimento decimo: Quoniam, inquam, in hisce omnibus Experimentis, semper inveniuntur Radii, qui in iisdem Incidentiis super unum idemq; Medium inæqualiter Refringantur; idq; sine ulla Diffissione aut Dilatatione Radiorum singulorum, ullave Refractionum inæqualitate tali, quæ possit Casu accidere; ut in Experimentis quinto & sexto probavimus: Et quoniam Radii, qui inter se Refrangibilitate differunt, secerni invicem & segregari possunt; idq; vel Refractione, ut in tertio Experimento; vel Reflexione, ut in decimo; Tumq; varia seorsum Radiorum genera, iisdem positis Incidentiis, inæqualiter Refringuntur; quiq; ante Separandum plus cæteris Refringebantur Radii, iidem plus etiam postea Refringuntur, ut in sexto & sequentibus Experimentis; Et, si Solis Lumen per tria plurave Prismata sibi invicem in transversum posita ex ordine Refringatur, qui radii in Primo Prismate plus quam reliqui refracti fuerint, iidem in cæteris quoq; omnibus Prismatibus consimili proportione plus quam reliqui iterum refringentur; ut ex quinto Experimento liquet: Ex his, inquam, omnibus abunde apparet, Solis Lumen Heterogeneam esse Radiorum mixturam, quorum alii magis, alii minus Refrangibiles sint; idq; certa aliqua ac constanti ratione: Quod erat mihi comprobandum.

PROP. III. THEOR. III.

Lumen Solis constat ex Radiis, qui Reflexibilitate inter se differunt: Et qui Radii magis Refrangibiles sunt, iidem quoq; sunt magis Reflexibiles.

Liquet

Liquet hoc ex nono decimoq; Experimentis. In nono enim Experimento, cum Prisma circa Axem suum usq; eo conversum esset, donec Radii intra Prisma, qui in transeundo e Prismate in Aerem adhuc a Basi ejus Refracti fuissent, jam in istam Basim adeo oblique inciderent, ut in totum inde Reflecti cæperint; ii radii omnium primi in totum Reflectebantur, qui ante, iisdem positis omnium Incidentiis, maxime fuerant Refracti. Hocq; idem accidit in Reflexione Radiorum a communi binorum Prismatum Basi, in decimo supra Experimento memorata.

PROP. IV. PROB. I.

Separare a se invicem Heterogeneos Luminis Compositi Radios.

Radii Heterogenei a se invicem quadantenus separati sunt, Refractione Prismatis in tertio Experimento: Et in quinto Experimento, auferendo Penumbram a rectilineis coloratæ imaginis lateribus, ea separatio, in istis ipsis rectilineis Lateribus sive Marginibus Imaginis, perfecta fit. Verum in omni parte Imaginis inter ista rectilinea latera, innumeri illi Circuli in quinto supra Experimento descripti, quorum singuli singulis Radiorum generibus illuminati sunt, se inter se omni ex parte commiscendo efficiunt, ut Lumen satis admodum Compositum sit. Quod si jam Circulorum illorum Diametri, Centrorum Situ atq; Intervallis nihil mutatis, diminui possent; Utique Permixtio ipsorum inter se, & consequenter Radiorum Heterogeneorum mixtura, consimili proportione diminueretur. Sint enim, in Schemate 23°, A G, B H, C I, D K, E L, & F M, Circuli, *Fig.* 23.

G 2 quos

quos totidem Radiorum genera ex uno eodemq; Solis globo fluentia, uti in Tertio supra Experimento dictum est, singula singulos illuminant: Ex quibus omnibus, aliisq; innumeris intermediis ordine continuo inter duo Rectilinea & Parallela oblongæ Solis imaginis P T latera dispositis Circulis, Imago ista, quomodo in quinto supra Experimento exposuimus, Composita est. Sintq; *a g*, *b h*, *c i*, *d k*, *e l*, & *f m*, totidem minores Circuli, ordine consimili inter duas parallelas lineas rectas *a f* & *g m* dispositi; similibus Centrorum suorum intervallis; similibusque, ac majores Circuli, Radiorum generibus illuminati: hoc est, sit circulus *a g* eodem genere radiorum, ac Circulus A G sibi ordine respondens, illuminatus; item circulus *b h* eodem genere radiorum, ac Circulus B H; & similiter singuli circuli *c i*, *d k*, *e l* & *f m* comparate, iisdem generibus radiorum, ac Circuli C I, D K, E L, & F M. Jam in Schemate P T ex Circulis majoribus constante, terni istorum Circulorum, A G, B H, C I, adeo in se invicem diffusi permiscentur, ut tria Radiorum genera quibus Circuli isti illuminati sunt, una cum aliis innumeris Radiorum intermediorum generibus, inter se ad Q R in medio Circuli B H penitus commixta sint: Et consimilis fere per totam Schematis P T Longitudinem invenitur Permixtio Radiorum. Atqui in Schemate *p t* ex circulis minoribus constante, terni minores circuli *a g*, *b h*, *c i*, ternis illis majoribus ordine respondentes, non in se invicem diffunduntur; neq; ulla sui parte in se commixta habent ne bina quidem ex tribus illis radiorum generibus, quibus hi circuli illuminantur, quæq; in altero Schemate P T inter se omnia penitus intermixta sunt ad B H.

Qui igitur Rem hoc modo consideraverit, is facile intelliget, Radiorum Permixtionem eadem proportione di-

diminui, ac Diametros Circulorum. Si, eiſdem manentibus Centrorum intervallis, Diametri Circulorum tribus tantis minores fiant, quam fuerant antea; permixtio Radiorum, itidem tribus tantis minor fiet: Si Circulorum diametri, decies tanto minores fiant; utiq; radiorum permixtio itidem decies tanto minor evadet: Et ſimiliter, in alia omni proportione. Hoc eſt, mixtura Radiorum in majori Schemate P T, ad mixturam eorum in minori *p t*, eam proportionem habebit, quam habet Latitudo majoris Schematis ad Latitudinem minoris. Etenim Latitudines horum Schematum, æquales ſunt Diametris Circulorum. Ex quo facile Conſequens eſt, permixtionem radiorum in refracta imagine *p t*, ad permixtionem radiorum in directo & integro Solis Lumine, eam proportionem habere, quam habet Latitudo iſtius Imaginis ad Differentiam Longitudinis & Latitudinis ſuæ.

Quare, ut Radiorum Permixtionem diminuere poſſimus, diminuendæ ſunt Diametri Circulorum. Hoc autem ita facere poterimus, ſi Solis Diameter, cui iſti Circuli reſpondent, minor reddi queat; vel (quod eodem recidit) ſi Foris inter Priſma & Solem, magno interjecto intervallo, aliquod opacum Corpus ita ſit collocatum, ut, intercepto reliquo omni Solis Lumine, id duntaxat Luminis, quod e medio Solis globo fluit, per parvum rotundum foramen in iſto opaco Corpore tranſmittatur ad Priſma. Etenim hoc pacto, Circuli A G, B H, cæteriq; eis adjuncti, non jam amplius toti Solis globo reſpondebunt; ſed ei ſolummodo ipſius parti, quæ e Priſmate per id foramen cerni poſſit; hoc eſt, apparenti magnitudini foraminis iſtius e Priſmate ſpectati. Verum, quo hi Circuli magis diſtinctè iſti foramini reſpondeant, Lentem inſuper prope Priſma collocatam oportet,

qua

qua foraminis Imago (hoc eſt, unuſquiſq; Circulorum A G, B H, &c,) diſtincte ſuper Chartam P T depingatur; eodem modo ac Lente in feneſtra collocata, Rerum foris objectarum Imagines diſtincte ſuper charta intra Cubiculum depictæ exhiberi ſolent; & quomodo in quinto ſupra Experimento rectilinea oblongæ Solis Imaginis latera diſtincta erant reddita, ac ſine Penumbra. Atq; hoc ſi fiat; jam nihil neceſſe erit ut id foramen longe remotum ſit, ne quidem ultra feneſtram. Quamobrem, loco illius foraminis, foramine in ipſo feneſtræ operculo, quomodo jam infra exponetur, uſus ſum.

Exper 11. In Solis Radio per parvum rotundumque feneſtræ operculi foramen in Cubiculum tenebricoſum immiſſo, Lentem, intervallo circiter decem duodecimve pedum a feneſtra, erexi; qua Foraminis Imago ſuper chartæ albæ plagulam, intervallo ſex, octo, decem, duodecimve Pedum ultra Lentem collocatam, diſtincte depingeretur. Nam pro varia Lentium forma, chartam variis interjectis intervallis, quæ ſingulatim memorare operæ pretium non erit, objiciebam. Deinde, proxime poſt Lentem, Priſma interpoſui; quo Lumen Trajectum Refringeretur vel ſurſum verſus, vel in Latus; eoque pacto Imago rotunda, quam Lens ſola in Chartam projecerat, jam in oblongam Imaginem lateribus inter ſe parallelis definitam, qualem in Tertio ſupra Experimento deſcripſimus, produceretur. Oblongam iſtam Imaginem alia charta, eodem fere, ac prius, interjecto a Priſmate intervallo, excepi. Movebam autem chartam ultro citroq; uſq; eo, donec Charta & Priſma juſto inter ſe ſpatio diſtarent, quo rectilinea Imaginis latera quam maxime diſtincta apparerent. Cum enim hoc accideret; rotundæ Foraminis Imagunculæ, ex quibus iſta
Fig. 23. Imago eodem modo compoſita erat, ac Imago *p t* ex circulis

culis *a g*, *b h*, *c i*, *&c*; terminis maxime distinctis finiebantur sine ulla Penumbra: ideoque in se invicem quam possent minime commiscebantur; & consequenter Radiorum Heterogeneorum permixtio jam omnium minima erat. Hoc pacto, ex rotundis foraminis Imaginibus, quales sunt *a g*, *b h*, *c i*, *&c*, oblongam Imaginem, qualis est *p t*, formare solebam: Et ampliando aut minuendo foramen in fenestræ operculo, efficiebam ut rotundæ Imagines *a g*, *b h*, *c i*, *&c*, ex quibus oblonga ea Imago composita erat, dilatarentur aut contraherentur, ut mihi libitum esset; Indeq; ut Radiorum mixtura in Imagine *p t* tam magna tamve parva esset, quam ipse cuperem. *Fig.* 23. & 24.

Illustratio. In Schemate 24to. F repræsentat rotundum Foramen in fenestræ operculo; M N Lentem, qua Imago istius Foraminis distincte super chartam I depicta exhibetur; A B C Prisma, quo Radii, simul ut e Lente emerserint, refringuntur ab I ad aliam chartam *p t*; ibiq; rotunda Imago I convertitur in oblongam Imaginem *p t*. Ea Imago *p t*, constat ex Circulis in una eademq; linea recta Ordine continuo dispositis; quomodo in quinto supra Experimento satis explicatum est. Qui quidem Circuli, æquales sunt Circulo I; & consequenter Foramini F magnitudine respondent. Quamobrem minuendo id Foramen, hi Circuli, iisdem adhuc manentibus Centrorum intervallis, in quam libuerit parvitatem Contrahi poterunt. Atque hoc quidem pacto effeci, ut Latitudo Imaginis istius *p t*, quadraginta vel etiam sexaginta interdum aut septuaginta partibus superaretur Longitudine sua. Exempli gratia: Si Latitudo Foraminis F, sit $\frac{1}{10}$ Unciæ; & M F, intervallum quo Foramen & Lens inter se distant, sit 12 Pedum; & *p* B aut *p* M, distantia Imaginis *p t* a Prismate aut Lente, *Fig.* 24.

sit

ſit 10 Pedum; & Angulus Refringens Priſmatis, 62 graduum: utiq; Latitudo Imaginis *p t* erit $\frac{1}{12}$ Unciæ, Longitudo autem ejus circiter ſex ipſas Uncias complectetur. Quare Longitudo ejus ad Latitudinem, erit ad 72 ad 1: & conſequenter Lumen hujus Imaginis ſemel & ſeptuagies tanto, quam directum Solis Lumen, minus erit Compoſitum. Hujuſmodi autem Lumen, ſatis quidem Simplex & Homogeneum æſtimari poſſit, ad omnia Experimenta quæ in hoc Libello circa Lumen Simplex verſari videantur. Etenim adeo puſillum eſt quod in hoc Lumine admixtum ſit Radiorum Heterogeneorum, ut ſenſu percipi vix poſſit: Niſi forte in Coloribus Indico & Violaceo; quibus, ut ſunt Colorum fuſciores, perpaululum id quoquoverſus diſperſi Luminis, quod Priſmatis inæqualitatibus irregulariter Refringi ſolet, facile aliquam immutationem adferre queat.

Attamen, loco rotundi foraminis F, melius adhiberi poterit foramen oblongum, forma oblongi Parallelogrammi, cujus Longitudo parallela ſit Priſmati A B C. Si enim hujuſmodi Foramen, longum ſit Uncia una aut duabus; latum autem $\frac{1}{10}$ ſolummodo aut $\frac{1}{20}$ Unciæ, aut etiam minus eo: Lumen Imaginis *p t* æque, vel etiam magis, quam in priori Caſu, Simplex erit; ſimulque Imago Latior multo, & proinde ad Experimenta aptior.

Porro, foraminis hujuſce parallelogrammi loco, adhiberi poterit foramen triangulum, binis lateribus inter ſe æqualibus; cujus Baſis, exempli gratia, ſit circiter $\frac{1}{10}$ Unciæ; altitudo autem, Uncia una aut plus eo. Etenim hoc pacto, ſi Priſmatis Axis ſit parallelus ad Trianguli perpendicularem, Imago *p t* jam compoſita

Fig. 25. erit ex triangulis æquicruris *a g*, *b h*, *c i*, *d k*, *e l*, *f m*, *&c*, aliiſq; innumeris intermediis triangulis, foramini

mini triangulari Forma & Magnitudine reſpondentibus, & inter duas lineas parallelas *a f* & *g m* ordine continuo diſpoſitis. Quæ quidem Triangula a Baſibus ſuis nonnihil inter ſe commixta erunt; a Verticibus autem, nequaquam. Quare Lumen a clariori latere imaginis *a f*, ubi Triangulorum Baſes ſitæ ſunt, erit quidem aliquantum Compoſitum; a latere obſcuriori autem *g m*, plane Simpliciſſimum; & in omni parte imaginis inter iſta latera, pro eo ut a latere obſcuriori *g m* diſtet, magis minuſve Compoſitum. Atq; talem quidem Imaginem *p t*, ubi ſemel comparaveris; varia Experimenta capere licebit, vel in Clariori ac minus Simplici ipſius Lumine a latere *a f*, vel in Obſcuriori ac Simpliciori Lumine a latere *g m*, ut libitum fuerit.

Verum in hujuſmodi Experimentis capiundis, id omnino agendum eſt, ut Cubiculum quam poſſit maxime tenebricoſum fiat; nequid Luminis ſeſe Imaginis *p t* Lumini extrinſecus admiſcens, Compoſitum id reddat: Et præſertim, ſi Experimenta capiunda ſunt in ſimpliciori iſto Lumine, quod eſt a latere *g m*; Quod, cum debilius languidiuſq; ſit, utiq; minorem proportionem habebit ad Lumen extrinſecus adveniens, & proinde admixtione iſtius Luminis magis interturbabitur Compoſitumq; reddetur. Oportet etiam ut Lens ſit bona, qualis in Conſpicillis tubulatis adhiberi ſolet: Inſuper ut Priſma ſit Angulo largiori, puta 70 graduum; beneq; factum, ex Vitro bullis venuliſq; immuni, & Faciebus non, ut fit, convexis aliquantum aut concavis, ſed accurate planis: Item ut ſumma cum cura perpolitum ſit, quomodo Vitra ad Conſpicilla tubulata poliuntur; non autem, uti vulgo fit, ſtanno uſto ſolummodo leviter defrictum; quo, cum foraminum ab arena reſtantium margines detriti ſint, Vitri Facies adhuc innumeris per-

parvis lævibusq; prominentiis aliquantillum convexis undatim crispa manet. Præterea, Prismatis Acies angulatæ, Lentisque extremitates, quatenus irregularem aliquam Refractionem efficere possint, charta nigra adglutinata obtegi debent. Radiiq; Solaris in Cubiculum transmissi Lumen id omne, quod ad Experimentum erit inutile, charta nigra aliove aliquo nigro objecto corpore omnino intercipiendum est. Alioqui enim Lumen id inutile, quaquaversus in Cubiculo reflexum, immiscebit sese Imagini oblongæ, eamq; nonnihil interturbabit. Cæterum ad hæc Experimenta non equidem prorsus necessariam esse dixerim tantam, quantam in præsenti imperasse videar, diligentiam: Quanquam ad id sane, ut feliciter procedant Experimenta, permultum conferet; ideoq; siquis accuratius & curiosius Naturam Speculari velit, is certe tantam diligentiam non sine fructu uberiori adhibebit. Verum enimvero Prismata ex Vitro Solida, quæ hujusmodi Experimentis capiendis satis idonea sint, comparare perdifficile est: Quamobrem Ipse Vasis ex Speculorum confractorum partibus in Formam Prismatum, conclusa intus aqua pluvia, compactis, nonnunquam usus sum: Et ad augendam Refractionem, aquam interdum *Saccharo Saturni* copiose imbuebam.

PROP. V. THEOR. IV.

Lumen Homogeneum regulariter, sine ulla Dilatatione, Diffissione, aut Discussione Radiorum, Refringitur: Et confusior Objectorum Lumine Heterogeneo per Corpora Refringentia visorum Aspectus, oritur ex diversa Refrangibilitate Radiorum diversorum Generum.

Prima

Prima pars hujus Propositionis jam ante in quinto Experimento satis comprobata fuit; & ex his, quæ sequuntur, Experimentis amplius manifesta fiet.

Exper. 12. Chartam nigram, in qua foramen rotundum erat diametro circiter quintam aut sextam Unciæ partem longa, ita collocavi, ut ea Imaginem ex Lumine Homogeneo talem, qualem in præcedente Propositione descripsimus, sic exciperet, ut Luminis pars aliqua per foramen ipsius transmitteretur. Dein Luminis partem eam, quæ per chartæ foramen transmissa esset, Prismate post istam chartam collocato ita refregi, ut deinceps in chartam albam, interjecto duorum triumve pedum intervallo, ad perpendiculum incideret. Quibus ita dispositis, observavi Imaginem super charta alba Refractione Luminis illius Homogenei depictam, non jam oblongam esse, ut cum (in tertio Experimento) Luminis Solaris Compositi Refractione depingeretur; sed, (quantum oculis quidem judicare potuerim,) longitudine & latitudine inter se æqualibus, plane rotundam. Ex quo apparet, hoc Lumen regulariter Refractum esse, sine ulla Dilatatione Radiorum.

Exper. 13. In Lumine Homogeneo Circulum chartaceum, diametro $\frac{1}{4}$ Unciæ longa, collocavi; & in albo Heterogeneo Solis Lumine nondum refracto, alium circulum chartaceum, eadem magnitudine, similiter posui. Tum, interjecto aliquot Pedum intervallo, utrumque horum circulorum per Prisma oculis admotum inspexi. Circulus is,qui Heterogeneo Solis lumine illuminabatur, oblongus valde, sicuti in quarto Experimento, videbatur; adeo ut Latitudo ejus multis partibus superaretur Longitudine sua: Circulus autem is, qui Lumine Homogeneo illuminabatur, plane rotundus videbatur, & distinctis terminis definitus; ut quum nudis oculis inspi-

ceretur. Quo Experimento utraq; pars hujus Propositionis comprobatur.

Exper. 14. Cum Muſcas aliaq; id genus minuta corpora, in Homogeneo Lumine collocata, per Priſina inſpicerem; partes ipſorum videbam tam diſtinƈte definitas, ac ſi nudis ea oculis aſpexiſſem. Cum autem eadem corpora, in albo Heterogeneo Solis Lumine nondum refraƈto collocata, per Priſma ſimiliter inſpicerem; valde confuſis terminis definita videbantur; adeo ut minutiores ipſorum partes diſcernere & internoſcere haud potuerim. Similiter cum literulas minutiores libro impreſſas, primo in Lumine Homogeneo, deinde in Heterogeneo collocatas, per Priſma inſpicerem; in poſteriori Lumine tam confuſæ tamq; indiſtinƈtæ videbantur, ut legi non poſſent; in priori autem adeo diſtinƈtæ, ut & facillime legi poſſent, & plane nihilo minus diſtinƈte cerni, quam ſi nudis oculis aſpicerentur. In utroq; Caſu eaſdem res objeƈtas, eodem Situ poſitas, per idem Priſma, & eodem intervallo interjeƈto, conſpicatus ſum. Nihil quicquam prorſus inter ſe differebant, niſi quod Lumine diverſo illuminabantur; quod quidem Lumen uno in caſu Simplex erat, in altero Compoſitum. Quare corpora iſta objeƈta, quamobrem in priori caſu tam diſtinƈte, in poſteriori tam confuſe cernerentur, nihil aliud plane in cauſa eſſe potuit, præter Luminum ſolummodo differentiam. Quo itidem tota Propoſitio comprobatur.

Porro in tribus hiſce Experimentis, id etiam notatu erat digniſſimum; Homogenei Luminis Colorem, Refraƈtione nihil fuiſſe immutatum.

PROP.

PROP. VI. THEOR. V.

Sinus Incidentiæ cujusq; Radii seorsum, est ad Sinum Refractionis suæ in data Ratione.

Unumquemque Radium seorsum, certa ac Constanti aliqua ratione Refrangibilem esse; ex iis quæ dicta sunt, satis est manifestum. Qui Radii in prima Refractione, iisdem positis omnium Incidentiis, maxime Refringuntur; ii in sequentibus itidem Refractionibus, iisdem positis Incidentiis, iterum maxime Refringuntur: Similiq; ratione Radii minime Refrangibiles, & quicunq; sunt medio aliquo Refrangibilitatis gradu; uti ex 5to, 6to, 7mo, 8vo, & 9no Experimentis liquet. Porro qui radii in prima Refractione, iisdem positis omnium Incidentiis, æqualiter Refringuntur; ii iterum, iisdem positis Incidentiis, æqualiter & uniformiter Refringuntur: Idq; sive refringantur antequam a se invicem separati fuerint, ut in quinto Experimento; sive postquam separati fuerint, ut in Experimentis 12mo, 13°, & 14to. Itaq; Refractio cujusq; Radii seorsum, fit ad certam aliquam constantemq; regulam: Ea autem regula quæ sit, restat ut jam deinceps ostendamus.

Nuperi de rebus Opticis Scriptores docent, Sinus Incidentiæ ad Sinus Refractionis esse in data Proportione; uti in quinto Axiomate expositum est: Et nonnulli Instrumentis ad Refractiones Mensurandas, aut alia aliqua ratione hanc Proportionem Experimentis computantes, asseruerunt se eam invenisse accuratam. Verum dum illi, nondum intellecta diversa Radiorum diversorum Refrangibilitate, crediderunt radios una eademq; proportione refringi universos; Existimandum est, eos men-

menſuras ſuas ad partem mediam ſolummodo Luminis refracti accommodaſſe: Adeo ut ex illorum Menſuris hoc ſolum concludi poſſit; radios, qui ſunt medio Refrangibilitatis gradu; hoc eſt, qui, cum a reliquis ſeparati ſint, virides videntur; eos in data Sinuum proportione refringi. Reliquos autem omnes, itidem ſecundum datas Sinuum Proportiones refringi; id nobis jam reſtat comprobandum. Equidem, rem ita ſe habere debere, admodum eſt credibile & rationi conſentaneum; quandoquidem Natura ſemper eſt ſui ſimilis. Verum Probatio ab Experimentis deſumenda requiritur. Atque talem quidem Probationem ita adferemus, ſi oſtendere poterimus, Sinus Refractionis Radiorum diverſe Refrangibilium eſſe ad ſe invicem in data Proportione, quando Sinus Incidentiæ ſunt inter ſe æquales. Etenim ſi Sinus Refractionis omnium Radiorum, ſint in datis Proportionibus ad Sinum Refractionis alicujus radii, qui ſit medio Refrangibilitatis gradu; Iſq; Sinus ſit in data proportione ad Incidentiæ Sinus inter ſe æquales; Utiq; reliqui iſti Refractionis Sinus, erunt itidem in datis Proportionibus ad Sinus Incidentiæ inter ſe æquales. Jam autem Sinus Refractionis eſſe ad ſe invicem in data proportione, quando Sinus Incidentiæ ſunt inter ſe æquales; ex ſequenti Experimento apparebit.

Fig. 26. *Exper*. 15. Per parvum rotundum foramen in feneſtræ operculo, tranſmittatur in Cubiculum tenebricoſum Radius Solis. Sit S alba & rotunda Solis Imago, directo ſuo Lumine in oppoſitum parietem depicta. Sit P T oblonga & colorata Imago, quæ fiat refringendo Lumen per Priſma in Feneſtra poſitum. Sit deniq; *p t*, vel 2 *p* 2 *t*, vel 3 *p* 3 *t*, oblonga & colorata Imago ea, quæ fiat refringendo iterum idem Lumen in Latus per alterum Priſma proxime poſt primum Situ tranſverſo col-

collocatum; quomodo in quinto supra Experimento explicatum est. Hoc est, sit ea Imago, cum Refractio secundi Prismatis minor sit, *p t*; cum Refractio ejusdem major sit, 2 *p* 2 *t*; cum maxima, 3 *p* 3 *t*. Etenim ea erit Refractionum diversitas, si Angulus Refringens secundi Prismatis sit varia Magnitudine; puta quindecim aut viginti graduum, quum Imago sit *p t*; triginta aut quadraginta, quum 2 *p* 2 *t*; & sexaginta, quum 3 *p* 3 *t*. Verum enimvero defectu Prismatum ex Vitro solidorum, quorum Anguli ea sint qua oporteat Magnitudine; comparari poterunt Vasa ex politis Vitri lamellis in formam Prismatum, conclusa intus aqua, conglutinatis. His ita dispositis, observabam omnes Solis Imagines coloratas, P T, *p t*, 2 *p* 2 *t*, 3 *p* 3 *t*, convergere quamproxime ad eum ipsum locum S, quo directum Solis Lumen, quando, sublatis Prismatibus, albam rotundamq; in pariete Solis Imaginem depingeret, incidebat. Axis Imaginis P T, productus; hoc est, linea ita per mediam Imaginem P T ducta, ut rectilineis ipsius lateribus parallela esset; transibat deinceps per Medium ipsum istius albæ ac rotundæ Imaginis S. Cumq; Refractio secundi Prismatis, æqualis esset Refractioni prioris; quippe quorum Anguli Refringentes, essent circiter sexagenum graduum; Axis Imaginis 3 *p* 3 *t* ista Refractione effictæ, ipse itidem productus transibat per medium ejusdem albæ rotundæq; Imaginis S. Cum autem Refractio secundi Prismatis, minor esset Refractione prioris; Axes producti Imaginum *t p* aut 2 *t* 2 *p* ista Refractione effictarum, intersecabant jam in punctis *m* & *n*, paulo ultra Centrum albæ rotundæq; Imaginis S, Axem productum Imaginis T P. Unde Proportio Lineæ 3 *t* T ad Lineam 3 *p* P, paulo major erat quam lineæ 2 *t* T ad 2 *p* P; hæcq; itidem paulo major, quam lineæ

t T

t T ad *p* P. Jam quum Lumen Imaginis P T incidat super parietem ad perpendiculum; lineæ istæ 3 *t* T, 3 *p* P, & 2 *t* T, 2 *p* P, & *t* T, *p* P, sunt *Tangentes* Refractionum. Quare ex hoc Experimento, Proportiones *Tangentium* Refractionum inveniuntur: Unde & Sinuum Proportiones collectæ, æquales reperiuntur; quantum quidem, Imagines intuendo, & Mathematicam quandam ratiocinationem adhibendo, judicare potuerim: Non enim accurate calculum ponebam. Itaque Propositio nostra, quantum ex Experimentis colligitur, in unoquoq; seorsum Radio vera esse apparet. Veram autem eam esse accuratissime, etiam Demonstrari potest ex hac Suppositione; *Corpora Lumen Refringere, Agendo in Radios ejus in Lineis ad Superficies suas Perpendicularibus.* Verum, quo hæc Demonstratio recte procedat, distinguendus est Motus cujusq; Radii in duos Motus, quorum alter Superficiei refringenti perpendicularis sit, alter eidem parallelus; & de Motu quidem eo qui est perpendicularis, subjicienda est Propositio sequens.

Si quis Motus, aut Corpus motum quodcunque, incidat quavis velocitate in quodvis Latum & Tenue Spatium, duobus Planis Parallelis utrinq; terminatum; inq; transitu suo per istud Spatium, urgeatur perpendiculariter versus ulterius Planum quavis Vi, quæ, datis distantiis ab isto Plano, sit datarum Quantitatum: Perpendicularis Velocitas istius Motus, aut Corporis, tum cum emerget ex eo Spatio; semper æqualis erit Radici Summæ ejusce, quæ composita sit ex Quadrato Perpendicularis Velocitatis quam habebat iste Motus, aut Corpus, tum cum incideret in istud Spatium; & ex Quadrato Perpendicularis Velocitatis quam idem Motus, aut Corpus, haberet tum, cum emergeret, si Perpendicularis ejus Velocitas tum, cum incideret, infinite parva fuisset.

Eadem

Eadem autem Propositio similiter vera erit de quovis Motu, aut Corpore, perpendiculariter retardato in transitu suo per istud Spatium; si loco Summæ binorum Quadratorum, Differentiam ipsorum sumas. Demonstrationem facile invenient Mathematici; ideoque, ne Lectorem distineam, eam hic non apponam.

Finge jam Radium aliquem obliquissime in linea M C *Fig.* 1. incidentem, Refringi ad C a Plano R S in lineam C N: Et, si Linea C E, in quam alius quilibet Radius A C refringi debeat, quæ sit quæratur; sint M C, A D, Sinus Incidentiæ duorum istorum Radiorum; & N G, E F, eorundem Sinus Refractionis; & exponantur æquales Radiorum Incidentium Motus, per lineas inter se æquales M C & A C: Tum, Motu M C ad Planum Refringens Parallelo existente, distinguatur Motus alter A C in duos Motus A D & D C, quorum alter A D parallelus, alter autem D C perpendicularis sit ad Superficiem Refringentem. Similiter, distinguantur Motus Emergentium Radiorum, in binos Motus; quorum ii, qui sunt perpendiculares, sint $\frac{MC}{NG}$ C G, & $\frac{AD}{EF}$ C F. Quod si Vis Plani Refringentis incipiat agere in Radios vel jam in ipso Plano, vel certo interjecto intervallo, ex una parte; desinatque certo interjecto intervallo ex altera parte; & in omnibus locis intra istos limites sitis, agat in Radios in Lineis superficiei isti Refringenti perpendicularibus; actionesq; ejus in Radios, in distantiis æqualibus a Plano Refringente, æquales sint; in distantiis autem inæqualibus, vel æquales sint, vel certa qualibet proportione inæquales: utiq; Motus radii is, qui sit Plano Refringenti Parallelus, nullam omninò ab ista Vi mutationem patietur; Motus autem is, qui sit Plano eidem Perpendicularis, mutabitur secundum Propositionis jam expositæ Rationem. Itaq; si Perpendicu-

 laris

laris Velocitas Radii Emergentis C N, exponatur per $\frac{MC}{NG}$ C G, ut ſupra; Perpendicularis Velocitas alterius cujuſvis radii Emergentis C E, quæ erat $\frac{AD}{EF}$ C F, erit æqualis Radici Summæ Quadratorum C D q + $\frac{MCq}{NGq}$ C G q. Quæ quidem æqualia ſi quadraveris jam, eiſque addas æqualia A D q & M C q—C D q, dividaſque Summas per æqualia C Fq + E Fq & C G q + N G q, habebis $\frac{ADq}{EFq}$ æquale $\frac{MCq}{NGq}$. Unde A D, Sinus Incidentiæ, ſit ad E F, Sinum Refractionis, ut M C ad N G: hoc eſt, in data Ratione. Et quoniam hæc Demonſtratio Univerſalis eſt; in qua nec quid ſit Lumen, nec quali Vi Refringatur, nec aliud omnino quicquam Poſuerim, præter id ſolum; *Corpus Refringens agere in Radios in Lineis ſuperficiei ſuæ Perpendicularibus:* utiq; Veritatem hujuſce Propoſitionis certiſſimam videtur evincere.

Quare, ſi *Ratio* Sinuum Incidentiæ & Refractionis cujuſvis generis Radiorum in uno aliquo caſu inventa fuerit; utiq; inventa erit in omnibus. Ea autem quæ ſit, methodo in ſequenti Propoſitione tradenda, facile colligi poterit.

PROP. VII. THEOR. VI.

Conſpicilla tubulata quominus omnibus numeris perfecta conſtrui queant, facit diverſa Radiorum Luminis Refrangibilitas.

Conſpicilla tubulata quominus omnibus numeris perfecta conſtrui potuerint, Sphæricæ Vitrorum figuræ vulgo in Cauſa fuiſſe creduntur: Ideoq; id ſibi propoſuerunt Mathematici, ut Vitra in Conicarum Sectionum figu-

figuras tornarent. Verum ut eos in errore hac in parte versari ostenderem, Propositionem hancce adjeci. Quæ quam vera sit, ex Mensuris Refractionum diversorum generum Radiorum apparebit. Eæ autem quæ sint, hac ratione definio.

In tertio Experimento hujus *Partis*, ubi Angulus Refringens Prismatis erat graduum $62\frac{1}{2}$, dimidium istius Anguli, hoc est, 31 gradus & 15 minuta, est Angulus Incidentiæ Radiorum in Aerem e vitro egredientium; Et Sinus istius Anguli, est 5188 earum partium, quarum Radius complectitur 10000. Cum Axis hujus Prismatis, Horizonti parallelus esset; Refractioq; Radiorum in Prisma Incidentium, Refractioni eorundem e Prismate exeuntium, æqualis esset: observabam, ope Quadrantis, Angulum quem Radii mediocriter Refrangibiles (hoc est, ii qui ad medium coloratæ Solis Imaginis irent,) cum Horizonte continerent: Ex hoc autem Angulo, & Altitudine Solis eodem tempore observata, comperiebam Angulum, quem Radii Emergentes & Incidentes inter se continerent, esse 44 graduum ac 40 minutorum; Cujus quidem Anguli dimidium, additum Angulo Incidentiæ, qui erat 31 graduum & 15 minutorum, conficit Angulum Refractionis; qui proinde fit 53 graduum ac 35 minutorum, ejusq; Sinus 8047. Hi sunt Sinus Incidentiæ & Refractionis Radiorum mediocriter Refrangibilium; eorumq; Proportio inter se, in numeris Integris, est ut 20 ad 31. Vitrum, e quo hoc Prisma constabat, colore erat ad Viridem descendente. Ultimum autem Prismatum in tertio Experimento memoratorum, e vitro erat admodum pellucido candidoq;. Ejus Angulus Refringens, erat graduum $63\frac{1}{2}$. Angulus quem Radii Emergentes & Incidentes inter se continebant, 45 grad. 50 min. Sinus dimidii primi

Anguli, 5262. Sinus dimidiæ Summæ Angulorum, 8157. Proportio autem ipsorum inter se, erat, ut prius, in numeris Integris, ut 20 ad 31.

Si de Longitudine Imaginis, quæ erat Unciarum circiter $9\frac{3}{4}$ aut 10, subducatur ejusdem Latitudo, quæ erat Unciarum $2\frac{1}{8}$; Residuum, quod est Unciæ $7\frac{3}{4}$, erit Longitudo, quam eadem Imago ita esset habitura, si Solis globus unum solummodo Punctum foret. Itaque hæ Unciæ $7\frac{3}{4}$ subtendunt Angulum, quem Radiorum maxime minimeq; Refrangibiles, qui in unis eisdemque lineis in Prisma inciderant, inter se jam, postquam emerserint, continent. Quare iste Angulus, est 2 grad. 0', 7". Etenim Intervallum, quo Imago & Prisma, ubi iste Angulus constituitur, inter se distabant, erat Pedum $18\frac{1}{2}$; Quo interjecto intervallo, Chorda Uncias $7\frac{3}{4}$ longa subtendit Angulum 2 graduum, 0', 7". Dimidium autem istius Anguli, est Angulus quem hi maxime minimeve Refrangibiles Radii Emergentes, continent cum Radiis mediocriter Refrangibilibus Emergentibus: Et Quarta ejusdem pars, hoc est, 30', 2", haberi potest Angulus, quem iidem Radii cum Radiis illis mediocriter Refrangibilibus Emergentibus contenturi essent, si intra Vitrum cum eis conjuncti fuissent, nec ante Emergendum ullam passi fuissent Refractionem. Si enim duæ æquales Refractiones; quarum altera sit Radiorum in Prisma Incidentium, altera Emergentium; constituunt dimidium Anguli 2 grad. 0', 7": utiq; una istarum Refractionum efficiet circiter quartam partem ejusdem Anguli. Atq; hæc quidem quarta pars, si adjiciatur jam ad Angulum Refractionis Radiorum mediocriter Refrangibilium, qui erat 53 grad. 35'; & de eodem subducatur; conficiet Angulos Refractionis Radiorum & maxime & minime Refrangibilium, 54 grad.

5',

5', 2"; & 53 grad. 4', 58: Quorum Angulorum Sinus sunt 8099 & 7995: cum communis Angulus Incidentiæ esset 31 grad. 15; ejusq, Sinus, 5188. Et hi quidem Sinus, in minimis numeris Integris, sunt inter se ut 78 & 77 ad 50.

Jam si de Sinibus Refractionis 77 & 78, communem Incidentiæ Sinum 50 subducas; Residua 27 & 28 ostendunt, in parvis Refractionibus Refractionem radiorum minime Refrangibilium esse ad Refractionem maxime Refrangibilium, ut 27 ad 28 quam proxime; Refractionumq; Differentiam in Radiis minime maximeq; Refrangibilibus, esse circiter 27½am partem totius Refractionis Radiorum mediocriter Refrangibilium.

Unde Optices Periti facile intelligent, Latitudinem minimi rotundi spatii, in quod Vitra Objectiva Conspicillorum Tubulatorum colligere possint omnia genera Radiorum inter se *Parallelorum*, esse circiter 27½am partem dimidiæ aperturæ Vitri, aut 55am partem totius aperturæ; Focumque Radiorum maxime Refrangibilium, propius a Vitro Objectivo abesse, quam Focum minime Refrangibilium, parte circiter 27½ ejus totius intervalli, quo Vitrum Objectivum & Focus Radiorum mediocriter Refrangibilium inter se distant.

Quod si Radii omnium generum, fluentes ex *Uno* quovis puncto lucido in Axe Lentis cujusvis convexæ sito, cogantur Refractione istius Lentis in puncta non nimium remota a Lente; Focus Radiorum maxime Refrangibilium jam propius a Lente aberit, quam Focus minime Refrangibilium, eo intervallo, quod sit ad 27½am partem distantiæ Foci Radiorum mediocriter Refrangibilium a Lente, ut distantia inter Focum istum & punctum lucidum a quo radii fluunt, ad distantiam inter id punctum lucidum & Lentem ipsam quamproxime.

Jam

Jam autem ut examinarem, utrum differentia Refractionum, quas Radii maxime minimeq; Refrangibiles ex uno eodemq; puncto fluentes, in Vitris Objectivis Conspicillorum Tubulatorum aliisq; id genus Vitris patiuntur, tanta sit revera, quantam modo descripserim, necne; subjectum excogitavi Experimentum.

Exper. 16. Lens, qua in secundo & octavo Experimentis usus fueram, intervallo sex Pedum uniusq; Unciæ a quovis Objecto collocata, colligebat Imaginem istius Objecti, per Radios mediocriter Refrangibiles, eodem interjecto sex Pedum uniusq; Unciæ intervallo ex altera parte. Quamobrem, ex Regula antedicta, colligere debet eandem Imaginem per Radios minime Refrangibiles, intervallo Pedum sex, Unciarumque $3\frac{2}{3}$; per Radios autem maxime Refrangibiles, intervallo Pedum quinque Unciarumque $10\frac{1}{3}$: Adeo ut inter duo loca, in quibus Radii minime maximeque Refrangibiles istam Imaginem exhibeant, intervallum sit Unciarum circiter $5\frac{1}{3}$. Etenim secundum illam regulam; quam proportionem habent sex Pedes & Uncia una, (Intervallum quo Lens & Corpus lucidum objectum inter se distant,) ad duodecim Pedes duasq; Uncias, (quo intervallo Corpus lucidum objectum & Focus Radiorum mediocriter Refrangibilium inter se distant;) hoc est, quam proportionem habet Unum ad Duo; eandem habet pars $27\frac{1}{2}$ sex Pedum uniusq; Unciæ, (intervalli quo Lens & iste Focus inter se distant,) ad intervallum quo Radiorum maxime minimeq; Refrangibilium Foci inter se distant: Quod proinde intervallum, sit Unciarum $5\frac{17}{33}$; hoc est, unciarum $5\frac{1}{2}$ quam proxime. Jam ut invenirem utrum hæc mensura esset vera, necne; Experimenta secundum & octavum hujus *Partis*, in Lumine colorato, quod multo, quam id quo tum usus eram, minus

nus esset Compositum, iterabam: Jam enim Radios Heterogeneos a se invicem ea ratione, quæ in undecimo Experimento descripta est, separaveram; Adeo ut Imago colorata, duodecim circiter aut quindecim partibus Longior facta esset quam Latior. Imaginem istam Libro literis impresso excipiebam: Cumq; Lentem supra memoratam, interjecto sex Pedum uniusq; Unciæ intervallo, collocassem; quo Literarum illuminatarum Imago, eodem iterum intervallo ex altera parte colligeretur; observabam Imaginem Literarum colore cæruleo illuminatarum, propius a Lente abesse, quam Literarum rubeo saturo illuminatarum, intervallo circiter Unciarum trium aut $3\frac{1}{4}$: Verum Literarum colore indico & violaceo illuminatarum Imago adeo confusa minimeq; distincta videbatur, ut eæ legi non possent. Quare Prisma inspiciens, comperiebam id Venulis ab una Vitri Extremitate ad alteram pertingentibus undiq; crispum esse; adeo ut Refractio nequaquam regularis esse potuerit. Aliud itaq; Prisma, Venulis immune, accepi; &, Literarum loco, duas tresve lineas nigras inter se parallelas & Literarum ductibus paulo grandiores adhibebam: Quibus cum Colores ita superinjecissem, ut ab una Imaginis Extremitate ad alteram hæ lineæ per Colores ductæ viderentur; observabam Focum ubi Color indicus, sive confinium indici & violacei, Linearum nigrarum Imagines maxime distinctas exhiberet, intervallo circiter Unciarum 4 aut $4\frac{1}{4}$ propius a Lente abesse, quam Focum ubi Color rubeus saturatissimus Imagines earundem Linearum nigrarum maxime distinctas exhibebat. Color violaceus adeo debilis nubilusq; fuit, ut in eo Linearum Imagines distincte discernere haud potuerim. Quare, cum Prisma, quo utebar, e vitro esset subviridi & minus pellucido; aliud adhuc Prisma accepi, quod esset e

vitro

vitro admodum pellucido candidoque. Verum, hoc Priſmate adhibito, longæ jam albæq; Luminis debilioris radiationes ſe ex utraq; imaginis Coloratæ extremitate emittebant: Unde concludebam, necdum omnia recte eſſe comparata. Priſma igitur attentius inſpiciens, duas treſve bullulas in vitro obſervabam, quibus Lumen irregulariter refringebatur. Quocirca eam partem Vitri, in qua hæ bullulæ ineſſent, charta nigra obtegebam; Lumineq; per aliam vitri partem bullulis immunem tranſmiſſo; imago colorata immunis jam ab irregularibus illis radiationibus apparebat; eaq; fere erat, quam optarem. Veruntamen adhuc Color Violaceus adeo obſcurus debiliſq; fuit, ut in eo Linearum Imagines vix, & in fuſciori ipſius parte prope Imaginis extremitatem, omnino haud diſcernere potuerim. Suſpicabar igitur fuſcum hunc debilemq; Colorem, admixtum ſibi habere poſſe aliquid Luminis illius quaquaverſum diſperſi, quod partim bullulis quibuſdam perparvis intra Vitrum latentibus, partim Vitri facierum haud ſatis accurate perpolitarum inæqualitatibus, irregulariter refringeretur & reflecteretur: Quod quidem Lumen, quamvis parvum, tamen ſubalbidum cum eſſet, Senſum ſatis fortiter, ad interturbanda debilis illius nubiliq; Coloris Violacei Phænomena, afficere poſſet. Quamobrem explorabam, quomodo in 12°, 13°, & 14° Experimentis expoſitum eſt, annon hoc Lumen Violaceum conſtaret ex ſenſibili mixtura Radiorum Heterogeneorum. Verum apparebat, non ita ſe id habere. Neq; enim Refractiones ex hoc Violaceo Lumine alium ullum Colorem, qui quidem Senſu percipi poſſet, præter unum violaceum, eliciebant; uti ex albo Lumine omnino elicuiſſent; & conſequenter ex hoc violaceo Lumine ſimiliter elicuiſſent, ſi id ex albo Lumine, ita ut res ſub ſenſum caderet, compoſitum

positum fuisset. Concludebam itaque, Obscuritatem solummodo hujusce Coloris, & Luminis sui Tenuitatem, nimiamq; ab Axe Lentis distantiam, in causa fuisse, quamobrem Linearum imagines in eo distincte discernere haud potuerim. Quocirca nigras istas lineas parallelas, in partes inter se æquales dividebam; quo facilius, quibus intervallis Colores in Imagine inter se distarent, cognoscerem; Cumq; notassem quantis itidem intervallis Foci Colorum eorum, in quibus Linearum imagines distincte cernebantur, a Lente distarent; in id deinceps inquirebam, utrum differentia horum intervallorum eandem habeat proportionem ad Uncias $5\frac{1}{3}$, hoc est, ad maximam differentiam intervallorum quibus Foci Colorum extremorum Rubei & Violacei a Lente distare debent, ac habet Colorum in Imagine observatorum distantia inter se, ad maximum itidem intervallum (in rectilineis Imaginis lateribus dimensum) quo Colores extremi rubeus & violaceus in imagine inter se distant, hoc est, ad Longitudinem rectilineorum Imaginis laterum, sive spatium quo Longitudo imaginis exuperat Latitudinem suam. Quæ autem observaverim, hujusmodi fuerunt.

Cum observarem interq; se compararem Colorem rubeum saturatissimum, qui Sensu percipi posset; & Colorem eum, qui in confinibus Viridis & Cærulei positus, distabat a rubeo, in rectilineis Imaginis lateribus, dimidia parte Longitudinis istorum laterum: Focus ubi Confinium coloris viridis & cærulei, Imagines linearum distincte super charta exhibebat, propius a Lente distabat, quam Focus ubi color rubeus imagines earundem linearum distincte exhibebat; intervallo circiter Unciarum $2\frac{1}{2}$ aut $2\frac{3}{4}$. Mensuræ enim interdum paulo majores erant, interdum paulo minores; raro autem inter se differebant amplius $\frac{1}{3}$ Unciæ: Etenim difficilli-

mum erat Focos, quo in loco siti essent, accuratissime sine omni errore definire. Jam vero si Colores dimidia longitudine Imaginis inter se distantes, (in rectilineis nimirum imaginis lateribus dimensi,) faciunt ut differentia intervallorum, quibus Foci sui a Lente distant, sit Unciarum $2\frac{1}{2}$ aut $2\frac{1}{4}$; Utiq; Colores tota imaginis longitudine inter se distantes, facere debebunt ut differentia intervallorum, quibus Foci sui a Lente distent, sit Unciarum 5 aut $5\frac{1}{2}$.

Verum id hic observandum est, me non potuisse videre colorem rubeum ad usq; ipsam Imaginis Extremitatem, sed duntaxat ad Centrum Semicirculi quo ista Extremitas terminaretur, aut paulo ultra id. Quare Colorem istum rubeum comparabam, non cum colore eo qui esset accurate in media Imagine, sive in ipsis confinibus Viridis & Cærulei; sed cum eo Colore, qui ad cæruleum paulo magis, quam ad viridem accederet. Et quemadmodum computabam totam Colorum Longitudinem non eam esse, quæ esset tota Imaginis Longitudo; sed eam duntaxat, quæ esset Longitudo rectilineorum ipsius laterum: Ita, Semicircularibus Extremis jam in Integros Circulos absolutis; quum alteruter e duobus observatis Coloribus intra istos Circulos caderet, dimetiebar distantiam ejusce Coloris a Semicirculari Imaginis extremitate, &, subducto dimidio istius distantiæ de mensurata duorum Colorum distantia inter se, residuum pro correcta ipsorum distantia inter se accepi; inq; his Observationibus correctam istam distantiam, pro differentia intervallorum quibus Foci sui a Lente distarent, annotavi. Quemadmodum enim longitudo rectilineorum Imaginis laterum, futura esset ipsa Colorum omnium tota longitudo, si Circuli, ex quibus (uti supra ostensum est) ea Imago composita est, in Puncta Physica contracti forent: Sic,

Sic, in eo Casu, correcta illa distantia binorum quorumvis observatorum Colorum, vera esset futura distantia ipsorum inter se.

Cum igitur porro observarem, interq; se compararem, Colorem rubeum extremum qui Sensu percipi posset, & Cæruleum illum, quorum correcta distantia inter se esset $\frac{7}{12}$ partes longitudinis rectilineorum imaginis laterum : Differentia intervallorum quibus Foci sui a Lente distarent, erat circiter Unciarum $3\frac{1}{4}$. Jam autem ut 7 ad 12, ita $3\frac{1}{4}$ ad $5\frac{4}{7}$.

Cum observarem colorem rubeum extremum qui Sensu percipi posset, & Indicum illum, quorum correcta distantia inter se esset $\frac{8}{12}$ sive $\frac{2}{3}$ longitudinis rectilineorum imaginis laterum : Differentia intervallorum quibus Foci sui a Lente distarent, erat circiter Unciarum $3\frac{2}{3}$. Ut autem 2 ad 3, ita $3\frac{2}{3}$ ad $5\frac{1}{2}$.

Cum observarem colorem rubeum extremum qui Sensu percipi posset, & Indicum illum saturatiorem, quorum correcta distantia inter se esset $\frac{9}{12}$ sive $\frac{3}{4}$ longitudinis rectilineorum imaginis laterum : Differentia intervallorum quibus Foci sui a Lente distarent, erat circiter 4 Unciarum. Ut autem 3 ad 4, ita 4 ad $5\frac{1}{3}$.

Cum observarem colorem rubeum extremum qui Sensu percipi posset, & Violacei partem Indico proximam, quorum correcta distantia inter se esset $\frac{10}{12}$ sive $\frac{5}{6}$ longitudinis rectilineorum imaginis laterum : Differentia intervallorum quibus Foci sui a Lente distarent, erat circiter Unciarum $4\frac{1}{2}$. Ut autem 5 ad 6, ita $4\frac{1}{2}$ ad $5\frac{2}{5}$. Interdum enim, cum Lens commodiori Situ ita esset collocata, ut Axis ejus ad Colorem cæruleum spectaret ; cæteraq; omnia commode essent comparata ; sol etiam disjectis nubibus clarior colluceret ; ipseq; oculis propius admotis chartam, quæ Linearum imagines

Lente projectas exciperet, attentius intuerer: discernere poteram satis distincte Linearum istarum imagines, in Coloris etiam Violacei parte ea, quæ Indico proxima esset ; nonnunquam etiam ultra medium ipsum coloris violacei. Etenim in his Experimentis capiendis id observaveram, Imagines eorum duntaxat colorum distinctas apparere, qui vel in Axe Lentis, vel saltem non longe extra eum, essent positi : Adeo ut, cum Color cæruleus vel indicus in eo Axe situs esset, ipsorum imagines distincte discernere potuerim ; eodem autem tempore color rubeus multo, quam ante, minus distinctus videretur. Quocirca id deinceps egi, ut, Colorum Imagine in brevitatem contracta, ambo ejus extrema propius jam ab Axe Lentis distarent. Jamq; ejus Longitudo erat Unciarum circiter $2\frac{1}{2}$, Latitudo autem circiter $\frac{1}{5}$ aut $\frac{1}{6}$ unius Unciæ. Porro, loco linearum nigrarum in quas Colores adhuc inciderant, unam jam lineam nigram prioribus latiorem duxi ; quo facilius Imaginem ipsius discernerem : Eamq; lineam brevibus transversis lineis in partes inter se æquales divisi, quibus Colores observati quo intervallo inter se distarent dimetirer. Quibus ita dispositis, poteram jam nonnunquam discernere Lineæ hujusce Imaginem una cum divisionibus suis, ad usq; Centrum fere Semicircularis Violaceæ Extremitatis Imaginis. Quæq; jam deinde observaverim, hujusmodi erant.

Cum observarem colorem rubeum extremum qui Sensu percipi posset, partemq; Violacei eam, quorum correcta distantia inter se esset circiter $\frac{8}{9}$ partes longitudinis rectilineorum imaginis laterum : Differentia intervallorum quibus horum Colorum Foci a Lente distarent, erat uno tempore Unciarum $4\frac{2}{3}$, alio tempore $4\frac{3}{4}$, alio $4\frac{7}{8}$. Ut autem 8 ad 9 ; ita $4\frac{2}{3}$, $4\frac{3}{4}$, $4\frac{7}{8}$, ad $5\frac{1}{4}$, $5\frac{11}{32}$ $5\frac{31}{64}$, respective. Cum

Cum obſervarem colorem rubeum extremum, & violaceum itidem extremum, qui Senſu percipi poſſent: (Quorum quidem Colorum correcta diſtantia inter ſe, cum omnia quam potuerint commodiſſime eſſent comparata, Solq; clariſſimus luceret, erat circiter $\frac{11}{12}$ aut $\frac{15}{16}$ partes longitudinis rectilineorum imaginis coloratæ laterum :) Comperiebam differentiam intervallorum quibus Foci ſui a Lente diſtarent, eſſe Unciarum modo $4\frac{1}{4}$, modo $5\frac{1}{4}$, & plerunq; plus minus 5 Unciarum. Ut autem 11 ad 12, aut 15 ad 16; ita 5 Unciæ ad $5\frac{1}{2}$ aut $5\frac{1}{3}$.

Atq; hac quidem Experimentorum progreſſione adductus ſum ut certo credam, ſi Lumen in ipſis Extremitatibus Imaginis ſatis Forte fuiſſet, quo linearum nigrarum imagines clare ſuper charta apparere potuerint; futurum utiq; fuiſſe, ut Focus Coloris violacei extremi propius a Lente diſtare compertus eſſet, quam Focus rubei extremi, intervallo Unciarum minimum $5\frac{1}{3}$. Quo & illud etiam amplius confirmatur; Sinus Incidentiæ & Refractionis omnium generum Radiorum, eandem Proportionem inter ſe in minimis Refractionibus, atq; in maximis, habere.

Totam hujuſce rei experiundæ rationem, quoniam negotium eſt multæ diligentiæ atq; accurationis, ſingulatim enarrare volui; ut, qui rem eandem poſthac experiundo examinaturi ſint, intelligant quam accurate omnia animo circumſpectare & ſecum ante conſiderare debeant, quo Experimentum hocce ſibi feliciter ſuccedat. Qui nihilominus, ſi negotium ſibi minus forſan ex ſententia ſuccedat, quam mihi ante ſucceſſit; colligere tamen poterunt ex Proportione quam habet diſtantia Colorum a ſe invicem in Imagine, ad differentiam diſtantiarum Focorum ſuorum a Lente, quis eſſet futurus Exitus accuratioris Experimenti in Coloribus longius inter ſe

ſe diſtantibus. Veruntamen ſi Lentem latiorem, quam qua Ego uſus ſum, adhibeant; eamq; longo rectoq; bacillo alligent, quo facile rectaq; dirigatur ad eum ſemper colorem, cujus Focus, ubi ſit, requiritur; nullus dubito quin illis etiam melius hæc res ſub manus ſuccedat, quam mihi ipſi ſucceſſit Experienti. Ego enim Axem Lentis ad mediam duntaxat partem Colorum, quam potui proxime, direxi; quo pacto languidæ Colorum Extremitates, quia paulo remotiores eſſent ab Axe, Imagines ſui minus diſtincte ſuper chartam projiciebant, quam ſi Axis Lentis ad ſingulos Colores ordine directus fuiſſet.

Jam ex his quæ dicta ſunt manifeſtum eſt, Radios, qui Refrangibilitate inter ſe differunt, non convenire in unum Focum; ſed ita eſſe comparatos, ut, ſi a Lucido puncto fluant, quod eodem intervallo a Lente diſtet ex una parte, ac Foci ſui ex altera; tum Focus radiorum maxime Refrangibilium propius a Lente abfuturus ſit, quam Focus minime Refrangibilium, amplius decimaquarta parte totius diſtantiæ: ſin a Lucido puncto fluant, quod a Lente tanto ſit intervallo remotum, ut ante Incidendum jam pro Parallelis inter ſe haberi poſſint; tum Focus radiorum maxime Refrangibilium propius a Lente abfuturus ſit, quam Focus minime Refrangibilium, circiter 27ma aut 28va parte totius ſuæ diſtantiæ a Lente. Porro Diameter Circuli in medio duorum iſtorum Focorum intervallo ſiti, quem hi radii tum illuminant, cum ibi in aliquod Planum Axi perpendiculare incidant; (qui quidem Circulus minimus eſt, in quem ii omnes convenire poſſint;) erit circiter 55ta pars diametri aperturæ Vitri. Adeo ut mirum ſit Conſpicilla tubulata res objectas tam diſtincte exhibere poſſe, quam eas revera exhibent. At ſi omnes Radii Lu-

Luminis ex æquo Refrangibiles essent, Error qui solummodo ex Sphæricis Vitrorum figuris oriretur, sexcenties minor esset. Si enim Vitrum Objectivum Telescopii sit Plano-convexum, & plana ipsius facies ad rem objectam obvertatur; diameter autem Sphæræ, cujus id Vitrum segmentum sit, appelletur D; item Semidiameter aperturæ Vitri, vocetur S; & Sinus Incidentiæ e Vitro in Aerem, sit ad Sinum Refractionis, ut I ad R: Radii qui incidunt Paralleli ad Axem Vitri, diffusi erunt, eo in loco ubi Objecti Imago distinctissima exhibetur, in parvum Circulum, cujus Diameter erit $\frac{R}{I} \times \frac{S\ cub.}{D\ quad.}$ quamproxime; Ut quidem collegi, computando Errores Radiorum per Methodum Serierum infinitarum, & rejiciendo Terminos quorum Quantitates nullius essent momenti. Exempli gratia: Si Sinus Incidentiæ I, sit ad Sinum Refractionis R, ut 20 ad 31; & D, Diameter Sphæræ ad quam convexa Vitri facies tornata est, sit 100 Pedum sive 1200 Unciarum; S autem, Semidiameter aperturæ, sit duarum Unciarum: utiq; Diameter parvi circuli ante dicti, (hoc est, $\frac{R \times S\ cub.}{I \times D\ quad.}$) erit $\frac{31 \times 8}{20 \times 1200 \times 1200}$ (sive $\frac{31}{3600000}$) partes unius Unciæ. Atqui Diameter alterius parvi circuli, per quem nimirum Radii inæquali sua Refrangibilitate diffusi sunt, erit circiter 55ta pars aperturæ Vitri objectivi; quam quidem aperturam jam posuimus esse quatuor Unciarum. Ergo Error qui oritur a Sphærica figura Vitri, ad Errorem qui oritur a diversa Radiorum Refrangibilitate, est ut $\frac{31}{3600000}$ ad $\frac{4}{55}$; hoc est, ut 1 ad 8151. Quare cum Error ille adeo parvus sit in Comparationem, utiq; non est consideratione dignus.

Verum hic quæri potest; si Errores, qui ex diversa radiorum Refrangibilitate oriuntur, adeo sint ingentes; qui

qui ergo fiat, ut res objectæ per Conspicilla tubulata inspectæ, tam distinctæ appareant, quam eas revera apparere experimur. Respondeo, hoc ideo ita se habere, quia Radii errantes non uniformiter per totum id rotundum spatium diffusi sunt; sed in Centrum infinito, quam in aliam ullam circuli partem, densius collecti sunt; a Centro autem ad usq; Circumferentiam rarescunt continuo, donec in ipsa tandem Circumferentia infinite rari evadunt; & propter raritatem istam minus fortes sunt, quam ut Sensu percipi possint, nisi in ipso

Fig. 27. Centro aut propius ab eo. Sit enim A D E istiusmodi Circulus, Centro C & Semidiametro A C descriptus; sitque B F G minor circulus, eodem cum isto A D E centro descriptus, ejusq; diametrum A C circuitu suo intersecans in B: Biseca autem A C in N. Jam, ut ego quidem calculum posui, densitas Luminis in quovis loco B, erit ad densitatem ejusdem in N, ut A B ad B C; totumq; Lumen intra circulum minorem B F G, ad totum Lumen intra majorem A E D, erit ut Excessus Quadrati A C super Quadratum A B, ad Quadratum ipsius A C. Exempli gratia: Si B C sit quinta pars istius A C; utiq; Lumen in B quadruplo densius erit, quam in N; & totum Lumen intra minorem circulum, ad totum Lumen intra majorem, erit ut 9 ad 25. Ex quo manifestum est, Lumen intra minorem circulum Sensum multo fortius afficere debere, quam Lumen illud debilius & in raritatem dilatatum, quod inter Circumferentiam majoris minorisq; circuli est circumcirca dispersum.

Verum & illud hic insuper observandum est, Colorum Prismate exhibitorum clarissimos & fulgentissimos esse Flavum & Aureum. Hi Sensum fortius, quam reliqui simul universi, afficiunt: Hisq; proximi sunt claritate, Colores Rubeus & Viridis. Cæruleus, cum hisce comparatus

paratus, debilis eſt nubiluſq; color; Indicus autem & Violaceus, multo etiam iſtis fuſcior languidiorque: Adeo ut ii, in Colorum Clariorum comparationem, parvi momenti ſint habendi. Rerum igitur objectarum imagines collocandæ ſunt, non in Foco Radiorum mediocriter Refrangibilium, qui ſunt in confinibus Viridis & Cærulei; ſed in Foco eorum radiorum, qui inter Aureum colorem & Flavum interjacent; eo in loco ubi Color omnium lucidiſſimus eſt & fulgentiſſimus, hoc eſt, in colore flavo clariſſimo, ſive eo qui ad aureum propius quam viridem accedit. Atq; horum quidem radiorum Refractione, (quorum Sinus Incidentiæ & Refractionis in Vitro ſunt ut 17 & 11,) dimetienda eſt Refractio Vitri & Cryſtalli ad uſus Opticos. Ponamus itaque corporis objecti Imaginem in Foco horum Radiorum: Jamq; omnes Radii Flavi & Aurei collecti erunt intra Circulum, cujus Diameter ſit circiter 250ma pars Diametri aperturæ Vitri. Quod ſi his addideris clariorem partem dimidiam Rubei, (eam ſcilicet quæ aureo proxima eſt,) & clariorem partem dimidiam Viridis; (eam ſcilicet quæ flavo proxima eſt:) jam circiter $\frac{3}{5}$ partes Luminis horum duorum Colorum intra circulum ante dictum cadent, & $\frac{2}{5}$ partes extra eum cadent circumcirca; Quæq; luminis hujuſce pars extra circulum cadet, ea per ſpatium fere altero tanto majus, quam quæ intra cadet, diffundetur; ac proinde in toto, tribus fere tantis rarior erit facta. Ex reliqua autem parte dimidia Colorum Rubei & Viridis, (hoc eſt, ex Rubeo nubilo ſaturatiſſimo & Viridi Saligneo,) circiter $\frac{1}{4}$ pars intra circulum prædictum cadet, & $\frac{3}{4}$ extra; Quæq; hujus luminis pars extra circulum cadet, ea per ſpatium circiter quatuor aut quinque partibus majus, quam quæ intra cadet, diffundetur; ac proinde hoc lumen in toto ra-

rius erit, idq; circiter viginti quinque partibus, quam totum Lumen intra circulum inclusum; Quinimo, ut verius dicam, Lumen hoc extra circulum, amplius triginta aut quadraginta partibus, quam id quod est circulo inclusum, rarius erit; quippe color rubeus extremus in fine coloratæ Imaginis Prismate effictæ, jam ante tenuis admodum & rarus fuerat; itemq; Viridis saligneus rarior aliquanto quam Aureus ac Flavus. Quare horum Colorum Lumen, cum sit tanto rarius quam id quod intra circulum cadat; utiq; Sensum vix movere poterit: Præsertim cum color rubeus saturatior, & viridis saligneus, hujusce Luminis; colores sint multo, quam reliqui, fusciores. Eandem autem ob causam Colores Cæruleus & Violaceus, cum sint etiam adhuc multo, quam illi, obscuriores; multoque etiam magis rarefacti; omnino negligi poterunt. Etenim densum illud clarumq; Lumen in Circulo inclusum, offundet obscurabitq; rarum & languidum fusciorum horum Colorum circumjectorum lumen; efficietq; ut hi Sensu percipi vix queant. Itaque Puncti lucidi Imago, quæ Sensu percipi possit, vix excedet magnitudine Circulum, cujus Diameter sit 250ma pars diametri aperturæ Vitri Objectivi Telescopii melioris: Saltem non multo latior eo erit; si excipias languidum, obscurum, nubilumq; admodum circumfusum Lumen, cujus haud fere ullam habebit Spectator rationem. Proinde in Conspicillo tubulato, cujus apertura sit quatuor Unciarum, & Longitudo Pedum Centum; hæc Imago non excedet 2″ 45‴, aut 3″. Et in Conspicillo tubulato, cujus apertura sit binarum Unciarum, & Longitudo 20 aut 30 Pedum; poterit esse 5″ aut 6″, vix autem major eo. Quod quidem Experientiæ optime congruit. Etenim Astronomi quidam, per Conspicilla tubulata supra vice-
nos

nos Pedes, & infra sexagenos, longa; observarunt diametros Stellarum Fixarum, esse circiter 4″ aut 5″, aut summum 6″. Verum si Vitrum Ocularium, Facis Lychnive fumo leniter infuscatum sit, quo Lumen Stellæ obscuretur; jam languidum illud Lumen, quod erat in Circuitu Stellæ, evanescet; stellaq; ipsa (si Vitrum satis sit Fumo infuscatum) ad puncti Mathematici similitudinem propius accedet. Quam porro eandem ob Causam, enorme illud Lumen, quod est in Circumferentia cujusq; Puncti lucidi, minus sentiri debet in brevioribus Telescopiis, quam in longioribus; quia breviores minus Luminis ad Oculum transmittunt.

Quod si jam igitur Ponamus Puncti lucidi Imaginem, quæ Sensu percipi possit, omnino esse 250 partibus minorem diametro, quam aperturam Vitri; At etiam hæc valde grandis est Imago, si cum ea comparetur, quæ ex Sphærica solummodo Vitri figura fuisset oritura: Etenim, absq; diversa radiorum Refrangibilitate esset, Latitudo ejusdem Imaginis in Telescopio Pedes centum longo, cujus apertura sit quatuor Unciarum, omnino haud amplius $\frac{31}{3600000}$ partes Unciæ foret complexura; uti ex præcedenti Computatione liquet. Quare, in hoc casu, Errores maximi qui e Sphærica Vitri figura oriantur, ad Errores sensibiles maximos qui e diversa radiorum Refrangibilitate oriantur, erunt summum ut $\frac{31}{3600000}$ ad $\frac{4}{250}$; hoc est, ut 1 duntaxat ad 1826. Ex quo abunde quidem apparet, Conspicilla tubulata quominus omnibus numeris perfecta atq; absoluta construi queant, non utiq; Sphæricas Vitrorum Figuras, sed diversam Radiorum ipsorum Refrangibilitatem, in Causa esse.

Adhæc aliud Argumentum est quo itidem inferri possit, diversam Radiorum Refrangibilitatem revera in causa esse, quamobrem Conspicilla tubulata omnibus nu-

L 2 meris

meris perfecta construi nequeant. Etenim Radiorum Errores, qui quidem e Sphæricis Vitrorum Objectivorum figuris oriantur, sunt ut Cubi aperturarum Vitrorum Objectivorum: Et exinde, quo Telescopia varia Longitudine Res objectas ita varie amplificent, ut tamen illæ in singulis æque distinctæ appareant; aperturæ Vitrorum Objectivorum, Potentiæq; Amplificandi, debent esse ut Cubi Radicum quadratarum Longitudinum Tuborum: Quod Experientiæ non respondet. At Radiorum Errores ii, qui e diversa Refrangibilitate oriuntur, sunt ut ipsæ aperturæ Vitrorum Objectivorum: Et exinde, quo Telescopia varia Longitudine Res objectas jam ita varie amplificent, ut tamen illæ in singulis æque distincte appareant; aperturæ, & Potentiæ Amplificandi, debent esse ut ipsæ Radices quadratæ Longitudinum. Idque, ut bene notum est, experientiæ respondet. Exempli gratia: Telescopium 64 Pedum in longitudinem, & cujus Apertura sit Unciarum $2\frac{2}{3}$, rem objectam circiter centies & vicies amplificatam, tamen æque distinctam exhibet; ac Telescopium unius Pedis in Longitudinem, & cujus Apertura sit $\frac{1}{3}$ unius Unciæ, eam quindecies exhibet amplificatam.

Quod si jam Radii non essent diverse Refrangibiles; utiq; Conspicilla tubulata multo, quam adhuc descripsimus, perfectiora construi possent; componendo Vitra objectiva ex binis Vitris, inclusa intus aqua, conglutinatis. Sit A D F C Vitrum Objectivum, compositum ex duobus Vitris A B E D & B E F C, ab exteriore sui parte A G D & C H F consimiliter convexis, & ab interiore sui parte B M E & B N E consimiliter concavis; sitq; aqua in Cavitatem B M E N conclusa. Porro sit Sinus Incidentiæ e Vitro in Aerem, ut I ad R; ex Aqua autem in Aerem, ut K ad R; & consequen-

Fig. 28.

ter

ter e Vitro in Aquam, ut I ad K. Diameter Sphæræ, ad quam Facies convexæ A G D & C H F tornatæ sint, esto D: Diameterq; Sphæræ, ad quam Facies concavæ B M E & B N E tornatæ sint, esto ad D, ut Radix Cubica illius K K—K I ad Radicem Cubicam illius R K—R I: Jamq; Refractiones in concavis Vitrorum faciebus, multum corrigent Errores Refractionum in convexis faciebus; quatenus quidem ii e Sphærica Vitri figura oriantur. Atq; hac quidem Ratione Conspicilla tubulata satis admodum perfecta atq; absoluta construi possent, si utiq; diversa Radiorum genera non forent diverse Refrangibilia. Verum enimvero, propter diversam hancce Refrangibilitatem, non equidem video qui fieri queat, ut Conspicilla tubulata solis Refractionibus excoli atq; perfici possint; nisi si forte ea ratione, quæ in eisdem amplius in Longitudinem extendendis versatur, effici hoc quadantenus possit: Quem quidem ad finem, nuperum *Hugenii* Inventum optime videtur accommodatum. Etenim Tubi prælongi valde molesti & incommodi sunt, & tractatu difficillimi; & præterea, propter nimiam longitudinem, facile incurvescunt & quatiuntur; eoq; pacto efficiunt, ut res objectæ perpetuo tremere videantur, & non sine multo negotio distincte cerni queant. Cum jam e contrario, adhibito *Hugenii* invento, & tractatu faciliora sint Vitra; & specialiter Vitrum objectivum, perticæ fortiori erectæque infixum, stabile ac firmum maneat.

Quandoquidem igitur Refractionibus perficere Conspicilla tubulata, quæ sint datarum Longitudinum, in negotiis desperatis est: Excogitavi quondam Telescopium, quod res objectas Reflexione inspiciendas exhiberet: Utebar autem, loco Vitri Objectivi, Metallo concavo. Diameter Sphæræ, ad quam Metallum concavum tor-

tornatum fuit, complectebatur circiter 25 Uncias Anglicas; & consequenter Longitudo Instrumenti erat circiter Unciarum 6$\frac{1}{4}$. Vitrum Ocularium Plano-convexum erat; & Diameter Sphæræ, ad quam convexa ipsius facies tornata fuit, erat circiter $\frac{1}{5}$ Unciæ, aut paulo infra id; ac proinde hoc Vitrum rem objectam triginta aut quadraginta Tantis Vero ampliorem repræsentabat. Alia computandi ratione, inveni illud circiter triginta quinq; Tantis Specie ampliorem rem objectam exhibere. Metallum concavum id erat, quod Aperturam Unciæ unius & $\frac{1}{3}$ ferre posset. Verum apertura definita erat, non circulo opaco marginem Metalli circum obtegente, sed circulo opaco inter Vitrum Ocularium & Oculum collocato, in cujus medio parvum rotundum foramen erat, per quod Radii ad Oculum transmitterentur. Etenim Circulus iste ibi collocatus, intercipiebat plurimum Errantis Luminis, quo Aspectus alioqui interturbatus fuisset. Quum hoc Instrumentum cum Conspicillo tubulato satis bono, quod in Longitudinem haberet quatuor Pedes, & cujus Vitrum Ocularium concavum esset, compararem; e loco longinquiore, mei Instrumenti ope, quam istius Conspicilli, literas Legere poteram. Attamen in meo Instrumento corpora objecta multo, quam in isto Conspicillo vitreo, tenebrosiora videbantur; partim quia plus Luminis inter Reflectendum a Metallo, quam inter Refringendum a Vitro, intercidebat & amittebatur; & partim, quia Instrumentum meum nimium ad Amplificandum esset comparatum. Etenim si meum Instrumentum corpora objecta non amplius triginta aut viginti quinq; Tantis Vero ampliora exhibuisset; utiq; illa clariora jam & lucidiora in eo apparuissent. Duo hujusmodi Instrumenta, ante hos annos circiter sexdecim, construxi: Quorum alterum adhuc

adhuc apud me eſt; ipſumq; quam vera ſint, quæ ſcribam, cuilibet demonſtrare poterit. Veruntamen id diuturnitate temporis paulo deterius eſt factum. Etenim Metalli concavi Nitor ſæpius infuſcatus fuit; qui tamen Nitor, corii mollioris affrictu, iterum eſt reſtitutus. Cum hæc Inſtrumenta confeciſſem; Artifex *Londinenſis* id ſibi ſumpſit, ut ea imitaretur. Verum cum ille Metallum alia ratione poliret, quam ego feciſſem; ejus Inſtrumentum multum infra mei bonitatem cecidit; uti ex Opifice inferiori, qui illi hac in re operam dederat, poſtea audivi. Cæterum Ego quidem *Metallum* hac ratione perpolivi. Duas Laminas cupreas, alteram convexam, concavam alteram, Uncias ſenas diametro complectentes, & inter ſe optime aptas, accipiebam. Harum ſuper ea quæ convexa erat, *Metallum Objectivum Concavum*, quod erat mihi poliendum, atterebam uſq; eo, donec in figuram laminæ convexæ reſpondentem tornatum eſſet, & ad polituram eſſet paratum. Tum laminam convexam pice liquefacta deſuper inſtillata valde tenuiter induebam, calefaciebamq; interea, ut Pix tamdiu mollis permaneret, dum eam lamina cuprea concava contererem nonnihil madefacta, quo Lamina convexa pice ex æquo uſquequaq; diffuſa indueretur. Atq; hoc quidem pacto, attritis diutule inter ſe lamellis, Picem in ſummam tenuitatem diducebam: Cumq; lamina convexa refrigerata eſſet, Picem iterum, admota concava lamina, conterebam; ut figuram ſortiretur quam poſſet maxime aptam atq; accuratam. Tum Stanni uſti aliquantum, quod a particulis ſuis craſſioribus multa lotura ſeparaſſem, & in ſummam ſubtilitatem coegiſſem, Pici iſti ſuperinjectum, admota iterum lamina cuprea concava, conterebam uſq; eo, donec ſtridere deſiit: Et deinde ſuper Pice *Metallum Objectivum*, brachio celeriori

leriori, & plusculo virium adhibito, ad duo circiter triave Minuta, atterebam. Tum Stannum ustum denuo Pici eidem superinjectum, admota iterum lamina cuprea concava conterebam, donec rursus stridere desiit: Et deinde super Pice *Metallum Objectivum*, ut prius, atterebam. Hocq; idem sæpius iterabam, donec *Metallum* esset perpolitum: Ad extremum autem enixius jam, adhibitis totis viribus, atq; etiam diutius illud atterebam; Picemque, nullo amplius superinjecto Stanno usto, sufflabam identidem, ut ea humida permaneret. *Metallum* hoc *Objectivum*, latum erat Uncias duas, & circiter tertia Unciæ parte crassum, ne forte inflecti posset. Duo hujusmodi *Metalla* habui: Et cum utrumque polivissem, explorabam utrum eorum melius esset; alterumq; iterum atterebam, si forte ut id adhuc melius esset illo, quod apud me servaveram, efficere possem. Atq; hoc pacto, sæpe experiundo, Metalli expoliendi rationem edidici; donec tandem bina illa Conspicilla superius memorata, quæ res objectas Reflexione inspiciendas præberent, fabricaverim. Etenim hæc Metalli perpoliendi Ars assiduo usu melius, quam præceptis omnibus, edisci poterit. Antequam *Metallum Objectivum* super Pice attererem; semper Stannum ustum, admota lamina cuprea concava, prius super eadem atterebam usque eo, donec stridere desiit: quoniam Stanni usti particulæ, nisi Pici hoc modo ita sint infixæ, uti nulla ex parte possint se torquendo excitare; utiq; sese hac illac provolvendo, interradent *Metallum Objectivum*, parvisq; innumeris foraminibus asperum id & inæquale facient.

Verum quandoquidem Metallum multo, quam Vitrum, difficilius est politu; & postquam politum est, facillime, infuscato Nitore suo, ineptum fit ad Usus Opticos

pticos; atq; etiam omnino Luminis Minus Reflectit, quam Vitrum Argento vivo indutum: Suaderem equidem, ut, loco Metalli, Vitrum adhibeatur, ab anteriore sui parte Concavum, a posteriori autem parte ex æquo Convexum, & ab ista convexa quidem parte Argento vivo indutum. Vitrum usquequaq; una eademq; prorsus crassitudine sit oportet. Alioqui res objectas coloribus variatas exhibebit, & minus distinctas. Hujusmodi Vitro adhibito, conatus sum ante hos quinq; aut sex annos Telescopium Reflectens construere, quod cum in Longitudinem esset quatuor Pedum, corpora objecta circiter centies & quinquagies vero ampliora repræsentaret: Planeq; adductus eram ut crederem, quo hoc Inventum omnibus numeris perfectum atq; absolutum reddi possit, nihil præter Artificem peritum deesse. Etenim Vitrum quo utebar, ab Artifice quodam *Londinensi* politum, eodem modo ac Vitra ad Conspicilla tubulata poliri solent; quamvis non minus bene expolitum, quam esse solent Vitra Objectiva, videretur; tamen, cum deinde argento vivo indutum esset, apparebat jam ex Reflexione innumeris id undiq; inæqualitatibus crispum esse. Quæ quidem inæqualitates, quominus Objecta in Instrumento jam dicto cerni distincte potuerint, effecerunt. Nam Errores Radiorum Reflexorum ex quavis Vitri inæqualitate orti, circiter sextuplo grandiores sunt, quam Errores Radiorum Refractorum ex eisdem Vitri inæqualitatibus orituri. Attamen ex hoc Experimento illud intellexi; Reflexionem a concava Vitri facie, quæ ne omnia perturbaret metueram, nihil hic incommodi, quod quidem Sensu percipi potuerit, attulisse; & consequenter, quominus hujusmodi Telescopia omnibus numeris perfecta construi queant, nihil plane deesse præter peritos Opifices, qui Vitra perpolire & in

Sphæræ figuram accurate tornare calleant. Vitrum Objectivum ad Telefcopium quatuordecim Pedum, ab Artifice quodam *Londinenfi* expolitum, ipfe quondam multo melius feci, atterendo id fuper Picem Stanno ufto confperfam; levi autem ac molli brachio hoc faciebam, ne Stannum uftum id interraderet. Annon Vitra ad Reflectendum comparata, eadem ratione fatis bene perpoliri poffint; equidem nondum expertus fum. Verum quicunq; hac vel alia quavis, quæ ei vifa fuerit, Vitrorum poliendorum ratione uti volet; certe debebit is Vitra ad polituram præparanda, leviori prius manu atterere; & minus Virium, quam folent Opifices *Londinenfes* in Vitris fuis tornandis, adhibere. Etenim Vitra nimis violenter appreffa, ne flectantur nonnihil inter atterendum, periculum erit. Si autem inflectantur, omnino Figura eorum vitiabitur. Quo igitur horum Vitrorum Reflectentium Speculationem iftiufmodi Artificibus, qui Vitrorum figurandorum curiofiores fint, amplius commendem; Confpicillum antedictum in fequenti Propofitione fingulatim defcribam.

PROP. VIII. PROB. II.

Confpicilla tubulata in Brevitatem contrahere.

Fig. 29. Sit *abdc* Vitrum, ab anteriore fui parte *ba* Concavum; a pofteriori autem parte *cd*, ex æquo Convexum: adeo ut ufquequaq; una eademq; fit Craffitudine. Cave inæquali craffitudine fit; ne res objectas coloribus variatas exhibeat, & minus diftinctas. Sit porro accurate expolitum, & a pofteriore fui parte Argento vivo indutum; inq; Tubo *vxyz*, qui intus valde niger fit oportet, apte infixum. Sit *efg* Prifma vitreum aut cryftallinum,

linum, prope ab altera Tubi extremitate, in medio collocatum; hoc est, ansæ æneæ aut ferreæ *f g k*, ab extremo se in latitudinem laxanti atq; complanatæ, agglutinatum. Sit Prismatis istius Angulus *e* rectus; reliqui autem duo Anguli *f* & *g* inter se accurate æquales, & consequenter semirecti: sintq; planæ facies *f e* & *g e* quadratæ; & consequenter tertia facies *f g* parallelogrammum rectangulum, cujus Longitudo ad Latitudinem suam erit in subduplicata proportione Duorum ad Unum. Sit Prisma istud in Tubo ita collocatum, ut Axis Speculi per mediam faciem quadratam *e f* ad perpendiculum transeat, & consequenter per mediam faciem *f g* in Angulo 45 graduum. Obvertatur facies *e f* ad Speculum: Distentq; Prisma & Speculum inter se tali intervallo, ut Radii Luminis *p q*, *r s*, &c, qui in Speculum incidunt in lineis Axi ipsius parallelis, ingrediantur in Prisma per faciem *e f*, & reflectantur a facie *f g*, indeq; per faciem *g e* exeant ad punctum *t*, quod communem esse Focum oportet Speculi *a b d c*, & Vitri ocularii Plano-convexi *h*, per quod radii isti ad oculum egrediantur. Deniq; Radii jam e Vitro illo egredientes, transmittantur per tenue rotundum foramen, sive aperturam, in parva Lamella ex Plumbo, Ære, Argentove, qua Vitrum obtegi oportet: idq; foramen ea sit magnitudine, quæ omnino ad tantum Luminis transmittendum, quantum ad Videndum satis sit, necessaria fuerit. Etenim eo pacto res objecta distincte videbitur; quippe lamina, in qua id foramen sit, lucem illam omnem errantem, quæ forte a marginibus Speculi *b a* advenerit, intercipiet. Hujusmodi Instrumentum bene apteq; constructum, si in Longitudinem habeat sex Pedes, (computando Longitudinem istam a Speculo ad Prisma, & inde ad Focum *t*,) feret apertu-

M 2 ram

ram in Speculo ad ſex ipſas Uncias; & rem objectam ducentis aut trecentis partibus Specie ampliorem repreſentabit. Verum apertura hic commodius foramine *b* definitur, quam ſi in ipſo Speculo definita eſſet. Si Inſtrumentum longius breviuſve faciendum ſit; Apertura debebit proportione eſſe, ut Cubus Radicis quadrato-quadratæ Longitudinis; & Amplificandi Potentia, ut Apertura. Cæterum conveniens erit, ut Speculum ſit Uncia una minimum aut duabus latius, quam apertura: itemq; ut Vitrum, ex quo Speculum conſtat, craſſum ſit; ne inter poliendum forte inflectatur. Priſma *e f g* tam parvum eſſe debet, quam poſſit commode fieri; & poſteriorem ipſius faciem *f g* argento vivo indui non oportebit. Quippe ſine Argento vivo ea Lumen omne, quod ſibi e Speculo inciderit, reflectet.

In hoc Inſtrumento res objecta videbitur inverſa: Verum erigi poterit, efficiendo ut facies quadratæ *e f* & *e g* Priſmatis *e f g*, non jam planæ, ſed ſphærice convexæ ſint; ut Radii tam antequam in Priſma incidant, quam poſtea inter id & Vitrum Ocularium, ſe decuſſatim ſecent. Porro, ſi poſtuletur ut hoc Inſtrumentum ampliorem aperturam ferat; id etiam ita fieri poterit, ſi Speculum componatur ex duobus Vitris, incluſa intus aqua, conglutinatis.

OPTI-

Fig. 2.

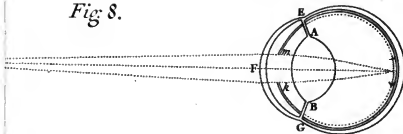
Fig. 3.

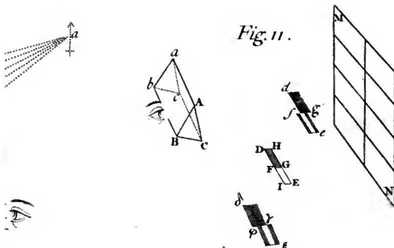
Fig. 4.

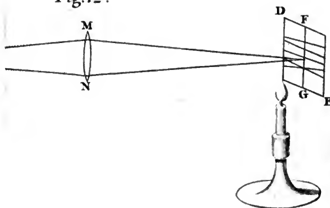
Fig. 5.

Fig. 6.

Fig. 7.

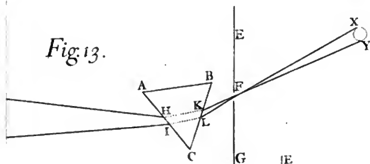

Fig: 8.
E
A
m
F
k
B
G


Fig. 11.
a
a
b
A
B
C
d
g
f
e
D
H
F
G
I
E
δ
γ
φ
ε
M
N


Fig. 12.
M
N
D
F
G
E






Fig. 13.
A
B
C
E
F
G
H
I
K
L
X
Y



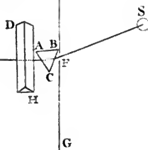
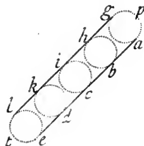
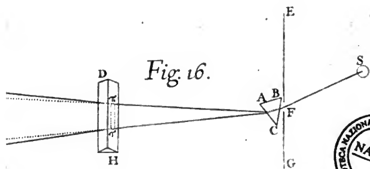

D
H
A
B
C
E
F
G
S

Fig. 14.


g
p
h
a
i
b
k
c
l
d
t
e


Fig. 16.
D
H
A
B
C
E
F
G
S





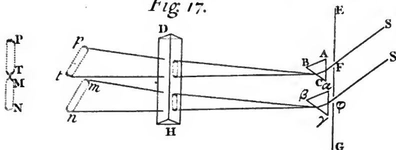
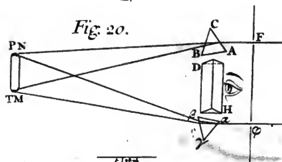
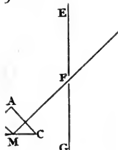
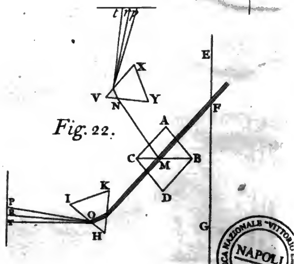

Fig 17.
P
T
M
N
p
t
m
n
D
H
A
B
C
a
β
γ
φ
E
F
G
S
S

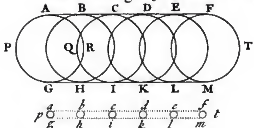

Fig 18.
a
b
c
d
g
e
D
A
B
G
C
E
F
S

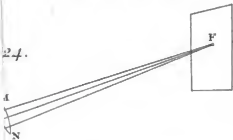

p
n
m
t

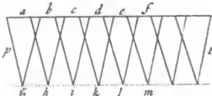

Fig. 20.
PN
TM
C
B
A
F
D
H
β
α
γ
φ

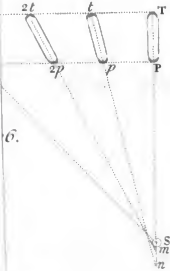

g. 21.
E
F
A
M
C
G


t n p
X
V
N
Y
E
F
Fig. 22.
A
C
M
B
D
K
I
O
H
P
G


Fig. 23.
A
B
C
D
E
F
P
Q
R
T
G
H
I
K
L
M
a b c d e f
p t
g h i k l m


24.
F
N


Fig. 25.
a b c d e f
p t
g h i k l m


2t
t
T
2p
p
P
6.
S
m
n

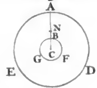
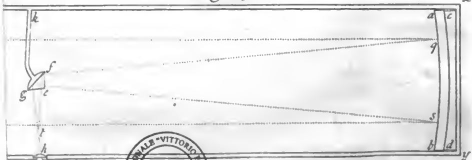

Fig. 27.
A
N
B
G
C
F
E
D


Fig. 28.
A B C
G M N H
D E F


Fig. 29.
x
k
a
c
q
f
g
e
s
t
h
b
d
y



OPTICES
LIBER PRIMUS.

PARS II.

PROP. I. THEOR. I.

Phænomena Colorum in Refracto aut Reflexo Lumine, non oriuntur ex novis Modificationibus Luminis, quæ, pro variis Luminis Umbræque terminationibus, varie sint impressæ.

Probatio ab Experimentis desumpta:

EXPER. I.

ETenim si Solis radius in Cubiculum valde tenebricosum immittatur per foramen oblongum F, *Fig.* 1. cujus Latitudo sit $\frac{1}{6}$ aut $\frac{1}{8}$ Unciæ, vel paulo minor eo; isq; radius F H trajiciatur deinde, primo per Prisma amplissimum A B C, quod intervallo circiter viginti Pedum a foramine distet, eique parallelum sit; postea autem transeat (alba nimirum istius radii pars) per corporis nigri & opaci G I foramen oblongum H circiter $\frac{1}{40}$ aut $\frac{1}{60}$ Unciæ parte latum, quod intervallo duorum triumve Pedum a Prismate, situq; tum ad ipsum Prisma tum ad prius

prius foramen parallelo sit collocatum; Siq; hoc Lumen album, ita per foramen H transmissum, incidat deinceps super chartam albam *p t*, ultra id foramen H, interjecto trium quatuorve Pedum intervallo, collocatam; ibique depingat solitos Prismatis Colores, puta rubeum ad *t*, flavum ad *s*, viridem ad *r*, cæruleum ad *q*, & violaceum ad *p*: Si hæc, inquam, ita dispoſita sint; poteris, interponendo virgulam ferream, aut aliud quodlibet tenue opacum corpus, cujus latitudo sit circiter $\frac{1}{10}$ Unciæ; eoque pacto intercipiendo radios ad *k*, *l*, *m*, *n*, vel *o*; efficere, ut Colorum unus quilibet ad *t*, *s*, *r*, *q*, aut *p*, evanescat; dum reliqui, ut prius, super charta adhuc apparebunt, nihil immutati: Vel, interposita virgula paulo latiori, efficere poteris ut Colores bini quilibet, ternive, aut quaterni, nihil mutatis reliquis, evanescant: Adeo ut Colorum alius quilibet, æque ac violaceus, possit exterior fieri in confinibus umbræ ad *p*; & alius quilibet, æque ac rubeus, possit exterior fieri in confinibus umbræ ad *t*; item quilibet eorum possit confinis esse ei umbræ, quæ, interpositu virgulæ R intermediam aliquam Luminis partem intercipientis, in medio Imaginis intra ipsos colores fiat; & deniq; quilibet eorum, si, interceptis reliquis, solus relinquatur, possit umbræ ex utraq; sui parte simul confinis esse. Scilicet singuli Colores, quælibet umbrarum confinia sine ullo discrimine ferunt: Et consequenter horum Colorum diversitas inter se, non oritur (quomodo Philosophi adhuc docuerunt) ex diversis Umbrarum confiniis, quibus Lumen varie modificetur. Cæterum id in hisce Experimentis capiendis observandum est; quanto foramina F & H tenuiora fiant, eorumq; ac Prismatis intervalla sint majora, cubiculumq; tenebrosius sit factum; tanto melius sub manus succedere Experimentum; modo Lumen

men non uſq; eo diminuatur, quin Colores ad *p t* ſatis adhuc clare diſcerni queant. Priſma ex Vitro quidem ſolidum comparare, quod ad hoc Experimentum ſatis magnum ſit, difficile fuerit. Quare Vas ex laminis vitreis perpolitis, in formam Priſmatis, incluſa intus aqua, conglutinatis, adhiberi poterit.

EXPER. II.

Solis Luminis Radius in Cubiculum tenebricoſum per foramen F rotundum & ſemuncia latum immiſſus, tranſibat primo per Priſma A B C foramini iſti admotum, & deinde per Lentem P T paulo amplius quatuor Uncias latam, & circiter octo Pedibus a Priſmate diſtantem; indeq; convergebat ad O, Focum Lentis circiter tribus Pedibus ab ipſa Lente diſtantem; quo in loco incidebat deniq; in chartam albam D E. Quando Charta iſta Lumini incidenti objecta erat ad perpendiculum, quomodo in poſitu D E depicta eſt; utiq; Colores Univerſi, ei in O incidentes, albi apparebant. At quando Charta circa Axem ſuum Priſmati parallelum ita convertebatur, ut ad Lumen valde facta eſſet inclinata; quomodo in poſitionibus *e d* & *ε δ* depicta eſt: jam illud idem Lumen in uno caſu Flavum atq; Rubeum apparebat, in altero Cæruleum. Hic una eademq; Luminis pars in uno eodemque loco, pro variis chartæ inclinationibus, uno in caſu alba apparebat, in alio flava aut rubea, in alio cærulea; interea dum Luminis Umbræq; confinium, Priſmatiſq; Refractiones, in hiſce omnibus caſibus plane eadem manebant, nihilq; immutata. *Fig.* 2.

EXPER.

EXPER. III.

Fig. 3. Aliud conſimile Experimentum facilius etiam hoc modo capi poterit. Amplior Solis Luminis Radius per feneſtræ operculi foramen in Cubiculum tenebricoſum tranſmiſſus, refringatur majori Priſmate A B C, cujus Angulus Refringens C ſit amplius ſexaginta graduum: Et ſimul ut primum iſte radius e Priſmate exierit, incidat deinceps ſuper Chartam albam D E, a tergo inſpiſſatam ad rigiditatem. His ita diſpoſitis: Quum Charta Lumen illud excipiat ad perpendiculum objecta, quomodo ad D E depicta eſt; id ſuper charta videbitur Album plane: Quum autem Charta ad Lumen valde ſit inclinata, ita tamen ut Axi Priſmatis ſemper parallela ſit; utiq; ejus totius Luminis Albor, qui ſuper charta viſus fuerat, jam pro eo ac charta in hanc vel illam partem inclinata ſit, immutabit ſe vel in Colorem flavum & rubeum, ut in poſitu *e d*; vel in cæruleum & violaceum, ut in poſitu $\epsilon\,\delta$. Quod ſi id Lumen, antequam in Chartam incidat, duobus Priſmatibus inter ſe parallelis bis fuerit refractum ad eaſdem partes; jam Colores ante dicti, multo evidentiores clarioreſq; videbuntur. In hoc Experimento, mediæ omnes partes latioris illius albi Luminis radii, qui in Chartam incidebat, utiq; ſine ullo Umbræ confinio, qua modificari poſſent, factæ ſunt coloratæ; idq; ea ratione, ut unum eundemq; colorem uſquequaq; induerint; quippe cum in medio Chartæ idem ſemper, atq; in extremis, color eſſet; iſq; color ſe pro varia chartæ reflectentis obliquitate immutaret, ſine ulla vel Refractionum vel Umbræ vel Luminis ipſius in Chartam incidentis mutatione. Quare horum Colorum cauſa, non novis Luminis modificationibus,

ficationibus, quæ ex Refractionibus ſcilicet atq; Umbris Ortum habeant, ſed omnino alii alicui rei tribuenda eſt.

Quod ſi jam ea Cauſa, quæ ſit, quæratur: Reſpondeo; Chartam in poſitu *e d*, quum radiis magis refrangibilibus obliquius quam minus refrangibilibus objecta ſit, utique a poſterioribus fortius quam a prioribus illuminari; ac proinde radios minus refrangibiles tum in Lumine reflexo prævalere & dominari: Qui quidem radii, ubicunq; prævalent, Lumen ſemper colore rubeo aut flavo inficiunt; uti ex prima Propoſitione primæ Partis hujus Libri quodam modo apparere poteſt, & uberius infra comprobabitur. Quum autem Charta in poſitu *ε δ* collocata ſit; omnia tum contra, ac dicta ſunt, eveniunt: Radiis nimirum magis refrangibilibus, qui Lumen colore cæruleo & violaceo ſemper inficiunt, tum prævalentibus.

EXPER. IV.

Colores Bullarum, quibus Pueri ludere ſolent, varii ſunt; ſitumq; ſuum, nulla habita Umbræ confinii ratione, varie immutant. Si hujuſmodi Bulla Vitro concavo tecta ſit, quominus Vento aliove ullo Aeris motu agitetur; Colores Situm ſuum lente & regulariter mutabunt, etiam dum Oculus & Bulla & Corpora omnia, quæ vel Lumen emittant, vel Umbram projiciant, immota manent. Itaq; Colores hujuſmodi Bullarum oriuntur ex cauſa aliqua regulari, quæ ex Umbræ confinio nullo modo pendet. Ea autem cauſa, quæ ſit, in Secundo Libro oſtendetur.

Ad hæc Experimenta addi poteſt decimum Experimentum primæ Partis hujus Libri; ubi Solis Lumen in Cubiculo tenebricoſo per parallelas binorum Priſmatum

in formam Parallelopipedi colligatorum Superficies trajectum, cum jam e Prifmatibus emergeret, ex toto flavum aut rubeum apparebat uniformiter. Ad quorum quidem Colorum generationem, nihil omnino conferre poterat Confinium Umbræ. Etenim id Lumen fe ex albo in flavum, aureum, & rubeum, ex ordine mutat; fine ulla Umbræ confinii mutatione. Et in ambobus extremis Luminis emergentis lateribus, ubi contraria Umbræ confinia contrarios effectus obtinere deberent, Color unus idemq; eft, five fit albus, flavus, aureus, five rubeus. Atq; etiam in medio Luminis Emergentis, ubi nullum eft omnino Umbræ confinium, Color idem eft plane qui in Extremis: Nempe totum Lumen, cum primum emergit, unius eft plane ac uniformis Coloris, five is fit albus, flavus, aureus, five rubeus; indeque progreditur fine ulla amplius Coloris mutatione, qualem Umbræ confinium in Lumine Refracto poft emergendum efficere vulgo creditur. Neq; vero fieri poteft, ut Colores ifti ex novis aliquibus Modificationibus a Refractione Lumini impreffis oriantur: Quippe illi quidem fe ex Albo in Flavum, Aureum, & Rubeum, ordine immutant; dum Refractiones plane eædem manent: Atq; etiam Refractiones iftæ a Superficiebus inter fe parallelis, quæ fuos ipfarum invicem effectus retexunt, in contrarias partes factæ funt. Colores ifti igitur non oriuntur ex ullis Modificationibus, quas Refractiones vel Umbræ Lumini imprimere potuerint; fed ex alia aliqua caufa oriantur neceffe eft. Ea autem Caufa quæ fit, fupra in decimo illo Experimento oftendimus; & quæ ibi dicta funt, nihil opus eft ut hic repetamus.

Aliud adhuc hujus Experimenti adjunctum eft, non
Fig. 22. parvi momenti. Cum enim id Lumen Emergens Re-
Par. 1. tringatur iterum tertio Prifmate H I K ad Chartam P T,
ibiq;

ibique depingat solitos Prismatis Colores, rubeum, flavum, viridem, cæruleum & violaceum: si jam Colores isti ex eo orirentur, quod id Prisma Lumen aliquo modo Refractionibus suis modificaret; utiq; illi non inessent in eo Lumine, jam antequam id in Prisma istud incideret. Attamen in Experimento ante dicto res ita se habuit, ut cum, convertendo bina priora Prismata circa Axem suum communem, Colores omnes, excepto rubeo, evanescerent; id Lumen, quod Colorem rubeum exhibuit, jam solum relictum, apparuerit eodem plane colore rubeo, etiam antequam in tertium Prisma incideret. Et in universum quidem ex aliis Experimentis rem ita se habere comperimus, ut cum Radii, qui Refrangibilitate inter se differant, a se invicem separati sint; eorumq; unum quodvis genus seorsum consideretur; color, quem illi tum constituunt, non possit ulla Refractione aut Reflexione, quæcunq; ea sit, mutari: quomodo omnino sane mutari deberet, si Colores nihil aliud essent, quam Modificationes Lumini a Refractionibus, Reflexionibus, Umbrisq; impressæ. Hanc porro Coloris Immutabilitatem, superest ut in sequenti Propositione describam.

PROP. II. THEOR. II.

Omne Lumen Homogeneum, Colorem habet proprium & suum, Refrangibilitati suæ respondentem; Isq; color nullis Reflexionibus aut Refractionibus mutari potest.

In Experimentis Quartæ Propositionis Primæ Partis hujus Libri; cum radios heterogeneos a se invicem separassem; Imago *p t* ex radiis a se invicem separatis composita, videbatur ab usq; una extremitate *p*, quo

N 2 Radii

Radii maxime Refrangibiles incidebant, ad alteram extremitatem *t*, quo Radii minime Refrangibiles incidebant, induta Coloribus ex ordine, violaceo, indico, cæruleo, viridi, flavo, aureo, rubeo, innumerisq; intermediis coloribus serie continuata in se invicem perpetuo desinentibus: Adeo ut totidem esse viderentur Colorum gradus, quot essent radiorum inter se Refrangibilitate differentium genera.

EXPER. V.

Jam Colores hosce non potuisse Refractione mutari, inde intellexi, quod quum Luminis istius modo unam exiguam partem, modo aliam exiguam partem, Prismate refringerem; quomodo in duodecimo Experimento primæ Partis hujus Libri expositum est; color Luminis nunquam ea Refractione esset quicquam omnino immutatus. Cum enim rubei Luminis pars ulla refringeretur; ea omnis semper eodem plane colore rubeo permansit, ac fuerat initio. Nihil coloris aurei, nihil flavi, nihil viridis, nihil cærulei, nihil ullius novi Coloris, ea unquam Refractione eliciebatur. Neq; vero sæpius repetitis Refractionibus Color iste quicquam omnino immutabatur; sed semper idem prorsus color rubeus permansit, qui fuerat initio. Eandem quoq; Constantiam & Immutabilitatem in Cæruleo, Viridi, cæterisq; Coloribus inveniebam. Similiter, quum per Prisma oculo admotum, corpus aliquod parte ulla Luminis hujusce Homogenei illuminatum inspicerem; quomodo in decimoquarto Experimento Primæ Partis hujus Libri expositum est; nullum unquam Colorem novum ea ratione generatum observare potui. Omnia corpora Lumine Heteregeneo quidem illuminata, confusa admodum (uti supra dictum est)

eſt) per Priſma Inſpicienti, variiſq; novis induta Coloribus videntur. At corpora Lumine Homogeneo illuminata, nihilo minus diſtincta per Priſma Inſpicienti, neq; aliis coloribus induta videbantur, quam cum nudis oculis aſpicerentur. Omnino colores ipſorum, Refractione interpoſiti Priſmatis nihil quicquam immutabantur. Cæterum cum Coloris Mutationem nullam hic eſſe factam dico, id ita dictum velim, ut de Mutatione quæ Senſu percipi poſſit, intelligatur. Etenim Lumen quod ego hic appello Homogeneum, cum non ſit plane perfecteq; Homogeneum; utiq; ex perpaululo, quod ei adhuc admixtum ſit, Heterogenei Luminis, perexigua aliqua Coloris mutatio oriatur neceſſe eſt. Verum ſi id Heterogenei Luminis tam puſillum ſit factum, quam Experimentis ante dictis Quartæ Propoſitionis fieri poſſit; ſane illa Coloris mutatio minor erit, quam quæ Senſu percipi queat; ac proinde in Experimentis, quæ ſint Senſus judicio exiſtimanda, pro nulla haberi debet.

EXPER. VI.

Porro, ut Colores iſti nullà Refractione, ſic neque ulla Reflexione, immutari potuerunt. Etenim Corpora omnia, quæ eſſent Natura Colore albo, cinereo, rubeo, flavo, viridi, cæruleo, aut violaceo; ut Charta, Cineres, Minium, Auripigmentum, Indicum, Cæruleum montanum, Aurum, Argentum, Cuprum, Herba, Cyanus, Viola, Bullulæ aquæ variis Coloribus indutæ, Plumæ Pavoniæ, Ligni Nephritici Infuſio, & Similia; ea in Lumine rubeo Homogeneo poſita, plane rubea videbantur; in Lumine cæruleo, plane cærulea; in Lumine viridi, plane viridia: Et in univerſum, quicunq; color eſſet Homogenei Luminis, in quo hujuſmodi corpora

pora collocata essent; istum illa omnia semper exhibebant Colorem; eo solum discrimine, quod illorum alia Lumen istud fortius reflecterent, alia languidius. Nullum autem unquam corpus inveni, quod Luminis Homogenei Colorem reflectendo immutare potuerit, ita quidem ut res Sensu perciperetur.

Ex quibus omnibus manifestum est, si Solis Lumen ex uno solo radiorum genere constaret, futurum utique ut unus omnino omnium esset rerum color; neq; ullo modo fieri posset, ut Reflexionibus aut Refractionibus ullus unquam novus color generaretur. Unde Consequens est, Colorum eam quam videmus Varietatem, omnino ex Compositione Luminis oriri atq; pendere.

DEFINITIO.

Id Homogeneum Lumen, sive Radios eos, qui colorem rubeum exhibent, vel potius qui efficiunt ut corpora objecta colorem rubeum exhibeant; eos ego Rubrificos sive Rubeos appello: Quiq; efficiunt ut corpora objecta colore flavo, viridi, cæruleo, aut violaceo videantur; eos Radios Flavos, Virides, Cæruleos, aut Violaceos appello. Et quandocunq; Lumen sive Radios, Coloratos vel Coloribus imbutos dicere videar; id semper ita dictum velim, ut non Philosophice & proprie, sed ad vulgus id dictum intelligatur; sive congruenter Ideis istis, quas Vulgus, cum hujusmodi Experimenta videant, sibi animo fingere solent. Etenim Radii, si Proprie loqui velimus, non sunt colorati. In eis nihil aliud inest, nisi potentia quædam sive dispositio, qua ita comparati sunt, ut Sensum hujus vel illius Coloris in Nobis excitent. Quemadmodum enim

enim Sonus, in Campana aut Chorda musica aut quovis Corpore Sonante, nihil aliud est nisi Motus quidam tremulus; & in Aere, nihil aliud nisi Motus iste a Corpore sonante propagatus; in Sensorio autem, Sensus Motus istius sub forma Soni: Sic Colores, in rebus quidem objectis nihil aliud sunt nisi dispositio qua illæ hoc vel illud genus radiorum copiosius quam cæteros reflectunt; & in radiis, nihil aliud nisi dispositio qua illi hunc vel illum Motum ad Sensorium transmittunt; in Sensorio autem, Sensus Motuum istorum sub forma Colorum.

PROP. III. PROB. I.

Definire Refrangibilitatem diversorum generum Homogenei Luminis, Coloribus suis diversis Respondentem.

Ad hoc Problema expediendum, subjectum Experimentum excogitavi.

EXPER. VII.

Quum Imaginis coloratæ Prismate effictæ Latera rectilinea A F, G M, ut distinctis terminis finirentur effecissem, ea ratione quæ in quinto Experimento primæ Partis hujus Libri exposita est; reperiebantur in ea Omnes Colores Homogenei, eodem Ordine eodemque Situ inter se dispositi, ac in Imagine ex Lumine Simplicissimo composita, quam in quarta Propositione ejus primæ Partis descripsimus. Etenim Circuli, qui Imaginem ex Lumine Composito P T constituunt, quique in mediis partibus Imaginis valde inter se permixti sunt; iidem in extremis partibus, ubi rectilinea ipsius latera *Fig.* 4.

A F

AF & GM tangunt, non ſunt commixti: Quam quidem ob cauſam in iſtis rectilineis lateribus, cum utique illa diſtincte definita ſint, nullus novus Color Refractione generatur. Obſervabam etiam, quum quolibet in loco inter duos extremos Circulos TMF & PGA, linea aliqua recta, ut $\gamma\delta$, Imagini tranſverſa, ita ducta eſſet, ut utroq; ſui extremo in rectilinea Imaginis latera ad perpendiculum incideret; apparuiſſe ſemper unum eundemq; colorem, atq; etiam eundem coloris iſtius gradum, in tota illa linea ab una uſq; extremitate ad alteram. Delineabam itaq; ſuper Charta Perimetrum Imaginis FAPGMT; cumque tertium Experimentum primæ Partis hujus Libri caperem, chartam iſtam ita collocabam, ut Imago colorata in Diagramma ſuper charta delineatum incideret, & in id apte accurateque conveniret. Quod cum fieret, juſſi ut Amicus qui interfuit, & cujus Oculi coloribus diſcernendis acriores quam mei eſſent, notaret lineis rectis $\alpha\beta$, $\gamma\delta$, $\epsilon\zeta$, &c, imagini in tranſverſum ductis, Confinia colorum; nimirum coloris rubei, $M\alpha\beta F$; aurei, $\alpha\gamma\delta\beta$; flavi, $\gamma\epsilon\zeta\delta$; viridis, $\epsilon\eta\vartheta\zeta$; cærulei, $\eta\iota\varkappa\vartheta$; indici, $\iota\lambda\mu\varkappa$; & violacei, $\lambda GA\mu$. Atq; hac quidem Operatione, cum eam ſæpius & in eadem & in diverſis chartis iteraſſem, obſervationeſq; bene inter ſe congruere comperiſſem, inveniebam rectilinea imaginis latera MG & FA a lineis illis tranſverſis in proportionem Chordæ muſicæ eſſe diviſa. Producatur igitur GM ad X, ita ut MX æqualis ſit ipſi GM; & concipiantur GX, λX, ιX, ηX, ϵX, γX, αX, & MX, eam inter ſe proportionem habere, quam habent numeri 1, $\frac{8}{9}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{9}{16}$, $\frac{1}{2}$; atq; adeo repræſentare chordas Clavis, & Toni, tertiæ Minoris, quartæ, quintæ, ſextæ Majoris, ſeptimæ, & octavæ ſupra iſtam Clavim: Jamq; intervalla $M\alpha$,

$\alpha\gamma$,

$\alpha\gamma$, $\gamma\varepsilon$, $\varepsilon\eta$, $\eta\iota$, $\iota\lambda$, & λ G, erunt ipſa Spatia, quæ Colores ſinguli, rubeus, aureus, flavus, viridis, cæruleus, indicus, & violaceus, occupent.

Quoniam autem hæc Intervalla, ſive Spatia, ſubtendunt differentias Refractionum Radiorum illorum, qui proficiſcuntur ad Colorum ante dictorum limites, hoc eſt, ad puncta M, α, γ, ε, η, ι, λ, G; utiq; hæc intervalla, ſine errore ſenſibili, poterunt exiſtimari proportionalia differentiis Sinuum Refractionis eorundem Radiorum, unum communem Sinum Incidentiæ habentium. Quare, cum communis Radiorum maxime minimeq; Refrangibilium Sinus Incidentiæ e Vitro in Aerem, ſit proportione (quomodo ratione ſupra expoſita comperimus) ad eorundem Refractionis Sinus, ut 50 ad 77 & 78; divide jam differentiam iſtorum Sinuum Refractionis 77 & 78, ſimili proportione ac linea G M dictis intervallis diviſa eſt; & habebis 77, $77\frac{1}{8}$, $77\frac{1}{5}$, $77\frac{1}{3}$, $77\frac{1}{2}$, $77\frac{2}{3}$, $77\frac{7}{9}$, 78, Sinus Refractionis diverſorum Radiorum ante dictorum e Vitro in Aerem tranſeuntium, cum communis omnium Sinus Incidentiæ ſit 50. Itaq; Sinus incidentiarum Radiorum omnium Rubeorum e Vitro in Aerem, fuerunt ad Sinus Refractionum ſuarum, proportione non majori quam 50 ad 77, nec minori quam 50 ad $77\frac{1}{8}$; ſed proportiones omnes intermedias habuerunt. Similiter Sinus incidentiarum Radiorum Viridium, ad Sinus Refractionum ſuarum, proportiones omnes habuerunt, inter eam quæ eſt 50 ad $77\frac{1}{3}$, & eam quæ eſt 50 ad $77\frac{1}{2}$. Atq; itidem limitibus ante dictis, Radiorum omnium ad reliquos quoq; Colores pertinentium Refractiones definiebantur; Sinibus Radiorum Rubeorum progredientibus ſcilicet, a 77 ad $77\frac{1}{8}$; Aureorum, a $77\frac{1}{8}$ ad $77\frac{1}{5}$; Flavorum, a $77\frac{1}{5}$ ad $77\frac{1}{3}$; Viridium, a $77\frac{1}{3}$ ad $77\frac{1}{2}$;

Cærulcorum, a $77\frac{1}{2}$ ad $77\frac{2}{3}$; Indicorum, a $77\frac{2}{3}$ ad $77\frac{7}{9}$; & Violaceorum, a $77\frac{7}{9}$ ad 78.

Hæ ſunt Leges Refractionum Radiorum e Vitro in Aerem tranſeuntium: Unde, ex tertio Axiomate primæ Partis hujus Libri, Leges Refractionum Radiorum ex Aere contra in Vitrum tranſeuntium, facile deduci poterunt.

E X P E R. VIII.

Obſervavi præterea, cum Lumen ex Aere per diverſa Refringentia Media inter ſe contigua, ut Aquam & Vitrum, tranſmittatur, indeq; iterum in Aerem tranſeat; id Lumen, ſive Superficies quibus id refringatur parallelæ ſint inter ſe, ſive inclinatæ, tamen quotieſcunque contrariis Refractionibus ita correctum ſit, ut emergat tandem in lineis parallelis ad eas in quibus inciderit, deinceps ſemper Album permanere: Sin Radii tandem Emergentes, ſint Incidentibus inclinati; tum Luminis emergentis albitudinem, pro eo ut id a Loco Emerſionis ulterius progrediatur, paulatim ſe ab extremis ſui partibus in Colores induere. Hoc expertus ſum, refringendo Lumen per Priſmata vitrea in Vaſe Priſmatico aquæ pleno collocata. Jam quidem Colores iſti id indicant; Radios Heterogeneos inæqualibus ſuis Refractionibus divergere & a ſe invicem ſeparatos eſſe; quomodo ex iis, quæ ſequuntur, plenius apparebit: E contrario autem, permanens alterius Luminis Albitudo illud oſtendit; Radios ſimiliter incidentes neq; poſt emergendum a ſe invicem ſeparatos eſſe, neq; ullam conſequenter totarum fuiſſe Refractionum inæqualitatem. Unde duo ſequentia Theoremata colligere mihi videor.

1°. Exceſſus Sinuum Refractionis variorum generum Radiorum, ſuper communem Sinum Incidentiæ, cum Re-

Refractiones fiant e pluribus diversis Mediis densioribus immediate in unum idemque Medium rarius ; esse inter se in data Proportione.

2°. Proportionem Sinus Incidentiæ ad Sinum Refractionis Radiorum unius ejusdemq; generis ex uno quovis Medio in aliud transeuntium, compositam esse ex Proportione Sinus Incidentiæ ad Sinum Refractionis e primo Medio in quodvis tertium, & ex Proportione Sinus Incidentiæ ad Sinum Refractionis e tertio illo Medio in secundum.

Ex primo Theoremate, data Refractione Radiorum unius cujusvis generis, inveniuntur Refractiones Radiorum omnium generum e quovis Medio in Aerem transeuntium. Exempli gratia : Si Refractiones cujusque generis Radiorum ex Aqua pluvia in Aerem transeuntium, quæ sint, quærantur ; Subducatur communis Sinus Incidentiæ e Vitro in Aerem, de Sinibus Refractionis ; eorumq; Excessus erunt 27, $27\frac{1}{8}$, $27\frac{1}{5}$, $27\frac{1}{3}$, $27\frac{1}{2}$, $27\frac{2}{3}$, $27\frac{2}{9}$, 28. Pone jam Sinum Incidentiæ Radiorum minime refrangibilium ex Aqua pluvia in Aerem transeuntium, esse ad Sinum Refractionis eorundem, ut 3 ad 4 ; Et supputa hoc modo ; Ut 1, quæ est differentia istorum Sinuum, ad 3, qui est Sinus Incidentiæ ; sic 27, qui est minimus Excessuum supra memoratorum, ad quartum numerum 81 ; Eritq; jam iste numerus 81, communis Sinus Incidentiæ ex Aqua pluvia in Aerem ; Ad quem quidem Sinum si addas singulos supra memoratos Excessus, habebis tandem Sinus Refractionum quæsitos, 108, $108\frac{1}{8}$, $108\frac{1}{5}$, $108\frac{1}{3}$, $108\frac{1}{2}$, $108\frac{2}{3}$, $108\frac{2}{9}$, 109.

Ex posteriori Theoremate invenitur Refractio e Medio uno in alterum, quando datæ sunt Refractiones ex utroq; eorum in quodvis tertium. Exempli gratia : Si

O 2 Sinus

Sinus Incidentiæ cujusvis Radii e Vitro in Aerem, sit ad Sinum Refractionis suæ, ut 20 ad 31; Sinus autem Incidentiæ ejusdem Radii ex Aere in Aquam, sit ad Sinum Refractionis suæ, ut 4 ad 3; Utique Sinus Incidentiæ istius Radii e Vitro in Aquam, erit ad Sinum Refractionis suæ, ut 20 ad 31 & 4 ad 3 conjunctim, hoc est, ut Factum ex 20 & 4 ad Factum ex 31 & 3, sive ut 80 ad 93.

Atque si hæc quidem Theoremata in Opticen recipiantur, amplissima jam Scientiam istam nova ratione fuse copioseq; tractandi patebit materies; quippe cum non modo doceri jam possint ea, quæ ad Visum amplius perficiendum pertineant; verum etiam mathematice definiri omne genus Colorum Phænomena, quæ ex Refractionibus oriri queant. Etenim quo hoc fiat, nihil aliud requiritur, nisi ut inveniantur Radiorum Heterogeneorum separationes, eorumq; variæ mixturæ inter se, & qua proportione eæ singulæ mixturæ fiant. Hoc ipso ratiocinandi genere, ego omnia fere Phænomena quæ quidem in his Libris exposita sint, atq; etiam alia quædam in præsenti Materia minus necessaria memoratu, inveni. Ex successu autem, quem Ipse in his rebus experiundis nactus sum, spondere ausim, qui recte prius argumentatus fuerit, & deinde omnia bonis cum Vitris justaq; cum circumspectione Experiundo tentaverit, eum spem suam non frustraturam. Verum id ante intelligat oportet; ex quibusvis Coloribus quavis Proportione commixtis, qui demum de novo orituri sint Colores.

PROP. IV. THEOR. III.

Colores Compositione procreari possunt, qui Luminis Homogenei Coloribus plane similes sint futuri, in Speciem quidem

dem & ad Oculorum Senſum, non autem in Coloris Immutabilitatem & ad Conſtitutionem ac Naturam Luminis. Iiq; Colores, quanto magis Compoſiti ſunt, tanto minus largi intenſiq; fiunt; donec nimia tandem Compoſitione dilutiores languidioreſq; facti, penitus demum evaneſcant. Fieri quoq; poteſt ut Colores Compoſitione producantur, qui nullis Homogenei Luminis Coloribus prorſus ſimiles ſint futuri.

Etenim ex mixtura Rubei atq; Flavi homogeneorum, oritur Color Aureus, in Speciem ei plane ſimilis, qui in Colorum Simplicium Priſmate exhibitorum ſerie inter Rubeum iſtum atq; Flavum interjacet. Verum Lumen unius horum Colorum Aureorum, homogeneum eſt ad Refrangibilitatem; alterius autem, heterogeneum: Item unius horum Colorum ſpecies, cum per Priſma inſpiciatur, eadem manet nec quicquam immutata; alterius autem, mutatur & reſolvitur in Colores ſuos Simplices, Rubeum atq; Flavum. Similiter, ex aliis homogeneis Coloribus inter ſe propinquis, componi poterunt novi Colores, qui ſint Coloribus homogeneis interjacentibus ſimiles. Exempli gratia: Ex Flavo & Viridi inter ſe commixtis, oritur Color inter eos medius: Et ſi huic deinceps ſuperaddideris Cæruleum; fiet ex omnibus Color Viridis, qui eſt trium illorum inter ſe permixtorum medius. Etenim Flavus & Cæruleus, ſi ſint æqua portione admixti, Viridem intermedium in iſta permixtione ad ſe utrinq; ex æquo pertrahent, & quaſi paribus virium momentis libratum ſervabunt, ut is neque ad Flavum ex una parte, neq; ad Cæruleum ex altera deſcendat, ſed commixtis utriuſq; actionibus Color inter utrumq; medius permaneat. Ad hunc Viridem permixtum, adhuc ſuperadjici poterit Nonnihil Rubei ac Vio-

Violacei; & tamen Color Viridis non continuo evanescat, sed languidior solummodo & subpallidus fiat; donec, amplius adauctis Coloribus Rubeo & Violaceo, Viridis iste magis magisq; dilutus factus, superetur tandem nimietate Colorum adjectorum, & in Albitudinem aut alium aliquem colorem immutetur. Similiter, si ad Lumen homogeneum cujusvis Coloris, adjiciatur album Solis Lumen, quod est ex omnibus Radiorum generibus Compositum; utiq; Color iste non continuo evanescet aut Genus suum immutabit, sed duntaxat dilutior fiet; & pro eo ut Luminis albi amplior adferatur accessio, magis adhuc magisq; dilutus erit factus perpetuo. Denique, si Rubeus & Violaceus inter se permisceantur; orientur inde varii Colores Purpurei, pro eo, qua proportione illi invicem commixti fuerint, diversi inter se; neq; ullius Coloris Homogenei Speciem aut Similitudinem habentes: Atq; ex his quidem Purpureis, admixto Flavo & Cæruleo, alii itidem novi Colores produci poterunt.

PROP. V. THEOR. IV.

Albitudo & Colores omnes Cinerei inter Album & Nigrum, componi possunt ex Coloribus: Et Solis Luminis Albor compositus est ex primariis omnibus Coloribus, apta portione inter se commixtis.

Probatio ab Experimentis desumpta.

EXPER. IX.

Fig. 5. Cum Solis Luminis Radius in Cubiculum tenebricosum per parvum rotundum fenestræ operculi foramen trans-

transmissus, & deinde per Prisma Refractus, depingeret super Pariete coloratam Solis Imaginem P T; objeci ante istam Imaginem Chartam albam V, ita ut ea Lumine colorato ab Imagine reflexo illuminaretur, nec tamen ullam partem Luminis a Prismate ad Imaginem transeuntis interciperet. Observavi autem, Quum Charta propius ad unum aliquem Imaginis Colorem, quam ad cæteros admota esset; tum eam illo colore, ad quem propius admota esset, infectam apparere: quum autem æquali aut fere æquali intervallo ab omnibus Coloribus distaret, adeo ut ex æquo omnium Lumine reflexo illuminaretur; tum albam apparere. In hac ultima autem Chartæ positione, si Colorum aliqui interciperentur, Charta Albitudinem suam continuo amisit, & eum deinceps Colorem induebat, qui esset reliqui Luminis non intercepti Color. Itaq; Charta ea illuminata erat Radiis variorum Colorum, nempe rubeis, flavis, viridibus, cæruleis & violaceis; & unaquæq; Luminis istius pars suum Colorem retinebat, donec in Chartam incideret indeq; ad oculum reflecteretur: adeo ut siquod Lumen unius certi Coloris vel solum fuisset, (intercepto nimirum reliquo Lumine,) vel si nimia portione reliquis coloribus admixtum fuisset, & proinde in Lumine a Charta reflexo prævaluisset ac dominatum esset; utiq; id suo Colore Chartam infecturum fuisset: Nihilominus singulæ Luminis partes, suum quæq; Colorem ita retinentes, admixtæ tamen reliquis omnibus Coloribus apta proportione, effecerunt ut Charta alba videretur; & consequenter apta sui Compositione atq; Permixtione inter se, Colorem Album constituebant. Singulas colorati Luminis ab Imagine reflexi partes, dum inde per Aerem propagantur, suum quamque, ut dixi, proprium Colorem retinere, sane manifestum est;
quia

quia ubicunque in Oculos Spectatoris incidunt, partes Imaginis ſuo quamq; Colore diſtinctas exhibent. Retinent igitur ſuos ſingulæ colores, etiam cum in Chartam V incidunt; & conſequenter perfecta permixtione ſuorum omnium Colorum, Albitudinem conſtituunt Luminis a Charta reflexi.

E X P E R. X.

Fig. 6. Incidat jam colorata illa Solis Imago P T in Lentem M N, amplius quatuor Uncias latam, & circiter ſex Pedum intervallo a Priſmate A B C diſtantem; quæq; ea ſit figura, qua efficiat ut Lumen Coloratum a Priſmate divergens, convergat deinceps, & in Focum G, interjecto circiter ſex octove Pedum intervallo, colligatur; ibiq; in Chartam albam D E ad perpendiculum incidat. His ita diſpoſitis, obſervare licebit, ſi Charta illa alba ultro citroq; moveatur, totam Solis Imaginem, quum ſuper charta illa *e d* jam ad Lentem propius admota excipiatur, coloribus clariſſimis (quomodo ſupra expoſitum eſt) in loco *p t* diſtinctam apparituram; pro eo autem, ut Charta a Lente recedat, colores iſtos ad ſe invicem perpetuo appropinquaturos, & magis magiſq; ſe inter ſe commiſcendo dilutiores continue factum iri; tandemque, quum Charta in ipſo Foco G collocata ſit, inter ſe jam penitus commixtos, plane evanituros eſſe omnes, & in Albitudinem abituros; toto ſcilicet Lumine in parvum album Circulum ſuper chartam coacto: Veruntamen hoc ita fieri, ut, ſi charta adhuc longius a Lente recedat, Radii qui ante convergerant, jam deinceps ſe in Foco G decuſſatim ſecantes, indeq; poſtea divergentes, effecturi ſint ut Colores iterum appareant; verum contrario, ac prius, ordine; puta, ad *δε*; ubi color

lor rubeus *t*, qui ante inferior fuerat, jam ſuperior factus ſit; & cæruleus *p*, qui ante ſuperior fuerat, jam factus ſit inferior.

Finge jam Chartam poſitam in ipſo Foco G; ubi Lumen in Circulum coactum, album plane apparet: Ejuſq; albitudinem, qualis ſit, conſideremus. Dico autem, albitudinem iſtam compoſitam eſſe ex Coloribus univerſis in unum coactis. Etenim ſiquis unus pluresve Colorum iſtorum ad Lentem intercipiantur; utiq; albitudo illa continuo evaneſcet, & in eum convertetur Colorem, qui ex reliquorum Colorum non interceptorum permixtione oriri debeat: Quod ſi Coloribus, qui intercepti fuerint, iterum deinde ut tranſeant permittatur, inq; Colorem illum Compoſitum incidant; jam rurſus, cum illo commixti, albitudinem priorem reſtituent. Exempli gratia, ſi Colores Violaceus, Cæruleus, & Viridis intercipiantur; utiq; ex Flavo, Aureo, & Rubeo, qui ſupererunt, Compoſitus erit ſuper charta Color Aureus: Quod ſi Colores iſti intercepti, iterum deinde ut tranſeant permittas, inq; Aureum iſtum Compoſitum incidant; jam rurſus, cum illo commixti, Albitudinem conficient. Similiter, ſi Rubeus & Violaceus intercipiantur; utiq; ex Flavo, Viridi, & Cæruleo, qui ſupererunt, Compoſitus erit ſuper charta Color Viridis: Qui quidem Rubeus ac Violaceus, ſi iterum deinde tranſmittantur, inq; Viridem iſtum incidant; jam rurſus, cum eo commixti, Albitudinem efficient. Radios autem diverſos in iſto Albo Compoſito, non quidem *Agendo ulla ratione in ſe invicem* Mutationem ullam Qualitatum ſuarum Colorificarum ſubire, ſed Commiſceri ſolummodo inter ſe, atq; ea quidem Colorum ſuorum Permixtione Albitudinem conficere; ex ſequentibus Argumentis amplius apparere poterit.

Si Charta ultra Focum G collocata ſit, puta ad $\delta\,\epsilon$; colorq; rubeus ad Lentem intercipiatur alternis, atq; tranſmittatur: color violaceus, qui erit ſuper charta, nihil inde immutabitur; quomodo omnino mutari deberet, ſi Radii diverſorum generum, qui decuſſantur in Foco G, ibi in ſe invicem *Agerent*. Neq; Color rubeus, qui eſt ſuper charta, quicquam immutabitur; utcunq; violaceus, qui eum in tranſverſum ſecat, intercipiatur alternis & tranſmittatur.

Porro, ſi Charta collocata ſit in Foco G; & alba rotundaq; Imago ad G, inſpiciatur per Priſma H I K, eaq; Refractione transferatur ad locum *r v*, ibiq; variis induta videatur Coloribus, nempe violaceo ad *v*, rubeo ad *r*, reliquiſq; in media ſui parte coloribus intermediis; color rubeus autem deinceps ad Lentem intercipiatur identidem & tranſmittatur alternis: utiq; color rubeus ad *r* itidem evaneſcet, denuoq; comparebit ſimilibus vicibus; violaceus autem ad *v* nihil quicquam inde immutabitur. Similiter, ſi cæruleus ad Lentem intercipiatur identidem & tranſmittatur alternis: utiq; cæruleus ad *v* itidem evaneſcet, denuoq; comparebit; rubeus autem ad *r*, nihil quicquam immutabitur. Igitur color rubeus pendet ex uno genere radiorum, cæruleus autem ex alio genere; iiq; radii diverſorum generum in Foco G, ubi commixti ſunt, non Agunt in ſe invicem. Quod autem de his duobus Coloribus dictum eſt, id de reliquis quoq; Coloribus dictum intelligendum eſt.

Conſiderabam præterea, quum Radii maxime Refrangibiles *P p*, minimeq; Refrangibiles *T t*, convergendo ad ſe invicem inclinati ſunt; ſi jam Charta Radiis illis in Foco G valde obliqua objiceretur; fieri utiq; poſſe, ut ea unum genus radiorum copioſius quam cæteros reflecteret; eoq; pacto Lumen in Foco iſto reflexum, eo Co-

Colore infectum videretur, qui esset Radiorum numero prævalentium: Atq; hoc quidem ita fore, si Radii isti suum quisq; Colorem sive Qualitatem Colorificam in Albo illo Composito, quod esset in Foco, retinerent: Verum si suum quisq; Colorem in ista Albitudine non retinerent, sed e contrario singuli eo in loco ita comparati essent facti, ut in nobis Sensum Albitudinis jam singuli excitarent; tum futurum, ut ii Albitudinem suam istiusmodi Reflexionibus nequaquam possent amittere. Inclinabam itaq; Chartam ad Radios valde oblique, sicuti in secundo Experimento hujus *Partis* feceram, ut Radii maxime Refrangibiles copiosius quam reliqui Reflecterentur; jamq; Albitudo se convertebat in colorem cæruleum, indicum, & violaceum ex Ordine. Deinde Chartam in contrarias partes inclinabam, ut Radii minime Refrangibiles copiosius quam cæteri reflecterentur; jamq; Albitudo convertebat se contrario ordine in flavum, aureum, & rubeum.

Denique, Instrumentum X Y pectinatim dentatum comparabam, cujus sexdecim Dentes latitudine circiter sesqui-unciales essent, intervalla autem Dentium circiter binas Uncias complecterentur. Atq; hujus quidem Instrumenti Dentes prope a Lente per Vices interponens, intercipiebam Dentis interpositi interjectu partem aliquam Colorum, dum reliqui per intervalla Dentium transmissi ad Chartam D E, coloratam super ea Solis Imaginem depingerent. Verum Chartam ante ita collocaveram, ut quotiescunq; submotus esset Pecten, Imago alba appareret: Tumq; interposito, ut dixi, Pectine; albitudo illa, propter partem Colorum ad Lentem interceptam, semper convertebat se in Colorem eum, qui esset ex Coloribus non interceptis Compositus; isq; Color, Motu Pectinis, ita variebatur perpetuo, ut interea

 dum

dum unus quisq; Dens præter Lentem ferretur, Colores hi omnes, Rubeus, Flavus, Viridis, Cæruleus & Violaceus, semper invicem succederent. Effeci igitur ut Dentes singuli præter Lentem ordine ferrentur: Cumq; Motus eorum lentior esset, Colores antedicti ordine perpetuo super charta invicem succedere distincte videbantur: Verum cum Motus Pectinis adeo celer esset factus, ut propter nimiam Colorum prætereuntium velocitatem, ii distincte discerni & internosci haud potuerint; colores illi singuli in speciem penitus evanuerunt. Utiq; nihil amplius Coloris rubei, nihil flavi, nihil viridis, nihil cærulei, nihil purpurei apparebat; sed ex permixtione omnium, unus usquequaq; sui consimilis oriebatur Color Albus. Jam quidem Luminis hujusce, quod ex Colorum omnium Permixtione Album hoc modo videbatur, nulla revera pars alba erat. Una pars rubea erat, alia flava, alia viridis, alia cærulea, alia purpurea; Atq; hæ quidem partes suum quæq; Colorem usq; eo retinent, donec in Sensorium incidant. Siquando hæ partes coloratæ, sui Impressiones in Sensorio adeo lente faciant, ut singulæ distincte percipi queant; utiq; Colorum singulorum sibi invicem ordine perpetuo succedentium distinctus excitatur Sensus: Sin autem hæ Impressiones tanta celeritate se invicem consequantur, ut singulæ distincte percipi non possint; utiq; ab universis unus communis omnium excitatur Sensus, qui neq; est unius duntaxat Coloris, neq; alterius cujusvis, sed ex æquo omnium; Isq; est Sensus, qui vocatur, Albitudinis. Ex nimia ipsarum invicem succedendi celeritate, Impressiones singulorum Colorum in Sensorio confusæ sunt inter se; & ex ista confusione, oritur permixtus unus omnium Sensus. Si Carbo candens sæpius in circulum versetur summa celeritate, utiq; Circulus videbitur totus igneus: Cujus

jus quidem rei causa hæc est; quod Sensus, quem Carbo, dum est in diversis partibus istius circuli, excitat, manet usq; in Sensorio impressus, donec Carbo sit eodem loci iterum reversus. Consimili plane ratione, quum Colores se invicem summa celeritate consequantur, utiq; Sensus unius cujusq; Coloris in Sensorio usq; eo impressus manet, donec Colores omnes ordine transierint, isq; primus color iterum revertatur. Itaq; Colorum omnium invicem succedentium Impressiones, Simul in Sensorio sunt; & conjunctim unum communem omnium Sensum excitant. Adeoq; ex hoc Experimento liquet; commixtas Colorum omnium Impressiones, excitare in Nobis Sensum Albitudinis; hoc est, Albitudinem compositam esse ex Coloribus universis inter se commixtis.

Quod si jam submoveatur Pecten, ut Colores omnes uno eodemq; tempore a Lente ad Chartam transmittantur, ibiq; inter se commisceantur, indeq; ad Spectatoris Oculum Omnes simul reflectantur; utiq; Impressiones ipsorum in Sensorio factæ, quoniam jam multo subtilius penitiusq; permixtæ erunt inter se, Sensum Albitudinis excitare debebunt multo magis.

Loco Lentis, adhibere licebit bina Prismata HIK & LMN, quæ refringendo coloratum Lumen in contrarias partes, ac a primo Prismate id fuerat refractum, efficere possint ut Radii jam divergentes convergant deinceps & in G iterum conveniant; quomodo rem in septimo Schemate depictam videre est. Etenim quo in loco Radii in unum conveniunt, & permixti sunt inter se; eo in loco Lumen Album conficient, sicuti quum Lens adhiberetur. *Fig. 7.*

EX-

EXPER. XI.

Fig. 8. Incidat colorata Solis Imago P T in Cubiculi tenebricosi Parietem, quomodo supra in Tertio Experimento Primæ Partis hujus Libri expositum est; inspiciaturq; ea Imago per Prisma *abc*, quod parallelum sit priori Prismati A B C, cujus Refractione Imago ista efficta fuerit: ita ut jam, admoto ad oculum secundo Prismate, ea Imago inferior, quam ante, videatur; puta in loco S, ex adverso Coloris Rubei T. His ita dispositis: si jam ad Imaginem istam P T propius accedas, utiq; ea oblonga videbitur & colorata in loco S, similiter ac in loco P T: Verum si ab ea longius recedas, Colores in loco S contrahentur magis magisq; in brevitatem, tandemq; plane evanescent, Imagine ad S in figuram rotundam plane atq; albam coacta: Quod si adhuc longius recedas, colores iterum quidem se explicabunt; sed contrario, ac prius, ordine. Jam quidem Imago illa, quæ est ad S, hoc in Casu alba tum videtur, quum Radii diversorum generum, qui a diversis partibus Imaginis P T ad Prisma *abc* convergunt, in hoc posteriori Prismate ita refringuntur inæqualiter, ut in transitu suo ab isto Prismate ad Oculum, divergant deinceps ab uno eodemq; puncto Imaginis S, adeoq; postea in unum idemq; punctum in fundo oculi incidant, ibiq; inter se commisceantur.

Ad hæc, si Pecten insuper adhibeatur, cujus Dentibus Colores in Imagine P T per vices intercipiantur; utiq; Imago quæ videtur in S, Colores varios ordine, dum Pecten lente movetur in transversum Imagini P T, perpetuo induet. At cum, accelerato Pectinis Motu, Colores ocyus adeo sibi invicem succedant, ut distincte cerni

ni finguli haud queant; tum Imago S, confufo & in unum commixto colorum omnium Senfu, alba apparebit.

EXPER. XII.

Cum Solis Lumen per Prifma fatis amplum A B C *Fig.* 9. tranfmiffum, incideret deinceps in Pectinem X Y proxime poft Prifma iftud collocatum; Luminis id, quod per Dentium tranfiret intervalla, ut exciperetur demum Charta alba D E effeci. Dentium Latitudines pares fimilefq; erant, ac ipforum intervalla; Dentefq; fepteni, una cum fuis intervallis, Uncias fingulas fpatio complectebantur. His ita difpofitis; fi jam Charta intervallo circiter duarum triumve Unciarum a Pectine diftaret; fiebat continuo, ut Lumen per intervalla Dentium tranfmiffum, totidem fafcias Colorum *k l*, *m n*, *o p*, *q r*, &c, parallelas inter fe atq; contiguas, nec quicquam Alboris fibi admixtum habentes, fuper Charta depictas exhiberet. Atq; hæ quidem Colorum fafciæ, fiquando Pecten ultro citroq; in tranfverfum identidem moveretur, afcendere viciffim atq; defcendere fuper Charta videbantur: Si autem Pectinis Motus porro adeo celer effet factus, ut Colores finguli diftincte cerni amplius atq; internofci haud potuerint; utiq; confufo inter fe atq; in unum permixto Colorum omnium Senfu, Charta tota alba apparebat.

Finge jam Pectinis Motum fifti, Chartamq; a Prifmate longius remotam effe: Jamq; futurum erit, ut Fafciæ Colorum ante dictæ, fefe extendant continuo atq; dilatent, & fibi invicem magis magifque intermifceantur; eaq; Colorum permixtione inter fe, dilutiores perpetuo fiant; tandemque, cum Charta & Pecten circiter Pedis unius intervallo, aut paulo plus eo, inter fe diftent.

diſtent, (puta in loco 2 D 2 E,) Colores univerſi inter ſe penitus commixti in Albitudinem plane abeant.

Quod cum factum ſit; admoto deinceps quovis obſtaculo, intercipiatur id omne Lumen, quod per unum aliquod Dentium intervallum tranſmittebatur; adeo ut Colorum faſcia ea, quæ inde orta erat, jam ſublata ſit: Jamq; videbis Lumen reliquarum faſciarum ſe in faſciæ ſublatæ locum extendere, ibiq; Coloribus ſe induere. Quod ſi Faſcia ea intercepta ut iterum deinde in Chartam, ſicuti prius, incidat permittas; utiq; Colores ipſius, jam in reliquarum faſciarum colores incidentes, eiſq; ſe denuo admiſcentes, efficient ut Albitudo iterum exhibeatur.

Denique, Charta 2 D 2 E jam ad Radios ſibi incidentes valde inclinata ſit; adeo ut Radiorum maxime Refrangibiles copioſius quam cæteri Reflectantur: Jamque Chartæ Albor, propter Radios hoſce nimia portione Lumini Reflexo admixtos, immutabit ſe in Colorem cæruleum & violaceum. Sin autem Charta e contrario eam jam in partem inclinetur, qua fiat ut Radiorum minus Refrangibiles copioſius quam cæteri Reflectantur; utiq; Chartæ albor jam propter iſtos radios nimia portione Lumini Reflexo admixtos, convertetur in colorem flavum & rubeum. Ex quo apparet, Radios diverſos in eo albo Lumine inter ſe commixtos, ſuam tamen quemq; retinere *Colorificam Qualitatem*; qua Radii unius cujuſvis generis, ubicunq; reliquis copioſiores adſint, utique prævalendo inter cæteros atq; dominando, ſuus ut Color ibi exhibeatur efficiunt.

Qua quidem eadem Argumentandi Ratione, ad tertium Experimentum hujus *Partis* applicata, concludi poterit, Colorem illum Album, qui eſt Luminis omnis Refracti jam primum emergentis Color, æque ac fuerat Inci-

Incidentis; utique ex variis Coloribus Compositum esse.

EXPER. XIII.

In Experimento jam dicto, Pectinis Dentium intervalla, totidem Prismatum partes explent; Quippe singula intervalla Prismatibus singulis respondentia, Phænomenon simile exhibent, ac totidem Prismata fecissent. Quare Pectinis Dentium loco, Prismata plura adhibens, conatus sum ex Coloribus ipsorum permixtis Albitudinem conflare: Idq; effeci, tribus duntaxat Prismatibus, vel etiam duobus solummodo adhibitis; ea, quæ sequitur, ratione. Duo Prismata ABC & *abc*, quorum *Fig.* 10.
Anguli Refringentes B & *b* sint æquales, parallela inter se ita collocentur, ut Angulus Refringens B unius Prismatis, contingat Angulum *c* qui est ad Basin alterius; faciesq; ipsorum CB & *cb*, per quas Radii Emergunt, in directum jaceant. Tum Lumen per Prismata ista trajectum excipiatur super charta MN, quæ intervallo circiter octo duodecimve Unciarum a Prismatibus distet. Jamq; Colores ab interioribus binorum Prismatum extremis B & *c* generati, commiscebuntur in loco PT, ibiq; Albitudinem efficient. Etenim si alterutrum horum Prismatum submoveatur; Colores ab altero generati, apparebunt in loco illo PT: Cum autem prius Prisma iterum in locum suum admoveatur, ut Colores ipsius denuo in Colores alterius incidant; utiq; ex Coloribus istis inter se permixtis, iterum orietur Albitudo.

Succedet etiam hoc Experimentum, uti Ipse Experiundo intellexi, quum Prismatis inferioris Angulus *b* paulo major sit quam superioris Angulus B; interq; Angulos interiores B & *c*, spatii aliquid B *c*, quomodo in Schemate exhibetur, interjectum sit; faciesq; Refringentes

B C & *b c* neq; in directum positæ sint, neq; inter se parallelæ. Etenim quo hoc Experimentum ex sententia succedat, nihil amplius requiritur, quam ut Radii omnium generum uniformiter commixti sint super Charta in loco P T. Si Radii maxime Refrangibiles a superiori Prismate provenientes, occupent id omne spatium, quod est ab M ad P; debebunt Radii ejusdem generis, ab inferiori Prismate provenientes, occupare reliquum omne spatium quod interjacet inter P & N. Si Radii minime Refrangibiles a superiori Prismate provenientes, occupent Spatium M T; debebunt Radii ejusdem generis, ab altero Prismate provenientes, occupare reliquum omne spatium quod est a T ad N. Si Radii unius generis eorum, qui sint mediis Refrangibilitatis gradibus, a superiori Prismate provenientes, diffusi sint per spatium M Q; eorumq; aliud genus, per spatium M R; aliudq; adhuc genus, per spatium M S: utiq; Radii eorundem generum, ab inferiori Prismate provenientes, debebunt occupare spatia reliqua Q N, R N, S N, singuli singula: Quodq; de his dictum est, id de reliquis omnibus Radiorum generibus dictum intelligi oportet. Etenim hoc pacto Radii cujusq; generis, dispersi erunt per totum spatium M N æqualiter atq; uniformiter; adeoq; usquequaq; æqua portione commixti, unum eundemq; omni in parte Colorem exhibere debebunt. Quare, cum in exterioribus partibus M P & T N, ex hac Radiorum omnium mixtura color compositus sit Albus; efficitur utique, ut in interiori quoq; spatio P T, Colorem Album similiter generari oporteat. Hæc est ratio Compositionis ejusce, qua Albitudo in hoc Experimento producta est: Et quacunq; mihi alia unquam ratione similis erat facta Compositio, semper inde nata est Albitudo.

Deni-

Denique, ſi Dentibus Pectinis, qui ſint apta magnitudine, Lumina colorata binorum Priſmatum in ſpatium P T incidentia intercipiantur alternis; ſpatium illud P T, cum utiq; lente moveatur Pecten, coloribus ſemper videbitur infectum: Verum ſi Pectinis Motus adeo celer ſit factus, ut Colores ocyus ſibi invicem ſuccedentes, cerni diſtincte ſinguli haud queant; ſpatium id album videbitur.

EXPER. XIV.

Hactenus Albitudinem ex Colorum Priſmatibus generatorum mixtura atq; compoſitione conflavimus: Reſtat ut de Corporum Naturalium Coloribus inter ſe permixtis dicamus. Si igitur Aqua ſapone nonnihil incraſſata, ad Spumas agendas agitata ſit; brevi interjecto Temporis ſpatio, attentius eam Inſpicienti videbuntur Bullularum ſingularum ſuperficies variis undiq; Coloribus interſtinctæ: At qui eam e longinquo adeo aſpiciet, ut Colores ſingulos diſtincte internoſcere haud queat; is totam Spumam ſummo Albore undiq; ex æquo videbit candicantem.

EXPER. XV.

Denique, cum id agerem, ut ex Coloribus, ſive Pulveribus coloratis, quibus Pictores utuntur, inter ſe permixtis, Colorem Album componerem; conſiderabam Pulveres omnes coloratos, magnam partem Luminis, quo illuſtrantur, reſtinguere intra ſe atq; delere. Etenim ii illa ipſa de cauſa colorati evadunt, quod Lucem eam, quæ eſt ſuo ipſorum Colore, copioſius reflectant; eam autem, quæ eſt aliis omnibus Coloribus, parcius re-

 flectant;

flectant; Neq; tamen eam ipſam Lucem, quæ eſt ſuo ipſorum ſingulorum Colore, tam copioſe reflectunt, quam faciunt Corpora alba. Si Minium, exempli gratia, & Charta Alba ſimul collocata ſint in Lumine rubeo Imaginis illius coloratæ, quæ in Cubiculo tenebricoſo Priſmatis refractione exhibetur, quomodo in tertio Experimento primæ Partis hujus Libri deſcripſimus; utique Charta Luminoſior videbitur, quam Minium; E qua ſcilicet Radii ipſi rubei copioſius, quam ex ipſo utique Minio, reflectuntur. Quod ſi hæc eadem Corpora in Lumine, quod ſit alio quovis Colore, collocata ſint; Charta Luminoſior Minio, multo etiam jam Magis quam antea, apparebit. Hocq; idem in omnibus Colorum quorumcunq; Pulveribus ſimiliter accidit. Quocirca ex hujuſmodi Pulverum permixtione non expectandum eſt ut oriatur Albor clarus atq; candens, qualis eſt Chartæ Candor; ſed Albitudo obſcura quædam ac nubila, qualem ex Luce ac Tenebris, vel Candido & Nigro permixtis orituram expectes; color nimirum leucophæus quidam aut fuſcus, qualis eſt Color Unguium, Color Murinus, Cineraceus, Lapideus, Color Mortarii, Cæni vel Luti, & Similium. Atq; talem quidem Colorem ſubalbidum obſcuriorem, ex Pulveribus Coloratis inter ſe permixtis ſæpe confeci. Exempli gratia; cum *Minii* portione una, *Viride Æris* quintupla portione commixtum, exhibuit Colorem quendam Murinum. Etenim horum duorum Colorum uterque ita ex aliis ante erat compoſitus, ut in ambobus jam Colorum ineſſet mixtura univerſorum: *Minium* autem, propter Colorem ſuum Luminoſiorem, minori portione quam *Viride Æris* adhibebam. Similiter, *Minium* ſimplici, & *Cæruleum montanum* quadruplici portione permixta, conficiebant Colorem quendam Fuſcum ſubpur-

purpurascentem; Qui quidem Color, admixto deinde Composito quodam ex *Auripigmento* & *Viridi Æris* certa portione commixtis, desiit purpurascere, & fuscus plane est factus. Verum hoc Experimentum melius successit sine *Minio*, hoc modo. Ad *Auripigmentum* adjeci paulatim *Purpuram* quandam claram atq; luminosam, qua utuntur Pictores; usq; eo donec *Auripigmentum* flavum esse desineret, & colore factum esset rubeo pallescente: Tum istum Colorem subrubrum adhuc dilutiorem feci, admiscendo *Viride Æris* parva portione, & *Cæruleum montanum* paulo majori portione, donec is evaderet leucophæus subalbidus Color talis, qui ad nullum ex dictis Coloribus unum magis quam ad alium accederet. Etenim hoc pacto factus est Color albus talis, qui Cineres, aut Lignum recens cæsum, aut Cutem humanam albitudine æquaret. *Auripigmentum* plus Luminis, quam alius ullus ex Pulveribus reflexit; ac proinde plus, quam illi, ad Coloris Compositi Alborem contulit. Qua proportione hujusmodi Pulveres commisceri debeant, accurate definire, difficillimum quidem fuerit; propter inæqualem ejusdem generis Pulverum bonitatem. At in universum unumquemq; Pulverem, pro eo ut Color ipsius magis minusve clarus luminosusq; fuerit, ita ipsum minori majorive portione adhiberi oportebit.

Porro, quandoquidem Colores hi fusci atque leucophæi generari quoq; possunt ex Albis Nigrisq; varie inter se permixtis; & consequenter differunt a vere candidis, non genere Colorum, sed duntaxat Claritatis gradu: manifestum est, quo hi Colores plane candidi evadant, nihil amplius requiri, quam ut Lumen ipsorum satis augeatur. Similiter, e contrario, si hi Colores, adaucto duntaxat ipsorum Lumine, in Candorem per-

perfectum absolvi poterunt; consequens erit, eos eodem esse plane Coloris genere, ac candidorum optimos; ab illisq; nulla alia in re differre, nisi in Luminis solummodo Quantitate. Hocq; experiundo probavi, ea, quæ sequitur, ratione. Mixturarum leucophæarum supra memoratarum postremam, (eam nempe, quæ ex *Auripigmento*, *Purpura*, *Cæruleo montano* & *Viridi Æris* esset composita,) Cubiculi Tabulato, qua parte Sol ei per fenestram apertam colluceret, crasse illevi; & prope hanc Mixturam, Chartulam albam ejusdem Magnitudinis, in Umbra collocavi. Tum ad intervallum duodecim octodecimve Pedum retro cedens, ut neq; Pulveris Superficiei inæqualitatem, neq; grumulorum ipsius Umbellas discernere potuerim; Pulverem videbam valde albescentem, etiam supra Chartæ ipsius candorem; maxime si Charta, intercepto Nubium Lumine, paulo magis inumbrata esset; quo quidem in casu, Charta, in comparationem Pulveris, colore jam leucophæo videbatur tali, quali antea visus fuerat Pulvis. Verum ita collocando Chartam, ut Sol ei trans Vitrum in fenestra colluceat; vel adducendo Fenestram, ut Sol Pulveri jam trans Vitrum colluceat; vel alia simili ratione augendo aut minuendo Lumina, quibus Charta & Pulvis sint seorsum illustrata; fieri poterit, ut Lumen quo Pulvis illuminetur, adeo apta proportione fortius evadat Lumine illo, quo illuminetur Charta; ut ambo tandem Albore videantur plane paria. Etenim cum hoc ipsum experirer, Amicum tum forte me Invisentem pro foribus detinui; & nec quinam essent Colores isti, nec quid Agerem, exposui; sed continuo, ex duobus istis Coloribus Albis Uter ei melior videretur, & qua in re inter se differrent, rogavi: Qui eos ex intervallo isto attentius aliquantisper contemplatus, respondit, Utrumque sibi

ſibi Colorem Album ſatis bonum videri; & nec uter eorum melior eſſet, nec qua in re inter ſe differrent, dicere ſe poſſe. Quocirca, quando hic quidem Albor Pulveris in Sole expoſiti, manifeſto Compoſitus erat ex Coloribus iſtis, quos Pulveres illi Simplices *(Auripigmentum, Purpura, Cæruleum montanum, & Viride Æris)* utiq; ante Componendum in eodem Lumine expoſiti habuerunt; omnino fatearis neceſſe eſt, tam ex hoc Experimento, quam ex priori, effici id demum, ut Albor perfectus ex Coloribus inter ſe permixtis Componi poſſit.

Ex iis, quæ dicta ſunt, liquet etiam Solis Luminis Alborem compoſitum eſſe ex Coloribus univerſis, quibus diverſa Radiorum Lumen illud conſtituentium genera, quum ſingulis ſuis Refrangibilitatis gradibus a ſe invicem ſeparata ſint, inficiant Chartam aut quodvis Album corpus in quod incidant. Etenim Colores iſti, (per *Prop.* 2,) ſunt Immutabiles: Et quandocunque Radii illi univerſi, una cum ſuis iſtis Coloribus, iterum commixti ſunt; utiq; id idem Lumen album iterum producunt.

PROP. VI. PROB. II.

In Mixtura Colorum primariorum, data cujuſq; Quantitate & Qualitate, invenire quis ſit futurus Compoſiti color.

Centro O, Semidiametro O D, deſcribatur Circulus A D F; diſtinguaturq; Circumferentia ipſius in Septem partes, D E, E F, F G, G A, A B, B C, C D, quæ ſint proportionales Tonis ſeptem muſicis ſive Intervallis Sonorum octo illorum in Octava, *Sol, la, fa, ſol, la,* Fig. 11.
mi,

mi, *fa*, *ſol* ; hoc eſt, quæ ſint proportionales numeris $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{9}$. Repræſentet prima pars D E Colorem rubeum, ſecunda E F aureum, tertia F G flavum, quarta G A viridem, quinta A B cæruleum, ſexta B C indicum, & ſeptima C D violaceum. Finge hos eſſe Colores omnes Luminis Simplicis gradatim in ſe invicem deſinentes, quomodo faciunt Colores Priſmate exhibiti: hoc eſt, repræſentet Circumferentia D E F G A B C D totam Seriem Colorum, ab uſq; uno extremo coloratæ Solis imaginis ad alterum, ordine diſpoſitorum; adeo ut a D ad E, ſint omnes gradus Coloris rubei; in E, Color inter rubeum atq; aureum medius; ab E ad F, gradus omnes Coloris aurei; in F, Color inter aureum atque flavum medius; ab F ad G, gradus omnes Coloris flavi; & ſic deinceps. Porro, ſit *p* Centrum gravitatis Arcus D E; & *q*, *r*, *ſ*, *t*, *v*, *x*, Centra gravitatis Arcuum E F, F G, G A, A B, B C & C D comparate: & circa hæc Centra gravitatis deſcribantur Circuli, qui ſint comparate proportionales Radiis ſingulorum Colorum in data Mixtura; hoc eſt, Circulus *p* proportionalis numero Radiorum Rubeorum in data Mixtura; circulus *q*, proportionalis numero radiorum Aureorum in eadem Mixtura; & ſimiliter cæteri. Inveni deinde Centrum gravitatis commune omnium Circulorum iſtorum, *p*, *q*, *r*, *ſ*, *t*, *v*, *x*: Quod quidem Centrum ſit Z: Et per iſtud Z, a Centro circuli A D F, ducta ad Circumferentiam linea recta O Y; locus puncti iſtius Y in illa Circumferentia, oſtendet quis naſciturus ſit Color ex Compoſitione Colorum omnium in data Mixtura; & linea O Z erit proportionalis Largitati ſive Saturitati iſtius Coloris, hoc eſt, oſtendet quantum is diſtet ab Albitudine. Exempli gratia: Si Y incidat in locum medium inter F & G; utiq; Color ex data Compoſitione naſci-

nasciturus, erit Flavus optimus: Si Y declinet de medio ad F vel G versus; color Compositus, erit proinde flavus aurescens vel viridescens. Si Z incidat in ipsam Circumferentiam; color erit factus quam possit summe largus floridusque: Si incidat in locum medium inter circumferentiam & centrum; color erit dimidio minus satur; hoc est, color erit talis factus, qualis ex Flavo Largissimo Floridissimoque, admixto æqua portione Albo, esset oriturus: Si deniq; Z incidat in ipsum Centrum O; color jam, amissa penitus saturitate sua omni, plane Albus erit factus. Verum id hic observandum est; si punctum Z incidat in lineam O D, vel propius ab ea; cum jam Colorum simplicium præcipui sint rubeus & violaceus, Colorem Compositum non utiq; futurum ullius ex Coloribus Prismate exhibitis similem, sed purpureum rubescentem aut ad violaceum accedentem, pro eo ut punctum Z ex hac vel illa parte lineæ D O ad E vel C versus ceciderit: Et in universum, colorem violaceum Compositum, quam Simplicem, semper magis clarum esse atq; igneum. Item, si ex Coloribus primariis Duo solummodo, qui scilicet in isto Circulo sibi e diametro invicem sint oppositi, commisceantur æqua portione inter se; punctum Z tum casurum quidem esse in ipsum Centrum O; nec tamen fore, ut Color ex duobus istis Compositus sit perfecte Albus, sed languidus quidam & evanidus Color sine Nomine. Neque enim unquam efficere potui, ut ex Duobus duntaxat coloribus primariis inter se permixtis, color compositus plane Albus esset futurus. Utrum ex tribus Coloribus, æqualibus interjectis intervallis, in ista Circumferentia desumptis, componi possit color plane Albus, necne; equidem haud scio: Verum ex quatuor aut quinq; inter se permixtis, quin id fieri possit, nihil dubito. Sed hæ sunt Curiositates, quæ parum aut nihil conferant ad intelligenda Naturæ phænomena. Etenim

nim in omnibus Coloribus Albis a Natura productis, ſolet ineſſe permixtio Radiorum omnium generum, & conſequenter Colorum Compoſitio univerſorum.

Ut Regulæ hujuſce Exemplum apponam; finge Colorem componendum ex his, qui ſequuntur, coloribus homogeneis; videlicet, ex coloris Violacei portione 1, Indici portione 1, Cærulei portionibus 2, Viridis portionibus 3, Flavi portionibus 5, Aurei portionibus 6, & Rubei portionibus 10. Portionibus hiſce comparate proportionales deſcribo Circulos x, v, t, $ſ$, r, q, p; hoc eſt, ita ut ſi Circulus x ſit 1, Circulus v ſit utique 1; Circulus t, 2; Circulus $ſ$, 3; & Circuli r, q, ac p, ſint 5, 6, ac 10. Tum invenio Z Centrum gravitatis commune horum omnium Circulorum, & per iſtud Z ducta linea O Y, punctum Y incidit in Circumferentiam inter E & F, paulo propius ab E quam ab F: Unde concludo Colorem ex Simplicibus iſtis compoſitum, futurum eſſe Aureum, ad rubeum paulo propius accedentem quam ad flavum. Præterea invenio lineam O Z paulo eſſe minorem dimidio illius O Y: Unde concludo Colorem huncce Aureum compoſitum, minus aliquanto quam dimidium habere Largitatis ſive Saturitatis illius, quæ eſt Coloris Aurei Simplicis; hoc eſt, Colorem huncce Aureum talem eſſe, qualis oriri debeat ex aureo homogeneo & colore albo bono commixtis inter ſe in proportione lineæ O Z ad lineam Z Y; quæ nimirum proportio, non eſt Quantitatum *Pulverum* Aurei & Candidi commiſcendorum, ſed Quantitatum *Luminis ipſius* quod ab utroq; reflectatur.

Atq; hanc quidem Regulam ſatis accuratam eſſe exiſtimo ad Experimenta agenda, quamvis non ſit Mathematice accurata. Porro autem quam vera ſit ad Senſus judicium, abunde probari poteſt, intercipiendo ad Lentem unum quemvis vel plures Colorum in decimo Experimento

perimento hujus Partis. Etenim reliqui Colorum non intercepti, ſed ad Focum Lentis progredientes, conficient ibi vel accurate vel quam proxime Colorem talem, qualis ſecundum hanc Regulam ex Permixtione ipſorum oriri debeat.

PROP. VII. THEOR. V.

Colores Omnes in rerum Univerſitate, qui quidem ex Lumine oriantur, & non a Viribus Imaginationis pendeant, ſunt vel Colores Luminum Homogeneorum, vel ex illis Compoſiti; idq; vel accurate, vel quam proxime, ſecundum Regulam in præcedenti Problemate expoſitam.

Etenim Probavimus *(Prop.* 1. *hujus Partis,)* Colorum Varietatem Refractionibus exhibitam, non oriri ex novis Radiorum Modificationibus, inter Refringendum ſcilicet Lumini impreſſis, & a varia Luminis Umbræq; pendentibus Terminatione: in qua quidem Sententia Philoſophi omnes antehac fuere. Probavimus etiam *(Prop.* 1. *primæ Partis,* & *Prop.* 2. *hujus Partis,)* diverſos Radiorum homogeneorum Colores, ſingulos ſingulorum Refrangibilitatis gradibus ſemper reſpondere; iſtoſq; Refrangibilitatis gradus *(Prop.* 2. *primæ Partis,)* non poſſe ullis Refractionibus aut Reflexionibus mutari; & Conſequenter neq; Colores ipſos poſſe mutari. Inſuper autem Probavimus Directo, Refringendo & Reflectendo Lumina homogenea ſeparatim, *(Prop.* 2. *hujus Partis,)* utiq; Colores ipſorum non poſſe mutari. Porro, Probavimus Radios diverſorum generum inter ſe permixtos, & per unum idemq; ſpatium inter decuſſandum tranſeuntes, *(Exper.* 10. *hujus Partis,)* non ibi in ſe mutuo ita agere, ut ſuas invicem Qualitates Colorificas immutent; ſed intermiſcendo Actiones ſuas in

Senſorio, Senſum illic excitare Alium commixtos, ac excitaſſent ſeparati; hoc eſt, Senſum talis Coloris, qui ſit inter proprios ſingulorum Colores medius: Et particulatim, quum Concurſu & Mixtura radiorum Omnium generum, Color Albus generetur; album iſtum (*Prop.* 5. *hujus Partis*) eſſe utiq; permixtionem Colorum illorum Omnium, quos radii ſinguli habuiſſent ſeparatim: Radios nimirum in iſta Mixtura non amittere aut immutare ſuas ſingulorum Qualitates Colorificas, ſed variis ſuis actionibus in Senſorio permixtis univerſis, excitare Senſum Coloris cujuſdam inter Colores ipſorum ſingulos medii; qui color utiq; eſt Albitudo: Eſt enim Albitudo color inter omnes medius; quippe quæ ad omnes indifferenter ſe habeat, & æqua facilitate ſingulis inſici queat: Utiq; Pulvis rubeus cum cæruleo parva portione commixtus, aut cæruleus cum rubeo, non continuo Colorem ſuum amittit; at Pulvis Albus cum quovis Colore commixtus, inficitur continuo ab iſto Colore; & eadem facilitate ab alio quocunq; Colore infici poteſt. Ad hæc Probavimus, ut Solis Lumen ex omne genus Radiis Compoſitum eſſe, ita Alborem Ipſius compoſitum eſſe ex Coloribus radiorum omnium generum; quippe iſti radii, cum ab initio ſuas ſinguli Colorificas Qualitates æque ac Refrangibilitates habuerint, tum eas retineant ſcilicet perpetuo immutabiles, non obſtantibus Refractionibus aut Reflexionibus quibuſcunque: Quandocunq; autem ullum genus Solis Radiorum, ullo pacto (ut Reflexione in Experimentis nono & decimo primæ Partis, aut Refractione ut in omnibus Refractionibus fit,) a reliquis ſeparatum ſit; tum eos Coloribus videri propriis & ſuis. Hæc, inquam, omnia ante Probavimus: Hæcq; omnia ſimul ſumpta id efficiunt, ut Propoſitio, quam jam ponimus, ſatis ſit comprobata. Si enim

enim Solis Lumen compositum est ex Radiis diversorum generum, qui suos singuli congenitos Refrangibilitatis gradus Qualitatesq; Colorificas habent, & non obstantibus Refractionibus aut Reflexionibus, Separationibus aut Permixtionibus quibuscunque, suas istas tamen singuli congenitas proprietates perpetuo sine ulla immutatione easdem retinent: utiq; efficitur necessario, ut Colores Omnes, qui sunt in rerum Universitate, tales sint, quales semper oriri debeant ex congenitis Qualitatibus Colorificis Radiorum illorum, ex quibus Lumina, per quæ Colores isti sub aspectum veniant, composita sint. Quare, cum Ratio & Causa cujuscunq; Coloris, quæ sit, requiratur; id duntaxat nobis agendum restat, ut consideremus quo pacto Radii, qui sunt in Solis Lumine, fuerint vel Reflexionibus vel Refractionibus vel aliis quibusvis causis a se invicem separati, vel inter se commixti; vel ut alio quovis modo inveniamus quæ genera radiorum, & qua proportione, insint in eo Lumine, per quod Color iste exhibetur; & denique, ut ex Problemate novissime proposito intelligamus, quis Color oriri debeat ex Radiis istis (sive Coloribus ipsorum) ea proportione inter se commixtis. Cæterum in hoc omni Argumento, cum Colores dico, eos semper intelligi Colores velim, qui ex Lumine revera oriantur. Sunt enim qui aliis ex Causis Ortum suum habeant: Ut quum Imaginationis viribus Colores in Somniis nobis objectos videmus; aut Insanus ea, quæ non sunt, videtur sibi videre; aut percusso Oculo, Ignem quis sibi elisum videt; aut comprimendo Oculorum Angulum alterutrum, dum acies alio convertatur, Colores videmus Plumæ Pavoniæ lunulam referentes. Ubi hæ aut harum similes causæ non interveniunt, Color omnis semper respondet generi aut generibus Radiorum, ex quibus

Lumen

Lumen Compositum sit; quomodo Ego quidem Experiundo semper Comperi, in omnibus illis Colorum Phænomenis, in quæ adhuc inquirere potuerim. In sequentibus Propositionibus Exempla rei hujusce dabo, ad Phænomena notatu dignissima explicanda.

PROP. VIII. PROB. III.

Ex Proprietatibus Luminis supra expositis, explicare Colorum Prismatibus exhibitorum rationem.

Fig. 12. Sit A B C Prisma, quo refringatur Lumen Solis transmissum in Cubiculum tenebricosum per foramen F φ; quod foramen pari fere sit latitudine, ac ipsum Prisma: Sitq; M N Charta alba, qua Lumen refractum ita excipiatur, ut radii maxime Refrangibiles, sive violacei extremi, incidant puta in spatium P π; radii minime Refrangibiles, sive rubei extremi, in spatium T τ; radii inter indicos & cæruleos medii, in spatium Q χ; radii viridium medii, in spatium R ρ; radii inter flavos atq; aureos medii, in spatium S σ; & reliqua radiorum intermediorum genera, in spatia comparate intermedia. Etenim hoc modo spatia, in quæ diversa Radiorum genera adæquate incidant, erunt, propter diversam generum istorum Refrangibilitatem, ordine continuo gradatim deorsum versus disposita. Jam si Charta ista M N adeo prope a Prismate distet, ut spatia P T & $\pi\tau$ se mutuo non intersecent; utiq; Intervallum ipsorum T π illuminatum erit omnibus radiorum generibus ea ad se invicem proportione, qua e Prismate primum egrediuntur; & consequenter id spatium, album erit. At spatia P T & $\pi\tau$, ab utraq; parte istius T π, non erunt universis radiorum generibus illuminata; ideoq; illa videbuntur

buntur colorata. Speciatim, in loco P, quo radii violacei extremi incidunt soli, Color debebit esse violaceus saturatissimus: In loco Q, ubi radii violacei atq; indici sunt commixti, color debebit esse violaceus multum accedens ad indicum: In loco R, ubi radii violacei, indici, cærulei, & pars viridium dimidia, sunt commixti; color (*ex constructione Problematis secundi*) compositus debebit esse inter indicum & cæruleum medius: In loco S, ubi radii universi, exceptis rubeis atq; aureis, commixti sunt; color (secundum eandem regulam) compositus debebit esse cyaneus sive thalassinus, ad viridem magis quam ad indicum accedens: Deniq; in spatio quod est ab S ad T, color iste cyaneus, magis magisq; dilutus evanidusq; factus; ad T demum, ubi Colores universi commisceri incipiunt, desinet in ipsam Albitudinem.

Similiter, ex altera parte Spatii illius albi T π: In loco τ, quo radii minime Refrangibiles, sive rubei extremi, incidunt soli; color debebit esse rubeus saturatissimus: In loco σ, ex rubeo atq; aureo commixtis, color compositus esse debebit rubeus aurescens: In loco ρ, ex rubeo, aureo, flavo, & parte dimidia viridis, inter se permixtis; color compositus esse debebit inter aureum & flavum medius: In loco χ, ex mixtura omnium Colorum, exceptis violaceo & indico, compositus esse debebit color subflavus, ad viridem magis quam ad aureum descendens: Deniq; in eo Spatio quod est a χ ad π, color iste subflavus, magis magisq; languidus evanidusq; factus; ad π demum, ubi radii omnium generum admisceri incipiunt, in ipsam Albitudinem desinet.

Atq; hi quidem Colores ita apparere deberent, si utiq; Solis Lumen plane Album esset. Verum quia id Lumen ad Colorem subflavum accedit; utiq; radiorum flavorum Nimii, qui id Colore subflavo inficiunt, commixti

mixti porro cum cyaneo evanido qui eſt inter S & T, efficient ut is Colorem ſubviridem trahat. Jam igitur Colores ordine a P ad τ diſpoſiti, debebunt eſſe violaceus, indicus, cæruleus, ſubviridis languidus, albus, ſubflavus, aureus, rubeus. Ita quidem ex Computatione res ſe habet: Et cuicunq; colores Priſmate exhibitos libuerit oculis intueri, is reapſe hunc eſſe verum Colorum Ordinem experiundo comperiet.

Hi ſunt Colores ex utraq; parte Albi, quum Charta inter Priſma & punctum X, ubi Colores coeunt & albus interpoſitus evaneſcit, collocata ſit. Nam ſi Charta longius adhuc a Priſmate diſtet; utiq; radiorum maxime minimeq; refrangibiles jam in medio Lumine deerunt, & radii reliqui eodem loci inter ſe permixti colorem viridem ſaturiorem quam antea conficient: Similiter flavus & cæruleus minus jam compoſiti, quam antea, erunt facti; & conſequenter magis ſaturi. Atq; hæc quoq; conveniunt cum Experientia.

Quod ſiquis Album aliquod Corpus Nigrore vel Tenebris circundatum per Priſma inſpiciat; utique colorum, quibus id corpus fimbriatum videbitur, ratio eadem erit fere, ac jam diximus; quomodo rem paulo attentius conſideranti facile apparebit. E contrario, ſi aliquod Nigrum corpus circundatum ſit Albo; jam Colores, qui id per Priſma inſpicienti ſe exhibebunt, attribuendi erunt Lumini corporis albi, ſe in Nigri partes diffundenti; Quamobrem & contrario ordine diſpoſiti apparent, ac cum Album corpus circundatum ſit Nigro. Hocq; idem de iis corporibus per Priſma inſpectis intelligendum eſt, quibus partium ſuarum aliæ aliis minus ſint luminoſæ: Etenim in Confinibus partium magis minuſq; luminoſarum, Colores eiſdem de cauſis ſemper oriri debebunt ex majori Lumine partium luminoſiorum;

&

& eodem esse genere & ordine, ac si partes obscuriores essent nigræ; sed tamen magis languidi esse, ac diluti.

Porro, quod de Coloribus, quos Prismata exhibeant, dictum est; idem facile de Coloribus, quos Telescopiorum Microscopiorumve Vitra, vel etiam Oculi ipsius Humores exhibeant, intelligi poterit. Etenim si Vitrum Objectivum Telescopii, crassius sit ab una parte quam ab altera; vel si dimidia pars Vitri, vel dimidia pars pupillæ oculi, corpore aliquo opaco obtegatur: utiq; id Vitrum Objectivum, vel ea ipsius pars, oculive pupillæ pars, quæ non sit obtecta; considerari poterit ut Cuneus lateribus curvis: Omnis autem Cuneus e vitro, vel ex alia ulla materia pellucida, eundem, ac Prisma, in refringendo Lumine inter transmittendum, effectum obtinet.

Denique Colores in Experimentis nono & decimo Primæ Partis hujus Libri, quemadmodum e diversa Luminis Reflexibilitate oriantur; ex iis, quæ ibi dicta sunt, satis quidem est manifestum. Verum notatu dignum est in Nono Experimento, tamdiu dum directum Solis Lumen est subflavum, nimiam radiorum cæruleorum in Reflexo Luminis Radio M N admixtam portionem, ad id duntaxat valere, ut Color iste subflavus in albidum subcæruleum convertatur, non autem ut is colorem plane cæruleum induat. Quo igitur is Colorem cæruleum meliorem traheret; usus sum, loco subflavi Luminis Solaris, Lumine albo Nubium; variato nonnihil, quomodo infra sequitur, illo Experimento. *Par. I. Fig. 21.*

EXPER. XVI.

Sit H F G Prisma in aperto Aere collocatum; & S oculus Spectatoris, Inspicientis Nubes per Lumen ipsarum, *Fig. 13.*

S

sarum, quod ingrediatur in Prisma per faciem planam F I G K, in eoq; reflectatur a Basi H E I G, indeque per faciem planam H E F K egrediatur ad Oculum. Quum Prisma & Oculus convenienter locati sint, ut Anguli Incidentiæ & Reflexionis ad Basin sint circiter quadragenum graduum; utiq; Spectator videbit Arcum cæruleum M N, ab uno usq; Basis extremo ad alterum pertingentem; cujus quidem Arcus pars concava Ipsi obversa videbitur; & Basis Pars I M N G, quæ erit ultra istum Arcum, Luminosior videbitur, quam ejusdem pars citerior E M N H. Profecto Arcus iste cæruleus, quum manifesto nulla alia ex causa oriatur, quam e Reflexione Superficiei Specularis; adeo mirum videtur ac singulare Phænomenon, & cujus adeo nulla ratio ex vulgaribus Philosophorum Hypothesibus afferri possit; ut non potuerim, quin id notatu & explicatu dignissimum existimarem. Jam igitur ut hujus rei causam ac rationem intelligamus; finge Prismatis Latera plana & Basin, planitie A B C ad perpendiculum intersectas. Ab Oculo ad Lineam B C, qua Planities ista Basin Prismatis intersecat, ducantur Lineæ S *p* & S *t*, ita ut fiant Angulus S *p* C graduum $50\frac{1}{9}$, & Angulus S *t* C graduum $49\frac{1}{28}$: Eritq; jam punctum *p* terminus ultra quem nulli Radiorum maxime Refrangibilium transmitti per Basin Prismatis & Refringi possint; eorum utique, quorum Incidentia talis sit, ut ad Oculum Reflecti queant: Similiter, punctum *t* erit terminus ultra quem nulli radiorum minime Refrangibilium transmitti queant per Basin; quorum utiq; Incidentia talis sit, ut ad Oculum Reflecti possint: Et punctum *r*, in medio inter *p* & *t*, erit similiter terminus Transmissionis Radiorum mediocriter Refrangibilium. Quamobrem Omnes Radii minime Refrangibiles, incidentes in Basin ultra *t*, hoc

est,

eſt, inter t & B; qui quidem inde ad Oculum Reflecti queant; reflectentur utiq; ad Oculum: At citra iſtud t, hoc eſt, inter t & C, multi iſtorum Radiorum tranſmittentur per Baſin. Similiter Omnes Radii maxime Refrangibiles, incidentes in Baſin ultra p, hoc eſt, inter p & B; qui quidem inde ad Oculum Reflecti queant; reflectentur utiq; ad Oculum: At citra iſtud p, hoc eſt, inter p & C, multi iſtorum Radiorum tranſmittentur per Baſin & Refringentur. Idemq; ſimiliter intelligendum eſt de Radiis mediocriter refrangibilibus, ex utraq; parte puncti r. Ex quo efficitur, Baſis Priſmatis partem eam, quæ inter t & B interjaceat; totali Radiorum omnium generum Reflexione ad Oculum, albam atq; claram videri debere: E contrario autem, quæ ejus pars inter p & C interjaceat; eam, ex Tranſmiſſu multorum omne genus Radiorum, magis pallidam, obſcuram, tenebroſamq; videri oportere: At in r, omniq; in parte inter p & t; ubi Omnes Radii maxime Refrangibiles reflectuntur ad Oculum, multi autem minime Refrangibilium tranſmittuntur; nimiam utiq; Radiorum maxime Refrangibilium admixtam Lumini reflexo portionem, inficere debere id Lumen ſuo Colore, hoc eſt, violaceo & cæruleo. Hocq; idem evenit, quacunq; in parte Baſis, inter extrema H G & E I, capiatur linea C p r t B.

PROP. IX. PROB. IV.

Ex proprietatibus Luminis ſupra expoſitis, explicare Arcus cæleſtis Colorum rationem.

Hic Arcus nunquam videtur, niſi cadente pluvia, & ſimul fulgente Sole. Repræſentari autem poteſt etiam Arte, jaciendo Aquam in ſublime, quæ in guttulas diſ-

persa, in modum pluviæ, decidat. Etenim Solis Radii in hujusmodi guttulas incidentes, semper Arcum exhibent Spectatori apta positione inter Solem & Pluviam collocato. Unde hodie convenit inter Omnes, Arcum istum Refractione Luminis Solaris in guttulis pluviæ cadentis effici. Intellexerunt hoc etiam Antiquorum nonnulli: Inter recentiores autem plenius id Invenit uberiusq; explicavit celeberrimus *Antonius de Dominis* Archiepiscopus *Spalatensis*, in Libro suo *De Radiis Visus & Lucis*, quem ante annos amplius viginti scriptum, in lucem tandem edidit Amicus suus *Bartolus*, *Venetiis* Anno 1611. In eo enim Libro ostendit Vir celeberrimus, quemadmodum Arcus Interior, binis Refractionibus Radiorum Solis, singulisq; Reflexionibus inter binas istas Refractiones intervenientibus, in rotundis pluviæ guttis effingatur; exterior autem Arcus, binis Refractinibus, binisq; itidem Reflexionibus interjectis, in similibus aquæ guttis efficiatur. Suamq; Is explicandi rationem Experimentis comprobavit, in Phiala aquæ plena, & Globis vitreis aquæ plenis, in Sole collocatis; quo duorum Arcuum istorum Colores, in illis se exhiberent contemplandos. Porro, eandem Explicandi rationem persecutus est *Cartesius* in Meteoris suis; eamq; quæ est de Arcu exteriori, insuper emendavit. Verum cum hi Scriptores veram Colorum originem non intelligerent; necesse erit hanc materiam paulo adhuc ulterius prosequi. Ut clarius igitur intelligamus, quemadmodum
Fig. 14. Arcus cælestis efficiatur; esto globus B N F G, Centro C & Semidiametro C N descriptus, pluviæ utiq; gutta, vel aliud quodvis corpus perlucidum globosum: Sit porro A N unus ex Radiis Solis, incidens in globum istum ad N, indeq; refractus ad F; ubi vel exeat e globo refractus ad V, vel reflectatur ad G; ibiq; iterum
vel

vel exeat refractus ad R, vel reflectatur ad H; ubi tandem exeat refractus ad S, radiumq; incidentem secet in transversum in Y: Produc jam A N & R G, donec coeant in X; & super A X & N F, demitte perpendiculares C D & C E; & produc C D, donec incidat in Circumferentiam ad L: Denique, parallelam Radio incidenti A N duc diametrum B Q; sitq; Sinus Incidentiæ ex Aere in Aquam, ad Sinum Refractionis, ut I ad R. Jam si fingas punctum Incidentiæ N moveri & ferri gradatim a puncto B ad usq; punctum L; utiq; Arcus Q F augebitur primo, & deinde minuetur; & similiter Angulus A X R, quem continent radii A N & G R: isteq; Arcus Q F & Angulus A X R maximi tum erunt facti, cum N D sit ad C N, ut $\sqrt{\text{II-RR}}$ ad $\sqrt{3\ \text{RR}}$; quo in Casu N E erit ad N D, ut 2 R ad I. Præterea Angulus A Y S, qui continetur radiis A N & H S, minuetur primo, & deinde augebitur: minimus autem tum erit factus, cum N D sit ad C N, ut $\sqrt{\text{II-RR}}$ ad $\sqrt{8\ \text{RR}}$; quo in Casu N E erit ad N D, ut 3 R ad I: Similiter Angulus quem Radius proximus Emergens, (hoc est, radius post tres Reflexiones Emergens,) continet cum radio incidente A N, veniet tum ad Terminum suum, cum N D sit ad C N, ut $\sqrt{\text{II-RR}}$ ad $\sqrt{15\ \text{RR}}$; quo in Casu N E erit ad N D, ut 4 R ad I. Porro, Angulus quem Radius adhæc proximus Emergens (hoc est, radius post quatuor Reflexiones Emergens,) continet cum radio incidente A N, veniet tum ad Terminum suum, cum N D sit ad C N, ut $\sqrt{\text{II-RR}}$ ad $\sqrt{24\ \text{RR}}$; quo in Casu N E erit ad N D, ut 5 R ad I. Et similiter in infinitum: Numeris nimirum 3, 8, 15, 24, &c, collectis continua additione terminorum arithmeticæ progressionis, 3, 5, 7, 9. Quorum quidem omnium Veritatem, facile expendent intelligentq; Mathematici.

Jam

Jam obſervandum eſt; ſicuti quum Sol ad Tropicorum alterutrum accedat, dierum longitudo per aliquod Temporis Spatium parvis admodum portionibus augetur vel minuitur; ita hoſce Angulos, quum (augendo diſtantiam C D) ad Terminos ſuos perveniunt, Quantitatem ſuam aliquandiu variare parva admodum portione; ideoq; radiorum in omnia puncta N Quadrantis B L incidentium, multo majorem numerum emergere debere prope Terminos horum Angulorum, quam in aliis ullis Inclinationibus. Obſervandum eſt præterea, futurum ut Radii, qui Refrangibilitate inter ſe differunt, diverſos habeant Terminos Angulorum ſuorum Emerſionis; & conſequenter, pro diverſis Refrangibilitatis gradibus, Emerſio ipſorum copioſiſſima in diverſis Angulis fiat; adeoq; ipſi a ſe invicem ſeparati, ſuum ſinguli Colorem proprium exhibeant. Iſti autem Anguli qui ſint, ex præcedenti Theoremate facili computatione colligi poterit.

Etenim in Radiis minime Refrangibilibus, Sinus I & R (quomodo ſupra comperimus) ſunt 108 & 81: Unde, poſito Calculo, Angulus maximus A X R invenietur graduum 42, 2′; & Angulus minimus A Y S, graduum 50, 57′. In Radiis autem maxime Refrangibilibus, Sinus I & R ſunt 109 & 81: Unde, poſito Calculo, Angulus maximus A X R invenietur graduum 40, 17′; & Angulus minimus A Y S, graduum 54, 7′.

Fig. 15. Finge jam O eſſe Oculum Spectatoris, & O P lineam parallelam Radiis Solis; Sintq; P O E, P O F, P O G, P O H, Anguli graduum 40, 17′; 42, 2′; 50, 57′; & 54, 7′ reſpective: Jamq; hi Anguli circum Latus ſuum commune O P circumacti, deſcribent reliquis ſuis lateribus O E, O F; O G, O H; margines duorum Arcuum A F B E & C H D G. Etenim ſi E, F, G, H, ſint Guttæ

Guttæ collocatæ ubivis in Superficiebus Conicis descriptis a lineis O E, O F, O G, O H; & illuminatæ Radiis Solis S E, S F, S G, S H: utiq; Angulus S E O, cum sit æqualis Angulo P O E, sive graduum 40, 17′; erit maximus Angulus, in quo Radii maxime Refrangibiles possint post unam Reflexionem refringi ad Oculum; Et proinde Guttæ omnes in linea O E emittent ad Oculum radios maxime Refrangibiles copiosissime; eoq; pacto Sensui Colorem violaceum saturatissimum illo in loco exhibebunt. Simili ratione, Angulus S F O, cum sit æqualis Angulo P O F, sive graduum 42, 2′; erit utiq; maximus, in quo Radii minime Refrangibiles possint post unam Reflexionem emergere e guttis; Et proinde Guttæ in linea O F emittent ad Oculum Radios istos copiosissime; eoq; pacto Sensui Colorem rubeum saturatissimum illo in loco exhibebunt. Porro, eadem Argumentandi ratione, Radii qui sint intermediis Refrangibilitatis gradibus, emittentur copiosissime e guttis inter E & F; & Sensui exhibebunt Colores intermedios eo ordine, qui Refrangibilitatis ipsorum gradibus respondeat; hoc est, in progressu ab E ad F, sive ab interiori parte Arcus ad exteriorem, Colores hosce ordine exhibebunt, violaceum, indicum, cæruleum, viridem, flavum, aureum, rubeum: Verum enimvero Color violaceus, propter admixtum Lumen album Nubium, evanidus videbitur & ad purpureum accedens.

Rursum, Angulus S G O, cum sit æqualis Angulo P O G, sive graduum 50, 57′; erit utiq; minimus Angulus, in quo radii minime Refrangibiles possint post binas Reflexiones emergere e guttis; Quare Guttæ in linea O G emittent ad Oculum radios minime Refrangibiles copiosissime; eoq; pacto Sensui Colorem rubeum saturatissimum illo in loco exhibebunt. Similiter Angulus

gulus SHO, cum ſit æqualis Angulo POH, ſive graduum 54, 7′; erit utiq; minimus Angulus, in quo Radii maxime Refrangibiles poſſint poſt binas Reflexiones emergere e guttis; Quare Guttæ in linea OH emittent ad Oculum Radios Iſtos copioſiſſime; eoq; pacto Senſui Colorem violaceum ſaturatiſſimum illo in loco exhibebunt. Eademq; Argumentandi ratione, Guttæ in mediis partibus inter G & H, Senſui exhibebunt Colores intermedios eo Ordine, qui Refrangibilitatis ſuæ gradibus reſpondeat; hoc eſt, in progreſſu a G ad H, ſive ab interiori parte Arcus ad exteriorem, Colores hoſce ordine exhibebunt, rubeum, aureum, flavum, viridem, cæruleum, indicum, violaceum. Denique, cum hæ quatuor lineæ OE, OF, OG, OH, qualibet in parte Superficierum Conicarum ſupra memoratarum ſitæ eſſe poſſint; utique quod de Guttis & Coloribus in iſtis lineis dictum eſt; id de Guttis & Coloribus in omni parte iſtarum Superficierum ſimiliter dictum intelligi oportet.

Atq; hoc pacto effecti erunt duo Arcus Colorati; interior ac clarior, una Reflexione intra Guttas facta; & exterior ac dilutior, binis Reflexionibus: Etenim Lumen unaquaq; Reflexione fit languidius perpetuo. Porro Arcuum iſtorum Colores contrario erunt ordine diſpoſiti inter ſe: Color enim Rubeus utriuſq; Arcus, continens erit utrinq; Spatio GF inter duos Arcus interjacenti. Arcus interioris Latitudo EOF, in tranſverſum Coloribus dimenſa, erit gradus 1, 45′; Exterioris Latitudo GOH, 3, 10′; Arcuumq; inter ſe diſtantia GOF, 8, 55′; Maxima nimirum Semidiametro interioris, hoc eſt, Angulo POF, exiſtente 42, 2′; & minima Semidiametro exterioris POG, 50, 57′. Hæ ſunt Menſuræ Arcuum, ita utiq; futuræ, ſi Sol eſſet unum duntaxat punctum.

punctum. At enim Solis globi latitudine latitudo Arcuum augebitur, eorumq; distantia inter se minuetur, dimidio gradu. Jamq; Latitudo Arcus interioris erit 2, 15′; Latitudo exterioris, 3, 40′; Distantia ipsorum inter se, 8, 25′; Maxima Semidiameter Arcus interioris, 42, 17′; & minima exterioris, 50, 42′. Atque hæ quidem revera Arcuum in Cælo reperiuntur Mensuræ quam proxime, quando Colores ipsorum clari atq; perfecti videntur. Quondam enim, qua tum accideret ut potuerim ratione, dimensus sum maximam semidiametrum Arcus interioris, eamq; comperi graduum circiter 42; Eodemq; tempore Latitudinem Colorum rubei, flavi, & viridis, in eodem Arcu, comperi esse Minutorum 63 vel 64; præter extremum Colorem rubeum evanidum, claritate Nubium circumjacentium obscuratum, in quem tria vel quatuor Minuta amplius annumerari poterunt: Latitudo coloris cærulei erat circiter 40 Minutorum amplius; præter violaceum, qui claritate Nubium circumjectarum ita erat obscuratus, ut ejus latitudinem dimetiri non potuerim: Verum posito quod latitudo cærulei simul & violacei, æqualis sit latitudini rubei, flavi, & viridis simul itidem sumptorum; erit jam tota hujus Arcus Latitudo, graduum 2¼, ut supra. Minimum intervallum, quo Arcus interior exteriorque inter se distarent, erat circiter graduum 8, 30′. Exterior Arcus latior erat, quam interior; verum adeo evanidus, præsertim a cærulea sui parte, ut latitudinem ejus distincte dimetiri haud potuerim. Alio tempore, cum ambo Arcus distinctiores apparerent, dimensus sum latitudinem Arcus interioris, graduum 2, 10′: Eratq; latitudo Colorum rubei, flavi, & viridis, in exteriori Arcu; ad latitudinem eorundem Colorum in interiori; ut 3 ad 2.

Hæc Arcus cælestis phænomena explicandi ratio confirmatur adhuc amplius Experimento illo notissimo, quod *Antonius de Dominis* & *Cartesius* excogitarunt. Suspensus nempe in Sole globus vitreus aquæ plenus, inspiciendus est tali in positu, ut radii a globo ad Oculum pervenientes, contineant cum Solis radiis Angulum vel 42 vel 50 graduum. Etenim quum iste Angulus erit factus graduum 42 vel 43, Spectator (puta ad O) videbit Colorem rubeum clarum in ea parte globi, quæ erit a Sole aversa; quomodo repræsentatur ad F: Sique iste Angulus paulo minor factus fuerit, (puta deprimendo globum ad E,) videbuntur continuo alii colores, flavus, viridis, & cæruleus ex ordine, in eadem parte globi. Verum quum iste Angulus erit factus graduum circiter 50, (puta attollendo globum ad G,) videbitur tum color rubeus in ea parte globi, quæ erit Soli obversa; Siq; Angulus iste adhuc major factus fuerit (puta attollendo globum ad H,) color ille rubeus convertet se in alios colores, flavum, viridem, & cæruleum ex ordine. Porro rem eandem expertus sum, intuendo globum immotum, attollendo autem interea vel deprimendo Oculum, vel aliter eum movendo, prout opus erat facto; donec Angulus ante dictus, justa magnitudine esset constitutus.

Audivi narratum, Lumen Candelæ Refractum Prismate ad Oculum, ita se habere, ut cum Color cæruleus incidat in Oculum, Spectator videat tum in Prismate rubeum; cumq; rubeus incidat in Oculum, tum is cæruleum videat. Quod quidem si verum esset; utique Colores in Globo antedicto, & in Arcu cælesti, ordine contrario, quam experimur, apparere deberent. Verum Errorem hunc inde ortum puto, quod, cum Colores Luminis Candelæ valde sint languidi, difficile sit dis-

difcernere quinam Colores in Oculum incidant. Etenim Ipfe Obfervavi interdum e contrario, in Solis Lumine a Prifmate refracto, Spectatorem femper eum Colorem in Prifmate videre, qui incidat in Oculum. Idemq; etiam in Lumine Candelæ, verum effe comperi. Cum enim Prifma lente moveatur e Linea, quæ directo a Candela ad Oculum ducta fit; color rubeus primum videtur in Prifmate, deinde cæruleus; ac proinde uterq; tum videtur, cum incidat in Oculum: Nam Color rubeus primo fuper Oculum tranfit, deinde cæruleus.

Lumen quod binis Refractionibus fine ulla Reflexione per Guttas pluviæ tranfmittitur, fortiffimum videri debet intervallo circiter 26 graduum a Sole, & languefcere gradatim utroque, prout intervallum iftud vel augeatur vel minuatur. Idemq; dictum intelligi debet, de Lumine per Grandinem globofam tranfmiffo. Quod fi Grando, quomodo fæpe evenit, compreffa fit aliquantum atq; planior facta; utiq; Lumen tranfmiffum adeo forte evadere poterit intervallo paulo minus 26 graduum, ut circum Solem aut Lunam *Halo* five Coronam effingat: Quæ porro *Halωs*, quoties grando apta fit figura, colorata effe poterit; Tumq; intra rubea erit facta, radiis minime Refrangibilibus; & cærulea extra, radiis maxime Refrangibilibus; Præfertim fi Grandinis particulæ habeant forte in Centris fuis opacos Nivis globulos, qui Lumen intra *Halo* intercipientes, (quomodo *Hugenius* obfervavit,) efficere poffint ut interior ipfius pars diftinctius, quam alioqui futurum effet, definita fit. Etenim hujufmodi Grandinis particulæ, quamvis globofæ, tamen terminando Lumen inclufa fua nive, exhibere poterunt *Halo* rubeam intra, & Coloris expertem extra; atq; etiam obfcuriorem, intra rubeam fui partem, quam extra; uti plerunq; fieri folet. Etenim ex radiis qui

T 2 proxime

proxime nivem præterferuntur, rubei refringentur minime; adeoq; ad Oculum in lineis directissimis pervenient.

Lumen, quod e pluviæ gutta post duas Refractiones & tres pluresve Reflexiones egreditur, vix satis forte est ad Arcum efficiendum, qui sub Sensum cadat. At in glaciei particulis illis cylindraceis, quarum ope *Hugenius* rationem *Parheliorum* explicat, poterit fortasse Sensu percipi.

PROP. X. PROB. V.

Ex proprietatibus Luminis supra expositis, explicare Colorum in Corporibus Naturalibus permanentium Rationem.

Isti Colores hinc oriuntur, quod a certis Corporibus Naturalibus certa Radiorum genera reflectuntur reliquis omnibus copiosius, & ab aliis alia. *Minium* reflectit radios minime Refrangibiles, sive Rubeos, copiosissime; atque inde Rubrum videtur. *Violæ* reflectunt radios maxime Refrangibiles copiosius; indeq; suum habent Colorem: Et similiter cætera Corpora omnia. Omne Corpus reflectit Radios, qui sunt suo ipsius Colore, copiosius quam reliquos; & Colorem suum inde trahit, quod Radii isti in Reflexo Lumine prævaleant ac dominentur.

EXPER. XVII.

Etenim si in Luminibus Homogeneis, qualia per Problema in Quarta Propositione primæ Partis hujus Libri expositum obtineri poterunt, collocentur Corpora diversorum Colorum; invenies, sicuti Ipse Expertus sum, Omne Corpus in eo semper Lumine, quod sit suo ipsius

ipſius Colore, clariſſimum & luminoſiſſimum videri. *Cinnabaris* in Lumine Rubeo Homogeneo, maxime reſplendet; in Lumine Viridi, manifeſto fit minus ſplendens; in Cæruleo, etiam adhuc minus. *Indicum* in Lumine violaceo-cærulo, fulgentiſſimum eſt; Fulgor autem iſte, prout id inde pedetentim per Lumen Viride & Flavum tranſvehatur ad Rubeum, minuit ſe gradatim. *Porrum* Lucem viridem praſinam præcipue, deinde autem cæruleam quoq; & flavam, ex quibus Viridis componitur, fortius reflectit quam Colores reliquos rubeum & violaceum. Et ſimiliter cætera Corpora omnia. Verum quo hujuſmodi Experimenta evidentiora fiant, talia Corpora oportebit adhiberi, quæ ſint Coloribus clariſſimis & ſplendentiſſimis; Atq; etiam Bina hujuſmodi corpora inter ſe comparari oportebit. Exempli gratia; Si *Cinnabaris* & *cæruleum Cyprium* ſive *ultramarinum*, vel alius quivis Color cæruleus floridus & largus, in Lumine Rubeo Homogeneo ſimul conferantur; utiq; utrumq; videbitur rubeum; At *Cinnabaris* quidem Colore rubeo videbitur Claro, Largo & Splendentiſſimo; *cæruleum Cyprium* autem, rubeo nubilo, fuſco & perobſcuro: Sin hæc eadem Corpora deinceps in Lumine Cæruleo Homogeneo ſimul conferantur; utiq; utrumque videbitur jam cæruleum; At *cæruleum Cyprium* quidem Colore cæruleo videbitur Claro, Largo & Splendentiſſimo; *cinnabaris* autem, cæruleo languido, fuſco & perobſcuro. Quo quidem Experimento clariſſime, ſine omni dubitatione, evincitur; lumen rubeum multo utiq; copioſius a *Cinnabari* reflecti, quam a *cæruleo Cyprio*; & lumen cæruleum multo copioſius a *cæruleo Cyprio*, quam a *Cinnabari*. Idem autem Experimentum non ſine optato eventu capi poterit etiam in *Minio* & *Indico*, vel binis aliis quibuſvis Corporibus coloratis; ſi

modo

modo illud, quam non ex æquo Forte vel Languidum ſit utriuſque naturale Lumen atq; Color, rationis habeatur.

Porro autem, ut Corporum naturalium Colorum ratio ex hiſce Experimentis evidens eſt atq; manifeſta ; ita uberius inſuper confirmatur, (adeo ut res nullam amplius dubitationem habeat,) ex duobus primis Experimentis primæ Partis hujus Libri ; quibus quidem Experimentis probavimus in iſtiuſmodi Corporibus, Lumina reflexa quæ Coloribus inter ſe differunt, ea itidem Refrangibilitatis gradibus differre inter ſe. Etenim inde manifeſtum eſt, alia corpora radios magis refrangibiles, alia minus refrangibiles, reflectere copioſius.

Atq; hanc quidem eſſe non veram ſolummodo, ſed & ſolam quoq; horum Colorum rationem, adhuc amplius inde apparere poterit, quod Color Luminis Homogenei non poſſit Corporum naturalium Reflexione ullo modo immutari.

Etenim ſi Corpora naturalia nequeunt Reflexione ſua Colorem ullius generis Radiorum ne quidem quicquam omnino immutare ; utiq; ea corpora non poſſunt ulla alia de cauſa apparere colorata, quam quia radios illos reflectant, qui vel natura eo ſint Colore quem Ipſa exhibent, vel qui aliqua ſui permixtione eum conficere debeant.

Verum in hujuſmodi Experimentis capiendis, cavendum eſt diligenter, ne Lumen non ſit ſatis perfecte Homogeneum. Si enim Corpora illuminaveris Coloribus vulgaribus Priſmate exhibitis ; videbuntur ea jam neq; ſuo ipſorum Colore, qualem interdiu & in aprico exhibent ; neq; Colore qui eſt Luminis jam ſibi immiſſi ; ſed Colorem aliquem referent inter utrumq; medium ; uti Ipſe experiundo comperi. Exempli gratia ; Minium Lu-

Lumine Viridi Ordinario Prismatibus exhibito illuminatum, neq; rubeum videbitur neq; viride; sed aureum aut flavum, vel Coloris alicujus inter flavum & viridem medii, pro eo ut Viride Lumen, quo id illuminatum sit, magis fuerit minusve Compositum. Etenim ex una parte; quoniam Minium, quum illuminatum sit Lumine Albo, in quo omnia radiorum genera ex æquo commixta sunt, Rubeum videtur; in Viridi autem Lumine omnia radiorum genera non sunt ex æquo commixta; utiq; radii flavi, virides, & cærulei, qui in isto Viridi Lumine jam super Minium Incidente insunt nimia portione, efficere debebunt ut iidem Radii in Reflexo etiam Lumine adeo prævaleant, ut id, cum rubeum esse deberet, jam colorem ipsorum subviridem trahat: Ex altera autem parte: quoniam Minium radios rubeos reliquis omnibus copiosius, pro ratione Numeri ipsorum in Lumine incidente, reflectit; & deinceps aureos atq; flavos; utiq; isti radii in Lumine Reflexo majorem jam proportionem ad totum illud Lumen habebunt, quam habuerant ad Lumen Viride Incidens; ac proinde efficient ut Lumen illud Reflexum, cum Viride esse deberet, jam Colorem ipsorum subrubrum trahat. Atq; hoc quidem pacto Minium neq; rubeum videbitur, neq; viride; sed colore aliquo inter utrumq; medio.

In Liquoribus ita coloratis, ut tamen sint pellucidi, observandum est Colorem una cum crassitudine ipsorum variari solere. Exempli gratia; Liquor rubeus in Vitro Conico inter Lucem & Oculum collocatus, prope a fundo, ubi tenuior est, colore flavo videtur pallido ac diluto; paulo superius autem, ubi crassior est, colorem aureum induit; qua parte adhuc crassior est, rubeum; qua deniq; crassissimus est, colorem rubeum saturum atq; pressum. Etenim existimandum est, istiusmodi

di Liquorem intercipere radios indicos & violaceos facillime; cæruleos, difficilius; virides, adhuc difficilius; rubeos, omnium difficillime: Quod si igitur Crassitudo Liquoris ea sit duntaxat, qua Radiorum violaceorum indicorumq; satis multi intercipiantur, nec tamen de reliquorum numero multum diminuatur; tum utique ex reliquis istis *(per Prop. 6. hujus Partis)* colorem componi debere pallidum flavescentem: Verum si Liquoris Crassitudo tanta sit facta, ut cæruleorum quoq; radiorum plurimos intercipiat, etiam & viridium nonnullos; tum utique ex reliquis colorem componi debere aureum: Cumq; porro Liquor iste eo crassitudinis excreverit, ut etiam maximam partem radiorum viridium intercipiat, flavorum quoq; aliquammultos; tum utiq; ex reliquis oriri oportere Colorem rubescentem; Qui deniq; color rubeus, pro eo ut radii flavi atq; aurei (augendo adhuc Liquorem in crassitudinem) magis magisq; intercipiantur, largior perpetuo saturatiorq; fieri debeat; donec pauci admodum radiorum, præter rubeos solos, demum transmitti possint.

Atq; hujus quidem generis est Experimentum, quod mihi nuper retulit D. *Halleius*; qui cum, die quodam insolato, in Mare se ad ingentem usq; aquarum altitudinem in Vase ad Urinandum comparato submersisset, observavit superiorem partem Manus suæ, cui Sol per aquas superiores ad altitudinem multarum orgyiarum incumbentes, perq; parvam fenestram vitream in Vase infixam, directo tum collucebat, colore roseo sibi visam esse; aquam autem infra se, & inferiorem Manus suæ partem, illustratam Lumine ab aqua inferiori Reflexo, virides esse visas. Etenim hinc colligi potest, aquam marinam reflectere radios violaceos & cæruleos facillime, rubeos autem liberrime & copiosissime ad ingentem usq;

alti-

altitudinem transmittere. Nam hoc quidem pacto Directum Solis Lumen, in ingenti utiq; aquarum altitudine, propter radios rubeos numero prævalentes, rubeum videri oportebit; & quo major fuerit aquarum altitudo, eo largior ac saturior color iste rubeus esse debebit: Reflexi autem inferne radii cærulei, virides, & flavi, copiosius multo quam rubei; etiam in ea aquarum altitudine, quo radii violacei vix penetrant omnino; colorem viridem exhibeant necesse est.

Jam si duo Liquores, coloribus largis saturatisque, puta rubeo & cæruleo, ea quantitate in crassitudinem, qua Colores ipsorum justam saturitatem habeant, inspiciantur; quamvis uterq; eorum satis translucidus sit seorsum, tamen ambo non erunt conjunctim translucidi. Si enim per unum horum Liquorum radii rubei soli transmittantur, & cærulei soli per alterum; utiq; per utrumq; transmitti poterunt plane nulli. Hoc Casu & fortuito expertus est D. *Hookius* in Cuneis vitreis, liquoribus rubeo & cæruleo plenis; magnamq; ei admirationem movit improvisus & inopinatus rei eventus; cujus quippe causa tum prorsus incognita esset; Quo equidem magis Experimento Ejus fidem habeo, quamvis Ipse id non iteraverim: Verum quicunq; hujus rei experimentum iterum capere velit; ei diligentissime illud in primis erit agendum, ut Liquores sint Coloribus bonis admodum & saturatis.

Existimandum est autem, dum Corpora fiunt colorata, Reflectendo aut Transmittendo hoc vel illud genus Radiorum copiosius quam cæteros; utiq; intercipere ea & restinguere intra se Radios illos quos neq; Reflectunt neq; Transmittunt. Etenim si Aurum in bracteas tenuissimas ductum, collocetur inter Oculum & Lucem; lux per id cærulea videbitur, vel viridis: Quare Aurum

U soli-

solidum intromittit in se radios cæruleos; eosq; ultro citroq; reflexos aliquandiu intra se, intercipit tandem atq; restinguit penitus; dum radios flavos reflectit extra, ipsumq; adeo videtur flavum. Quo autem modo Bracteæ aureæ, flavæ videntur Lumine reflexo, & cæruleæ transmisso; aurum autem solidum, omni ex parte, omniq; in positu Oculi, ex æquo flavum: eodem fere modo, certi sunt Liquores, ut *Ligni Nephritici* Infusio; & certa etiam Vitri genera; quæ unum genus Luminis transmittunt copiosius, aliud autem genus reflectunt; eoq; pacto coloribus variis, pro vario Oculi atq; Luminis positu, videntur. Quod si Liquores vel Vitra ista, adeo crassa ac Solida essent facta, ut nullum omnino Lumen per ea transmitti posset; equidem nihil dubito, (quamvis nondum quidem Expertus hoc affirmare queam,) quin ea, similiter ac alia omnia corpora opaca, uno eodemq; Colore in omni Oculi positu essent apparitura. Etenim Opaca ipsa corpora omnia colorata, cum (quantum Ego quidem Observare potuerim) lucem transmittere possint, si modo satis tenuia facta sint; utiq; perlucida sunt quodam modo, & gradu duntaxat pelluciditatis differunt a Liquoribus pellucidis coloratis; Quippe & hi Liquores, æque ac Corpora illa, nimia crassitudine evadunt opaci. Porro, Corpus perlucidum, quod cujusvis Coloris videatur Lumine transmisso; poterit etiam ejusdem Coloris videri, Lumine reflexo; ita videlicet, si Lumen istius Coloris reflectatur a posteriori Corporis superficie, vel ab Aere qui est ultra eam. Tumq; Color iste reflexus diminui poterit, & fortasse vanescere; augendo Corpus ipsum in Crassitudinem, & induendo id a tergo Pice, ad cohibendam superficiei ejus posterioris Reflexionem; ut Lumen adeo ab ipsis corporis particulis reflexum prævaleat,

leat, &, quo Colore ſe inde tinxerit, oſtendere poſſit. Utiq; tali in Caſu, crediderim Colorem Luminis Reflexi alium facile futurum, ac Tranſmiſſi. Verum unde tandem fiat, ut Corpora & Liquores colorata, reflectant alia genera radiorum, alia autem intromittant vel tranſmittant; id in ſequenti Libro dicetur. In hac Propoſitione ſatis habebo, illud me ita comprobaſſe, ut res nullam amplius dubitationem habere poſſit; utiq; ejuſmodi Proprietates revera in Corporibus ineſſe, eaq; inde apparere Colorata.

PROP. XI. PROB. VI.

Permixtis inter ſe Luminibus Coloratis, Componere Radium Luminis, qui ſit eodem Colore eademq; Natura, ac Radius directi Luminis Solis; in eoq; Experiri Propoſitionum præmiſſarum Veritatem.

Sit ABC *abc* Priſma, quo Solis Radius in Cubiculum tenebricoſum per foramen F immiſſus, refringatur ad Lentem M N; ſuperq; ea in locis *p*, *q*, *r*, *ſ* & *t*, depingat Colores ſolitos, violaceum, cæruleum, viridem, flavum & rubeum. Radios jam ita divergentes, cogat Refractio hujus Lentis; faciatq; ut iterum convergant ad X; ubi permixtione Colorum illorum omnium inter ſe, Albitudinem, quomodo ſupra expoſitum eſt, conficiant. Tum in X collocetur aliud Priſma D E G *deg* priori parallelum; quo Lumen id album refringatur ſurſum verſus ad Y. Sint refringentes Priſmatum Anguli, ipſorumq; diſtantiæ a Lente, æquales comparate inter ſe; Ut radii, qui convergebant a Lente ad X, quiq; ibi, abſq; nova Refractione eſſet, futurum erat ut decuſſarentur divergerentq; iterum; refractione jam ſe- *Fig:* 16.

U 2 cundi

cundi Prismatis fiant denuo paralleli inter se, nec divergant amplius. Etenim hoc pacto ex radiis istis, compositus erit iterum Radius Albus X Y. Si Angulus Refringens utriusvis Prismatis major fuerit; id Prisma tanto propius a Lente distet oportebit. At enim Quando demum Prismata & Lens apte sint inter se disposita, ita intelliges, si observabis utrum Radius X Y, qui e secundo Prismate egreditur, sit ad usq; extrema sui latera perfecte planeq; albus, &, interjectis quibuscunq; a Prismate intervallis, perfecte & ex omni parte albus, haud secus ac directus Solis radius, permaneat necne. Etenim usq; eo, donec is ita se habeat, mutanda erit perpetuo & corrigenda Prismatum Lentisq; dispositio inter se. Quum autem hæc omnia apte disposita compereris; si tum deinceps ope Trabis longioris, qualis in Schemate depicta est, vel Tubi, vel alius cujusvis Instrumenti in id comparati, Prismata & Lens eo in Situ fixa retineantur; poteris exinde in hoc Composito Luminis Radio X Y earundem omnium rerum Experimenta capere, quarum hactenus fecimus in directo Solis Lumine. Nam hic Compositus Radius eandem habet Speciem, easdemq; Omnes omnino proprietates, quantum ego quidem Observare potuerim; ac directus Solis Luminis Radius. Porro autem, inter Experimenta in hoc Radio agenda, poteris, intercipiendo quoties libuerit quemvis Colorum *p*, *q*, *r*, *s*, *t* ad Lentem, videre manifesto quemadmodum Colores in hujusmodi Experimentis generati, non sint alii, sed iidem plane, qui erant radiorum ad Lentem, jam ante quam ii ad hunc Radium constituendum convenirent: Et consequenter Colores istos non oriri ex novis Luminis Modificationibus, Refractione scilicet & Reflexione ei impressis; sed ex variis duntaxat separationibus ac mixturis radiorum

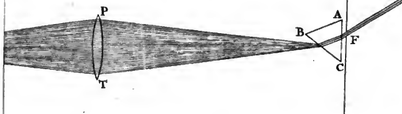
diorum, congenitas utiq; Qualitates ſuas Colorificas habentium.

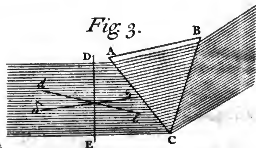
Exempli gratia: Quum Lente Uncias 4 ½ lata, duobuſq; Priſmatibus a Lente utrinq; Pedes 6 ¼ diſtantibus, Compoſitum iſtiuſmodi Radium Luminis confeciſſem: Ut Experirer deinceps quæ eſſet cauſa atq; ratio Colorum Priſmatibus exhibitorum, refregi compoſitum iſtum radium Luminis X Y alio Priſmate H I K *k h*, eoque pacto ſolitos Priſmatis Colores P Q R S T ſuper Chartam L V ultra collocatam projeci; Tumq; intercipiendo quemvis Colorum *p*, *q*, *r*, *ſ*, *t* ad Lentem, obſervabam eundem Colorem ſupra charta L V continuo evaneſcere; Ita, ſi color purpureus *p* intercipiebatur ad Lentem; utiq; purpureus P ſuper charta continuo evaneſcebat; reliqui autem colores permanebant nihil immutati; niſi forte cæruleum excipias, qui eatenus fortaſſe immutaretur, quatenus aliquid purpurei in eo ad Lentem latitans, refractionibus ſequentibus poſtea ſeparari potuerit: Similiter, intercepto ad Lentem colore viridi *r*; utiq; viridis R ſuper charta continuo vaneſcebat; Idemque de cæteris coloribus ſimiliter intelligendum eſt. Ex quo manifeſto apparet; ut Radius Albus X Y compoſitus erat ex diverſis Luminibus ad Lentem varie coloratis; ita colores ex eo poſtea ope novarum Refractionum emergentes, non alios eſſe, quam eos ipſos, ex quibus Albitudo illa compoſita fuerat. Utiq; refractio Priſmatis H I K *k h* generat Colores P Q R S T ſuper charta L V, non immutando colorificas radiorum qualitates, ſed ſeparando radios a ſe invicem, qui eaſdem videlicet qualitates colorificas habebant, jam antequam ad refractum Luminis Albi radium X Y componendum coirent. Etenim alioqui fieri poſſet ut radii, qui fuerant uno quovis Colore ad Lentem, alio forte colore eſſent deinde

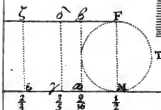
inde ſuper charta; Contra, quam Experientia comperimus.

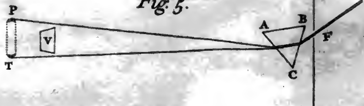
Similiter, ut Experirer quæ eſſet Corporum Naturalium colorum Cauſa atq; Ratio; collocabam iſtiuſmodi Corpora in Radio illo Albo Compoſito X Y; Et comperiebam ea omnia ſuos ipſorum colores proprios exhibere tales, quales interdiu in Aprico exhibere ſolent; eoſq; porro colores pendere omnino ex radiis, qui eſſent iiſdem coloribus ad Lentem, jam antequam ad Radium illum componendum coirent. Exempli gratia: Cinnabaris in Radio illo Albo collocata, eodem plane videtur colore rubeo, ac in cælo Aperto poſita; Quod ſi porro intercipiantur ad Lentem Radii virides & cærulei; utiq; Rubor ipſius jam multo clarior atq; largior erit factus: Verum ſi radios rubeos ad Lentem intercipias; utiq; cinnabaris non jam amplius rubea videbitur, ſed viridis vel flava, vel alio quovis colore, pro eo ut hæc vel illa radiorum genera in eam incidere permittas. Similiter, Aurum in Lumine illo Albo X Y, eodem Colore flavo videtur, ac in aprico Lumine diurno: Verum intercepto ad Lentem certo & apto radiorum flavorum numero, æquiparabit id Argentum Albitudine; quomodo Ipſe Experiundo comperi: Ex quo apparet Colorem flavum, quo Aurum tum videtur cum nulli intercepti ſint radii, oriri ex radiis illis flavis redundantibus, qui, cum per Lentem iterum tranſire permittuntur, Albitudinem jam dictam ſuo Colore inficiunt. Sic quoque Ligni Nephritici Infuſio, cum in hoc Compoſito Radio Albo X Y collocata ſit, (uti Ipſe itidem Expertus ſum,) cærulea videtur reflexo Lumine, & flava vel rubea tranſmiſſo; eodem modo ac quum clara diurna Luce & in Sole inſpiciatur: Verum ſi intercipias Lumen cæruleum ad Lentem; utiq; Infuſio illa amittet cæruleum ſuum


Fig. 1.
E
F
A
B
C
R


Fig. 2.
P
T
A
B
F
C


Fig. 3.
B
A
D
E
C


4.
F
T
M
X
$\frac{2}{3}$
$\frac{3}{5}$
$\frac{9}{16}$
$\frac{1}{2}$


Fig. 5.
P
T
V
A
B
F
C

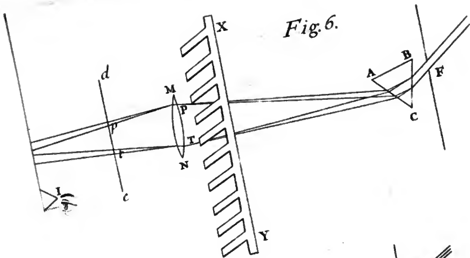


Fig. 6.

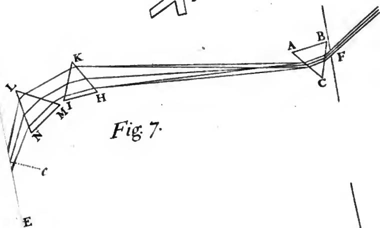


Fig. 7.

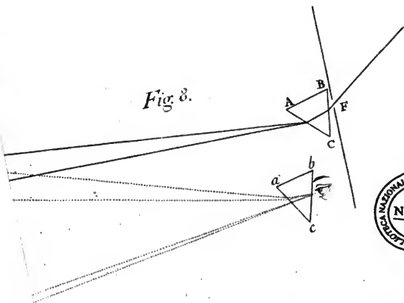


Fig. 8.





Fig. 9.





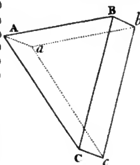


Fig. 10.

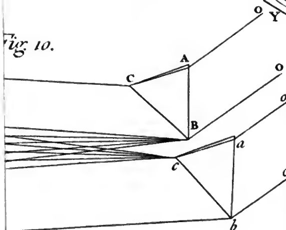
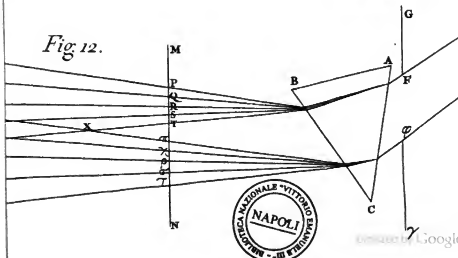
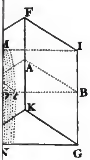


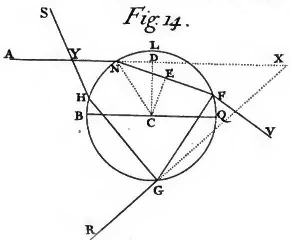
Fig. 11.

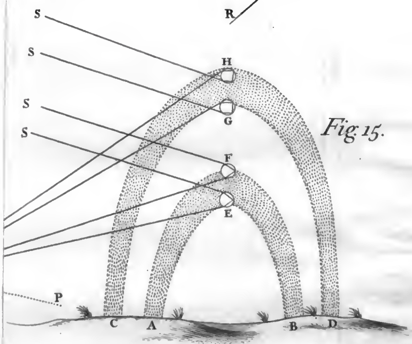


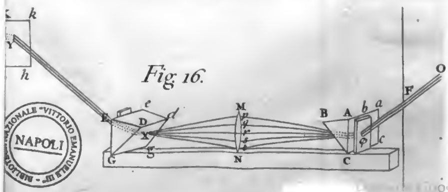
Fig. 12.




Fig. 13.
F
I
A
B
K
G


Fig. 14.
S
A
Y
L
D
X
N
E
H
F
B
C
Q
V
G
R


S
S
S
S
H
G
Fig. 15.
F
E
P
C
A
B
D


k
Y
h
Fig. 16.
O
F
M
B
A
b
a
e
d
D
E
X
c
G
N
C

ſuum colorem reflexum; dum tranſmiſſus color rubeus permanebit nihilo minus perfectus; immo, propter ſublatos radios aliquos cæruleos quibus antea dilutus fuerat, etiam ſaturior is ac largior erit factus: E contrario autem, ſi radii rubei atq; aurei intercipiantur ad Lentem; utiq; amittet Infuſio colorem ſuum rubeum tranſmiſſum; dum color cæruleus reflexus permanebit uſque, atq; etiam largior & perfectior erit factus. Ex quo apparet Infuſionem illam, non utiq; ipſam inficere Radios coloribus cæruleo & flavo; ſed tantum tranſmittere copioſius eos, qui erant ante rubei; & reflectere copioſius eos, qui erant ante cærulei. Atq; eodem quidem modo examinari atque probari poterunt aliorum quorumvis Phænomenorum rationes; ſi capiantur Experimenta in hoc Arte compoſito Luminis Radio X Y.

OPTICES
LIBER SECUNDUS.

PARS I.

Observationes circa Reflexiones, Refractiones, & Colores corporum Tenuium pellucidorum.

OBservatum fuit antehac ab Aliis, Corpora pellucida, ut Vitrum, Aquam, Aerem & similia, quum inflando tensa sint in pertenues Bullulas, vel alio quovis modo in Lamellas summæ Tenuitatis ducta; varios utiq; Colores, pro varia sua Tenuitate, exhibere; quamvis eadem, quum sint crassiora, plane perlucida videantur & Coloris expertia. In priori Libro sermonem de hujusmodi Coloribus consulto abstinui; quoniam & ipsi difficilioris videbantur Explicatus; neq; intellectu necessaria erat ipsorum ratio, ad Proprietatum Luminis eo in Libro expositarum Explicationem comprobandam. Verum cum hi ad nova porro Inventa, quibus *Lucis Theoria* perfici atq; absolvi possit, multum queant conferre; maxime quoad Constitutionem ac Dispositionem partium, ex quibus Corporum Naturalium Colores vel Pelluciditas pendeant; visum est mihi hoc in loco, quæ de hujusmodi Coloribus Observaverim, paucis exponere. Ut autem brevius atq; distinctius absolvam; primo

mo Obſervationum ipſarum præcipuas deſcribam; deinde, quid ex eis colligi videatur, & quis in eis Uſus eſſe poſſit, exponam. Obſervationes autem meæ, hujuſmodi fuerunt.

OBS. I.

Cum bina Priſmata paulo arctius ad ſe comprimerem invicem, ut latera ipſorum (quæ erant forte aliquantillum convexa) ſe aliqua ſui parte inter ſe contingerent; obſervabam locum, ubi illa contingerent inter ſe, plane & perfecte pellucidum illico eſſe factum; perinde ac ſi Vitrum ibi fuiſſent unum & continuum. Etenim quum Lumen in Aerem iſtum, qui in reliquis omnibus facierum commiſſarum partibus inter bina Priſmata interjaceret, adeo oblique incideret, ut id omne Reflecteretur: utiq; in illa parte, ubi facies eæ ſe contingebant inter ſe, videbatur id omne Tranſmitti: Adeo ut locus ille Contactus, cum *Inſpiceretur*, videretur tanquam macula nigra vel tenebroſa; propterea quod ex illo non, uti ex aliis locis, plurimum Luminis, ſed parum aut nihil, quod quidem Senſu percipi poſſet, reflecteretur: cum autem is *Tranſpiceretur*, tum videretur tanquam Foramen in Aere illo, qui Vitrorum compreſſu in tenuem quandam inter binas Priſmatum Facies conformatus eſſet lamellam: Per quod quidem foramen diſtincte perſpici poterant Corpora ultra collocata; quæ per alias Vitrorum partes, ubi aerea lamella interjecta eſſet, cerni omnino non poterant. Porro, quamvis Priſmatum facies eſſent aliquantum convexæ, tamen Macula illa pellucens ſatis erat lata; Quæ utiq; latitudo oriri præcipue videbatur ex eo, quod Vitrorum partes mutuo compreſſu cederent nonnihil introrſum. Etenim comprimendo Priſmata arctius inter ſe; macula illa multo, quam ante, latior erat facta.

OBS. II.

Quum Lamina illa Aerea, convertendo Prismata circa Axem suum communem, adeo parum tandem ad incidentes radios inclinata esset facta, ut nonnulli eorum transmitti cœperint; oriebantur in ea multi tenues Arcus colorati, qui initio formam Conchoidis fere exprimebant, quomodo eos in primo Schemate depictos videre est. Continuando autem Prismatum Motum, Arcus isti augebantur perpetuo & incurvabant sese magis magisq; circa antedictam Maculam pellucentem, donec tandem in Circulos Integros sive Annulos maculæ isti circumjectos flexi, contraherent sese deinceps gradatim in parvitatem.

Fig. 1.

Arcus isti, cum apparerent primum, colore erant violaceo & cæruleo; interq; eos interjecti erant Arcus circulorum Albi, qui, continuando Prismatum Motum, statim tingebantur nonnihil ab interioribus suis marginibus colore rubeo & flavo, exterioribus autem marginibus confinem habebant cæruleum. Adeo ut Colores ab usq; Macula in Centro tenebrosa, hoc Ordine tum essent dispositi: albus, cæruleus, violaceus; niger; rubeus, aureus, flavus, albus, cæruleus, violaceus; &c. Verum flavus & rubeus multo erant languidiores, quam cæruleus & violaceus.

Continuato adhuc Prismatum Motu circa Axem suum communem, Colores isti coarctabant se magis magisque, & contrahebant sese utroque in Albitudinem circumjectam, donec tandem in eam penitus evanescerent. Tumq; Circuli in istis locis Albi Nigriq; videbantur, sine ullis aliis Coloribus intermixtis. Verum continuando adhuc amplius Prismatum Motum, Colores iterum se ex Albitudine explicabant; violaceus videlicet ac cæruleus ab interiori ipsius margine, ab exteriori autem rubeus ac flavus. Adeo ut Colores ab usq; Macula centrali, hoc ordine

ordine jam essent dispositi; albus, flavus, rubeus; niger; violaceus, cæruleus, albus, flavus, rubeus; &c. Contra quam prius erant visi.

OBS. III.

Cum Annuli, vel aliquæ ipsorum partes, Albi solummodo & Nigri apparerent; videbantur valde distincti, & distinctis terminis definiti; eorumq; Nigror non minus intensus videbatur, quam ipsius Maculæ centralis. Item in Marginibus Annulorum, ubi Colores ex albitudine emergere cœperunt, satis erant distincti, eoq; ad ingentem usq; multitudinem sub aspectum veniebant. Numeravi nonnunquam amplius triginta Series sive Ordines, (computando in singulas Series Annulum album & nigrum;) atq; etiam plures vidi, quos, quæ erat ipsorum parvitas, numerare non potuerim. Verum in aliis Prismatum positionibus, ubi videlicet Annuli variis coloribus tincti viderentur; haud amplius octo aut novem discernere potui; atq; etiam illorum ipsorum exteriores, valde confusi videbantur atq; diluti.

In hisce duabus Observationibus, quo Annuli distincti viderentur, Colorumque omnium, præterquam Albi & Nigri, expertes; eos interjecto aliquo Intervallo inspici oportere Adverti. Etenim si Oculum propius admovebam; tametsi Inclinationem ejus ad planitiem Annulorum nihil omnino immutaveram; emergebat tamen continuo ex Albitudine color subcæruleus, qui sese in Annulorum nigra magis magisq; explicans, effecit ut & Circuli ipsi minus distincti evaderent, & Albitudo etiam coloribus rubeo & flavo nonnihil tincta esset. Præterea Comperiebam, Inspiciendo per rimulam sive fissuram oblongam, quæ & Oculi pupilla angustior esset, & proxime Oculum Prismatibus parallela teneretur; posse me Circulos eo pacto cernere multo distinctiores, multoq; etiam majori, quam alioqui, numero, sub aspectum venientes.

 OBS.

OBS. IV.

Ut adhuc accuratius obſervarem, quo Ordine hi Colores ex Albis Circulis orirentur, pro eo ut Radii minus minuſq; ad lamellam aeream inclinati eſſent facti; cepi duo Vitra Objectiva; alterum Plano-convexum, ad Teleſcopium quatuordecim Pedum; alterum autem Vitrum amplum & utrinq; convexum, ad Teleſcopium circiter Pedum quinquaginta: Cumq; huic Vitro utrinque convexo, planam faciem alterius ſuperpoſuiſſem; appreſſi ea invicem lenta manu, ut Colores in Circulorum Centro ex ordine emergerent; & deinde Vitrum ſuperius lente de inferiori ſuſtuli, ut Colores eodem in loco itidem ordine evaneſcerent. Color, qui, comprimendo Vitra, noviſſimus in medio Colorum emergeret, videbatur ſemper, cum primum appareret, tanquam Orbis uno fere & conſimili Colore ab uſq; Circumferentia ſua ad Centrum; compreſſis autem arctius Vitris, diffundebat is ſeſe & extendebat perpetuo in Latitudinem quoquoverſus, donec novus aliquis Color in Centro ejus emergeret, adeoq; is in Annulum abiret novo iſti Colori circumjectum. Porro, arctius adhuc compreſſis inter ſe Vitris, Annuli iſtius Diameter augebatur, Orbitæ autem ſive Circuitus ſui Latitudo minuebatur, donec novus iterum Color in Centro antecedentis emergeret: Et ſic deinceps; donec tertius, quartus, quintus, pluresq; novi Colores ibi ex ordine ſimiliter emergerent, & in Annulos abirent Colori intimo circumjectos; quorum utique ultimus eſſet Macula ipſa nigra. E contrario, Vitrum ſuperius lente de inferiori ſublevando, Diametri Annulorum contrahebantur, Orbitarum autem ſuarum latitudo augebatur, donec ſingulorum Colores ad uſq; Centrum ſua quiſque vice pertingerent; Quo quidem tempore, quoniam Coloris ad Centrum exeuntis ſemper ſatis

tis

tis magna erat latitudo, facilius, quam antea, Colorum ſingulorum Speciem diſcernere & diſtincte internoſcere potui. Atque hoc pacto, eorum invicem ſuccedendi Ordinem atq; Quantitatem, illam, quæ jam infra exponetur, eſſe obſervavi.

Maculæ in Centro pellucidæ, ex Vitrorum Contactu ortæ, ſucceſſit proxime color cæruleus, deinceps albus, flavus, & rubeus: Coloris cærulei adeo puſillum erat quod aſpectu perciperetur, ut eum in circulis, quos Priſmata exhibuerunt, diſcernere omnino non potuerim; neq; vero in eo Violacei quicquam diſtincte cernere potui: At flavus & rubeus ſatis erant copioſi; & tantundem ſpatii occupare videbantur, quantum albus; quadruplo autem vel quintuplo tantum, quam quantum cæruleus. Proxima Colorum Series prioribus illis circumjecta, erant violaceus, cæruleus, viridis, flavus & rubeus: Atq; hi quidem Omnes, largi erant & clari; ſi viridem excipias, qui & perexiguus erat, & multo etiam languidior dilutiorq; quam cæteri videbatur: Colorum quatuor reliquorum, violaceus ſpatium minimum occupabat; cæruleus autem minus, quam flavus vel rubeus. Tertia Colorum Series, erant purpureus, cæruleus, viridis, flavus & rubeus: In qua purpureus rubicundior videbatur, quam violaceus in priori Serie: Viridis autem multo magis, quam in priori, conſpicuus erat; utpote reliquos omnes colores, excepto uno flavo, claritate atq; copia æquiparans: At rubeus evanuerat nonnihil, & paulo elutior erat factus; ad purpureum utiq; permultum deſcendens. Quarta Colorum Series, erant Viridis & Rubeus: Viridis copioſus erat admodum atq; floridus, accedens ad cæruleum ex altera parte, ex altera ad flavum: Verum in hac quarta Serie nullus erat violaceus, cæruleus, neq; flavus; Atq; etiam Rubeus valde im-

imperfectus erat, ac nubilus. Qui porro hisce succedebant Colores, adhuc magis magisq; evanidi dilutique videbantur; donec post tres vel quatuor deinceps Series, tandem in ipsam plane Albitudinem abirent. Qua forma ac Specie hæ Series tum apparerent, cum Vitra arctissime invicem appressa essent, quo Macula nigra se in Centro videndam exhiberet; delineatum est in secundo
Fig. 2. Schemate: Ubi *a, b, c, d, e: f, g, h, i, k: l, m, n, o, p: q, r: s, t: v, x: y, z;* repræsentant Colores ex ordine a Centro numeratos; nigrum, cæruleum, album, flavum, rubeum: violaceum, cæruleum, viridem, flavum, rubeum: purpureum, cæruleum, viridem, flavum, rubeum: viridem, rubeum: cæruleum subviridem, rubeum: cæruleum subviridem, rubeum pallescentem: cæruleum subviridem, album rubescentem.

OBS. V.

Ut Intervallum Vitrorum, sive Crassitudo interjectæ lamellæ Aereæ, qua quisq; Color produceretur, quænam esset definirem; dimensus sum Diametros sex priorum Annulorum, qua parte Orbitæ ipsorum lucidissimæ essent; istarumque Diametrorum Quadrata inveni in Arithmetica esse Progressione numerorum imparium, 1, 3, 5, 7, 9, 11: Quare, cum Vitrorum illorum alterum Planum esset, alterum Sphæricum; utiq; Intervalla ipsorum, qua parte Annuli isti apparebant, in eadem fuerint Progressione necesse est. Dimensus sum quoq; Diametros Annulorum nigrorum sive obscurorum, Coloribus illis lucidioribus interjectorum; earumq; Quadrata inveni in Arithmetica esse Progressione numerorum parium 2, 4, 6, 8, 10, 12. Quoniam autem res admodum difficilis est, multæq; diligentiæ, hujusmodi Mensuras accurate & sine Errore colligere; cepi easdem iterum & sæpius, & in diversis partibus Vitrorum; ut ex singu-

ſingularum reſponſu inter ſe, certum ſcirem Omnium Veritatem. Atq; eadem Methodo in aliis quibuſdam ex ſequentibus Obſervationibus definiendis uſus ſum.

OBS. VI.

Diameter ſexti Annuli, qua parte Orbita ejus lucidiſſima fuit, erat $\frac{58}{100}$ partes Unciæ; Diameter autem Sphæræ, ad quam Vitrum Objectivum utrinq; convexum tornatum fuerat, erat circiter 102 Pedum: Atq; hinc quidem Aeris ſive Aereæ lamellæ Vitris in eo Annulo interjectæ Craſſitudinem collegi. Verum poſtea aliquanto; ſuſpicatus, ne forte Sphæræ Diametri Menſuram haud ſatis accurate in hac Obſervatione collegerim; nec ſatis certo ſciens, utrum Vitrum Plano-convexum vere planum eſſet, an e contrario concavum nonnihil aut convexum ea ſui facie quam ego planam exiſtimaveram; atque etiam metuens ne forte Vitra compreſſerim, uti alias ſæpe quidem feceram, quo ea ſe inter ſe contingerent; (etenim iſtiuſmodi Vitrorum partes mutuo compreſſu facile pandantur atq; introrſum cedunt; eoq; pacto Annuli manifeſto evadunt latiores, quam ſi Vitrorum figura non fuiſſet immutata:) Hæc inquam veritus, Experimentum denuo iteravi; inveniq; Diametrum ſexti Annuli lucidi, eſſe circiter $\frac{55}{100}$ partes Unciæ. Porro autem idem adhuc Experimentum, in alio quoq; Vitro Objectivo Teleſcopii, quod tum forte apud me haberem, iteravi: Erat id Vitrum utrinq; itidem convexum, ad unam eandemq; Sphæram utraq; ſui facie tornatum; ejuſque Focus erat intervallo Unciarum $83\frac{2}{5}$: Unde, poſitis Sinibus Incidentiæ & Refractionis Luminis flavi clariſſimi, ea inter ſe proportione, quæ eſt 11 ad 17; diameter Sphæræ, ad quam Vitrum tornatum erat, invenietur, poſito calculo, Unciarum 182. Id Vitrum vitro plano ita ſuperpoſui, ut macula nigra in medio Annulorum colo-

coloratorum appareret, tametsi Vitra nulla alia pressura, quam suo ipsius Vitri superimpositi pondere, compressa essent. Jamq; diametrum quinti obscuri Annuli qua potui summa cum accuratione dimensus, inveni eam esse $\frac{1}{5}$ Unciæ accuratissime. Annulum istum dimensus sum Circino, in superiori facie Vitri superioris; distabatq; a Vitro illo superiori Oculus meus, intervallo circiter octo aut novem Unciarum, ad perpendiculum fere interjecto; eratq; id Vitrum $\frac{1}{6}$ Unciæ crassum: Unde facile colligitur, veram Annuli inter Vitra interjacentis Diametrum, majorem fuisse quam Diametrum ejusdem in superiori facie Vitri superioris dimensam, ea aut fere ea proportione, quæ est 80 ad 79; & consequenter veram illam Diametrum fuisse $\frac{16}{79}$ Unciæ, veramq; Semidiametrum $\frac{8}{79}$ Unciæ. Jam autem ut Diameter Sphæræ, (182 Unciæ,) ad Semidiametrum quinti illius Annuli obscuri, ($\frac{8}{79}$ partes Unciæ;) ita hæc Semidiameter, ad crassitudinem Aereæ lamellæ Vitris in quinto illo Annulo obscuro interjectæ: Quæ proinde Crassitudo, fit $\frac{32}{567931}$ sive $\frac{100}{1774784}$ partes Unciæ; & quinta ejus pars, videlicet $\frac{1}{88739}$ pars Unciæ, est Crassitudo Aeris in primo horum Annulorum obscurorum.

Adhæc Idem Experimentum rursus iteravi, in alio Vitro Objectivo utrinq; convexo, & utraq; sui facie ad unam eandemq; Sphæram tornato. Focus ejus, erat intervallo Unciarum $84\frac{1}{4}$; ac proinde Diameter Sphæræ, 184 Unciæ. Cum id Vitrum, eidem, quo ante usus eram, Vitro plano superpositum esset; Diameter quinti Annuli obscuri, quando Macula nigra in Centro sine ulla Vitrorum compressione manifesto appareret, erat, Circino super Vitro superiori dimensa, $\frac{121}{600}$ partes Unciæ; & consequenter eadem, inter Vitra, erat $\frac{1222}{6000}$: Etenim Vitrum superius, erat $\frac{1}{8}$ Unciæ crassum; & Oculus meus

distabat

diſtabat ab eo, intervallo octo Unciarum. Jam autem ut Diameter Sphæræ, ad dimidium hujus diametri Annuli; ita dimidium hujus diametri Annuli ad $\frac{5}{88850}$ partes Unciæ: Ea igitur eſt Craſſitudo Aeris in hoc Annulo; & quinta ejus pars, videlicet $\frac{1}{88850}$ pars Unciæ, eſt (ut ſupra) craſſitudo Aeris in primo Annulorum obſcurorum.

Rem eandem Expertus ſum, ſuperponendo eadem Vitra Objectiva planis fragmentis Speculorum; invenique eaſdem menſuras Annulorum. Quocirca Menſuras iſtas tanquam vere collectas ac certas aſſumam, donec in Vitris ad Sphæras ampliores tornatis accuratius definiri queant: Quanquam in iſtiuſmodi quidem Vitris majori id erit cura atq; diligentia agendum, ut Vitrum vere atq; accurate Planum eis ſummittatur.

Has Menſuras egi, cum Oculus meus ſupra Vitra ad perpendiculum fere collocatus eſſet; diſtaret autem a Radiis Incidentibus circiter Unciam 1 aut $1\frac{1}{4}$, & a Vitro Uncias octo; adeo ut radii ad Vitrum inclinati eſſent, in Angulo circiter 4 graduum. Unde ex ſequenti Obſervatione intelliges; ſi Radii in Vitra ad perpendiculum incidiſſent; utiq; Aerem in iſtis Annulis minus fuiſſe craſſum futurum, ea proportione, quæ eſt *Semidiametri* ad *Secantem* 4 *graduum*, hoc eſt, in proportione 10000 ad 10024. Diminuantur igitur in hac proportione Craſſitudines antedictæ; & fient $\frac{1}{88952}$ ac $\frac{1}{89063}$, ſive (ut proximo numero rotundo utar) $\frac{1}{89000}$ pars Unciæ. Hæc eſt Craſſitudo Aeris in primo Annulo obſcuro radiis ad perpendiculum incidentibus exhibito, qua parte is Annulus obſcuriſſimus eſt; Et dimidium hujus craſſitudinis, ductum in numeros progreſſione Arithmetica continuos 1, 3, 5, 7, 9, 11, &c, dat craſſitudines Aeris in omnibus Annulis lucidis, qua parte illi lucidiſſimi ſunt;

Y vide-

videlicet $\frac{1}{178000}$, $\frac{3}{178000}$, $\frac{5}{178000}$, $\frac{7}{178000}$, &c; Quorum quidem numerorum Medii Arithmetici, $\frac{2}{178000}$, $\frac{4}{178000}$, $\frac{6}{178000}$, &c. ſunt craſſitudines ipſius in omnibus Annulis obſcuris, qua parte ii obſcuriſſimi ſunt.

OBS. VII.

Annuli tum minimi videbantur, cum Oculus meus in Axe Annulorum ad perpendiculum ſupra Vitra collocatus eſſet. Cum autem eos obliquius intuerer, majores erant facti; & dilatabant ſe perpetuo quaquaverſum, pro eo ut Oculum meum longius ab Axe removerem. Atq; Diametrum quidem unius ejuſdemq; Circuli; partim dimetiendo eam in diverſis Oculi obliquitatibus, partim aliis quibuſdam rationibus, partim etiam adhibendo bina iterum Priſmata ad Menſuras in maximis obliquitatibus colligendas; Diametrum, inquam, unius cujuſvis Circuli, & conſequenter craſſitudinem Aeris in Circuitu ipſius, inveni, in diverſis illis obliquitatibus, proportiones ſibi habere in ſequenti Tabula expreſſas, quam proxime.

Angulus Incidentiæ in Aerem.		*Angulus Refractionis in Aerem.*		*Diameter Annuli.*	*Craſſitudo Aeris.*
deg.	min.				
00	00	00	00	10	10
06	26	10	00	$10\frac{1}{13}$	$10\frac{2}{13}$
12	45	20	00	$10\frac{1}{3}$	$10\frac{2}{3}$
18	49	30	00	$10\frac{1}{4}$	$11\frac{1}{2}$
24	30	40	00	$11\frac{2}{5}$	13
29	37	50	00	$12\frac{1}{2}$	$15\frac{1}{2}$
33	58	60	00	14	20
35	47	65	00	$15\frac{1}{4}$	$23\frac{1}{4}$
37	19	70	00	$16\frac{4}{5}$	$28\frac{1}{4}$
38	33	75	00	$19\frac{1}{4}$	37
39	27	80	00	$22\frac{6}{7}$	$52\frac{1}{4}$
40	00	85	00	29	$84\frac{1}{10}$
40	11	90	00	35	$122\frac{1}{2}$

In duabus prioribus Columnis, exhibentur incidentium & emergentium Radiorum Obliquitates ad lamellam Aeream, hoc eſt, Anguli ipſorum Incidentiæ & Refractionis. In tertia Columna, Diameter Annuli cujuſvis colorati, in iſtis omnibus Obliquitatibus, exprimitur talibus Partibus, quarum decem tum conſtituunt ejuſdem Annuli Diametrum, cum radii ad perpendiculum incidunt. Deniq; in quarta Columna, Craſſitudo Aeris in Circuitu ejuſdem Annuli, exprimitur talibus Partibus, quarum itidem decem tum conſtituunt craſſitudinem illius in ejuſdem Circuitu, cum Radii ad perpendiculum incidunt.

Atq; ex hiſce quidem Menſuris, videor mihi colligere hanc Regulam: Nempe, Craſſitudinem Aeris proportionalem eſſe *Secanti* Anguli, cujus Sinus ſit Certa media proportionalis inter Sinus Incidentiæ & Refractionis. Ea autem media proportionalis, quatenus quidem eam ex his Menſuris definire potuerim, eſt prima ex 106 Arithmeticis mediis proportionalibus inter iſtos Sinus; incipiendo nimirum a Sinu Refractionis, cum Refractio fiat e Vitro in lamellam Aeream; a Sinu Incidentiæ autem, cum Refractio fiat e lamella Aerea in Vitrum.

OBS. VIII.

Macula nigra quoq; in medio Annulorum, augebatur obliquatione Oculi; quanquam vix adeo, ut id Senſu percipi poſſet: Verum ſi loco Vitrorum Objectivorum, adhiberentur Priſmata; dilatabatur ea manifeſtius, cum adeo oblique inſpiceretur, ut nulli Colores ei viderentur circunjecti. Minima tum erat, cum *Radii Luminis* in interjacentem Aerem obliquiſſime inciderent; pro eo autem ut horum obliquitas minueretur, ita illa magis magiſq; augebatur, uſq; dum Annuli colorati apparerent; tumq; iterum minuebatur; verum non tantum, quan-

tum ſe ante dilataverat. Atq; hinc manifeſtum eſt, Maculam illam pellucere, non modo qua parte Vitra ſe inter ſe contingerent plane, verum etiam qua exiguo quodam intervallo diſtarent inter ſe. Nonnunquam Maculam illam ita comparatam obſervavi, ut, cum fere ad perpendiculum inſpiceretur, æquiparaverit diametro amplius $\frac{2}{5}$ & prope $\frac{1}{2}$ diametri exterioris circuitus coloris rubei in prima ſerie ſive ordine colorum ; cum autem oblique inſpiceretur, evanuerit penitus, & opaca atq; alba ac reliquo Vitro ſimilis facta fuerit : Unde colligi poteſt, Vitra tum vix, aut ne vix quidem, ſe inter ſe contigiſſe ; & Intervallum ipſorum in circuitu Maculæ illius ad perpendiculum inſpectæ, fuiſſe circiter quintam aut ſextam partem Intervalli eorundem in circuitu coloris rubei antedicti.

O B S. IX.

Cum Tranſpicerem bina contigua Vitra Objectiva, obſervabam interjacentem Aerem exhibere Annulos coloratos, Lumine *Tranſmiſſo*, æque ac *Reflexo*. Macula in Centro jam Alba erat ; & Colores Ordine inde numerati, erant rubeus flaveſcens ; niger ; violaceus, cæruleus, albus, flavus, rubeus ; violaceus, cæruleus, viridis, flavus, rubeus, &c. Verum Colores iſti valde languidi erant ac diluti, niſi cum Lumen valde oblique per Vitra trajiceretur : Etenim eo pacto, ſatis clari ac floridi videbantur ; Attamen primus ille rubeus flaveſcens, etiam adhuc, ſicuti cæruleus in *quarta Obſervatione*, adeo exiguus erat atq; evanidus, ut vix diſcerni potuerit. Quum Annulos hoſce coloratos, Luminis Tranſmiſſu exhibitos, cum illis Reflexione exhibitis compararem ; obſervabam Album ex oppoſito reſpondere Nigro, Rubeum Cæruleo, Flavum Violaceo, & Viridem colori Compoſito ex rubeo & violaceo : hoc eſt , partes vitri eas, quæ Inſpicienti albæ

albæ viderentur, Tranſpicienti videri nigras; & contra: Similiter, quæ partes Inſpicienti cæruleæ viderentur, eas Tranſpicienti videri Rubeas; & contra: Et ſimiliter reliquos omnes Colores. Hoc qui fiat, expreſſum habes in tertio Schemate; ubi AB, CD, ſunt Superficies Vitrorum contiguorum in E; lineæ autem nigræ interductæ, ſunt Superficierum iſtarum Intervalla in Progreſſione Arithmetica: Et Colores ſupra adſcripti, ii ſunt qui Lumine Reflexo videntur; colores autem infra adſcripti, ii qui Lumine Tranſmiſſo. *Fig. 3.*

OBS. X.

Cum Vitra Objectiva ab extremis ſuis marginibus madefeciſſem nonnihil; aqua lente inter ea porro ſubrepſit; eoq; pacto Circuli minores ſunt facti, Coloreſq; languidiores: Adeo ut, dum aqua ultro adrepebat, Circuli dimidii, quo illa primum pervenit, abrupti ab alteris ſuis dimidiis viderentur, & in parvitatem contracti. Circulos hoſce minores in Aqua exhibitos dimenſus, inveni Diametros ipſorum ad Diametros ſimilium circulorum in lamella Aerea exhibitorum, eam fere habere proportionem, quam habent ſeptem ad octo; & conſequenter Intervalla Vitrorum in conſimilibus Circulis Aqua & Aere exhibitis, eſſe inter ſe circiter ut 3 ad 4. Utiq; fieri poteſt, ut Univerſalis ſit Regula iſta: Siquod Medium magis minuſve denſum quam Aqua, inter duo Vitra comprimatur; fore ut Intervalla Vitrorum in Annulis iſto Medio interjacente exhibitis, ſint ad Intervalla eorundem in conſimilibus Annulis interjacente Aere exhibitis, ut ſunt inter ſe Sinus qui metiuntur Refractionem quæ fiat ex iſto Medio in Aerem.

OBS. XI.

Cum Aquæ lamella inter Vitra interjaceret; ſi Vitrum ſuperius varie in margine ſuo apprimerem, quo Annuli

Annuli ultro citroq; celeriter deferrentur; ſequebatur continuo Centrum ipſorum exigua quædam Macula alba, quæ, prout Aqua circumjecta in locum illum adrepebat, illico evaneſcebat. Specie videbatur tali, atq; etiam Coloribus talibus, quales Aer ibidem inter Vitra interjectus, exhibiturus fuiſſet. Atqui ea non erat Aer: Etenim bullulæ Aeriæ, ſiquæ forte in Aqua ineſſent, non continuo, adrepente Aqua, evaneſcebant. Proinde Reflexio illa, ex ſubtiliori aliquo Medio, quod trans Vitrum recedendo Aquæ adrepenti locum cedere potuerit, orta ſit neceſſe eſt.

O B S. XII.

Hæ mihi Obſervationes factæ ſunt in *Aperta Luce*. Verum, quo adhuc penitius hanc materiam ſpecularer, perſcrutando deinceps quinam eſſent futuri Effectus *Luminis Colorati* in hæcce Vitra Objectiva incidentis; Cubiculo Tenebras induxi: Et inſpexi eadem Vitra illuminata jam Reflexu Colorum Priſmaticorum Chartæ albæ plagula exceptorum; oculo nimirum ita collocato, ut Chartam coloratam in Vitris illis, tanquam in Speculo, poſſem Reflexione conſpicari. Eventus autem Experimenti is erat, ut Annuli jam multo diſtinctiores facti eſſent; & longe etiam majori numero ſub aſpectum venirent, quam in aperta Luce. Vidi aliquando hoc pacto amplius viginti; cum in aperta Luce diurna, haud amplius octo aut novem diſcernere potuerim.

O B S. XIII.

Cum Quendam mihi tum forte Adſiſtentem, Priſma hac illac circa Axem ſuum convertere juſſiſſem; quo Colores omnes ſua quiſq; vice in eam partem chartæ inciderent, quam Ego in ea parte Vitrorum, ubi Circuli apparebant, Reflexione conſpicarer; ut adeo Colores omnes ſua quiſq; vice ex Circulis iſtis reflecterentur ad Oculum

Oculum meum immotum interea permanentem: observavi Circulos quos exhibebat Lumen rubeum, manifesto majores esse quam quos exhiberet Lumen cæruleum ac violaceum: Magnaq; voluptate perfusus, videbam eos dilatare aut contrahere se gradatim, pro eo ac Color Luminis immutabatur. Vitrorum Intervallum in quovis Annulorum Luce rubea extrema exhibitorum, ad Intervallum ipsorum in eodem Annulo Luce violacea extrema exhibito, proportionem habebat majorem, quam habent 3 ad 2; & minorem, quam habent 13 ad 8; secundum plerasq; autem Observationum mearum, eam, quam habent 14 ad 9. Atq; hæc quidem proportio una eademq; ferme, in omnibus Oculi obliquitatibus, videbatur; Nisi quum, loco Vitrorum Objectivorum, bina iterum Prismata adhiberem: Tum enim, in magna quadam Oculi obliquitate, Annuli diversis Coloribus exhibiti æquales videbantur inter se; &, in obliquitate adhuc majori, Annuli violaceo Lumine exhibiti majores videbantur, quam iidem Lumine rubeo exhibiti: Refractione Prismatis videlicet, hoc in casu, efficiente ut Radii maxime Refrangibiles inciderent obliquius in lamellam Aeream, quam Radii minime Refrangibiles. Hic erat Exitus hujus Experimenti in Lumine Colorato, quod quidem satis Forte & Copiosum esset quo Annuli sub Aspectum venirent. Atq; hinc porro inferri potest; si Radii maxime minimeq; Refrangibiles satis Copiosi ipsi fuissent, quo Annuli sine ulla aliorum Radiorum admixtione sub aspectum venire potuissent; utiq; proportionem, quæ jam erat 14 ad 9, paulo majorem futuram fuisse, puta $14\frac{1}{4}$ vel $14\frac{1}{3}$ ad 9.

O B S. XIV.

Dum Prisma Motu æquabili circa Axem suum convertebatur, quo Colores omnes sua quisq; vice incide-

rent

rent in Vitra Objectiva, eoq; pacto efficerent ut Annuli ſeſe contraherent atq; dilatarent; Contractio vel Dilatatio cujuſq; Annuli, quæ conſequebatur hoc modo Coloris ſui variationem, celerrima erat in colore rubeo, in violaceo lentiſſima, & in intermediis Coloribus celeritate intermedia comparate. Porro, cum id perſcrutarer, *Quanta* eſſet Contractio illa ac Dilatatio in omnibus gradibus uniuſcujuſq; Coloris; inveni maximam eam eſſe in colore rubeo, in flavo minorem, in cæruleo adhuc minorem, & in violaceo omnium minimam: Utq; harum Contractionum ac Dilatationum proportiones quam poſſem accuratiſſime æſtimarem; obſervabam totam Contractionem aut Dilatationem Diametri cujuſvis Annuli in univerſis gradibus coloris rubei, eſſe ad Contractionem aut Dilatationem Diametri ejuſdem Annuli in univerſis gradibus coloris violacei, circiter ut 4 ad 3, aut 5 ad 4; & quum Lumen eſſet coloris medii inter flavum & viridem, tum Diametrum Annuli eſſe quamproxime Mediam Arithmeticam inter maximam Diametrum ejuſdem Annuli in colore rubeo extremo, & minimam Diametrum ejuſdem in extremo colore violaceo; Contra, quam evenit in Coloribus oblongæ Imaginis Refractione Priſmatis exhibitæ; ubi color rubeus maxime contractus eſt, violaceus maxime expanſus, & in Medio colorum omnium eſt confinium Viridis ac Cærulei. Atq; hinc id porro videor mihi colligere: craſſitudines Aeris inter Vitra Objectiva interjacentis eo in loco, ubi Annulum exhibent ſua quiſq; vice Limites colorum quinque præcipuorum, rubei, flavi, viridis, cærulei & violacei, (hoc eſt, Limes extremus coloris rubei, Confinium rubei & flavi in medio coloris aurei, Confinium flavi & viridis, Confinium viridis & cærulei, Confinium cærulei & violacei in medio coloris indici, & Limes extremus coloris vio-

violacei;) eas, inquam, Aeris craſſitudines, eſſe inter ſe quamproxime ut Sex Chordæ Longitudines, quæ ſonent Notas illas muſicas in Sexta Majori, *ſol*, *la*, *mi*, *fa*, *ſol*, *la*. Verum cum Experimento conveniet aliquanto melius, ſi dicemus, craſſitudines Aeris inter Vitra interjacentis eo in loco, ubi Annulos exhibent ſua quiſq; vice Limites colorum ſeptem, rubei, aurei, flavi, viridis, cærulei, indici & violacei; eas, inquam, Aeris craſſitudines, eſſe inter ſe ut Radices Cubicæ Quadratorum octo longitudinum Chordæ, quæ ſonent Notas illas muſicas in Octava, *ſol*, *la*, *fa*, *ſol*, *la*, *mi*, *fa*, *ſol*,; hoc eſt, ut Radices Cubicæ Quadratorum, numerorum 1, $\frac{8}{9}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{9}{16}$, $\frac{1}{2}$.

OBS. XV.

Hi Annuli non fuerunt variis Coloribus, ſicuti illi qui in aperta Luce apparuerant; ſed toti videbantur eo uno colore, qui eſſet in ſe a Priſmate projectus. Præterea, projiciendo colores Priſmate exhibitos in ipſa Vitra Objectiva directo, comperi id Lumen, quod incideret in nigra Annulorum coloratorum interordinia, Tranſmitti utiq; per Vitra ſine ulla Coloris ſui mutatione. Etenim ſuper chartam albam ultra collocatam, depingebat id Lumen Annulos, eodem colore atq; eos qui Reflexi eſſent, magnitudine autem eadem atq; Intervalla reflexorum Annulorum comparate. Atq; hinc manifeſto apparet, quæ ſit horum omnium Annulorum Cauſa atque Origo: Nempe, Aerem inter Vitra interjacentem, pro eo quanta ſit craſſitudine, ita eſſe comparatum, ut Lumen unius cujuſvis coloris aliis in locis reflectat, in aliis tranſmittat, (quomodo rem in quarto Schemate delineatam videre eſt;) itemq; eodem in loco Lumen uno Colore reflectat, ubi id quod alio ſit colore tranſmittat. *Fig.* 4.

OBS. XVI.

Quadrata Diametrorum Annulorum istorum uno quovis colore Prismatico exhibitorum, erant in Progressione Arithmetica; sicuti in *Quinta Observatione*. Et diameter sexti Circuli, cum is colore flavo citrino exhiberetur, & fere ad perpendiculum inspiceretur, erat circiter $\frac{58}{100}$ partes Unciæ, aut paulo minor eo; congruenter *Sextæ Observationi*.

Hactenus exposui quæ Observaverim in tenui lamella rarioris Medii densiore terminati; qualis est Aer, vel Aqua, inter bina Vitra compressus. Superest ut deinceps exponam quæ Observaverim in tenuibus lamellis densioris Medii rariore terminati; quales sunt laminæ Lapidis Specularis fissilis e Muscovia advecti, Bullulæ aquæ, & alia similia corpora tenuia Aere undique terminata.

OBS. XVII.

Si Aqua Sapone ad Lentorem nonnihil incrassata, in Bullam tensa sit inflando; notum est in vulgus, eam post parvum temporis spatium magna Colorum varietate apparituram. Quominus autem ejusmodi Bullæ, Aere externo agitarentur; (qua quidem agitatione Colores ipsarum confusius inter se & inordinati huc illuc deferuntur, adeo ut nequaquam accurate observari queant;) bullam, simul ac ad justam magnitudinem tensa esset inflando, solebam Scypho vitreo pellucido desuper imposito circumtegere: quo pacto Colores ipsius, ordine admodum discreto emergebant; cingentes, tanquam totidem Annuli concentrici, bullæ summitatem: Qui quidem Annuli, pro eo ut Aqua bullam perpetuo tenuabat subsidendo, dilatabant se paulatim, & diffundebant sese per totam bullam; descendentes serie continua a summo usq; ad imum, ibiq; demum ordine evanescentes. Interea

terea autem, poſtquam colores omnes in ſumma bulla emerſerant, naſcebatur in Centro Annulorum parva rotunda macula nigra, ſimilis atq; illa in *prima Obſervatione*; quæ porro dilatabat ſe perpetuo, uſq; eo ut nonnunquam amplius $\frac{1}{3}$ vel $\frac{1}{4}$ Unciæ in Latitudinem haberet, antequam Bulla diſrumperetur. Exiſtimaveram primo aſpectu, nullum omnino Lumen ab Aqua inde loci reflexum fuiſſe: Verum poſtea attentius Maculam illam inſpiciens, diſcernebam in ea plures parviores maculas rotundas, quæ multo adhuc quam ipſa nigriores videbantur & tenebroſiores: Unde intellexi, eſſe utiq; aliquam Reflexionem illis in locis, quæ minus, quam iſtæ maculæ parviores, tenebroſa eſſent: Atq; equidem, Experimentum adhuc ulterius proſequendo, comperi Imagines rerum aliquarum, ut Candelæ aut Solis, non modo in majori macula nigra, verum etiam in illis ipſis parvioribus ac tenebroſioribus maculis in majori illa incluſis inſpectas, Reflexione, quamvis languida admodum, tamen cerni poſſe.

Præter antedictos Annulos coloratos, apparebant etiam ſæpe parvæ aliquæ maculæ coloratæ, ſurſum deorſum, ultro citroq; commeantes in lateribus Bullæ; quæ utiq; orirentur ex inæquali quadam craſſitudine Aquæ inter ſubſidendum. Nonnunquam & nigræ quoq; maculæ in bullæ lateribus generatæ, aſcendebant paulatim; tandemq; in majorem illam maculam nigram, quæ eſſet in bullæ vertice, coibant.

OBS. XVIII.

Quoniam Colores harum Bullarum largiores clarioreſq; erant, adeoq; diſcretu etiam faciliores, quam Colores lamellæ Aereæ inter bina Vitra interjectæ; viſum eſt mihi hoc in loco diſtinctius exponere, quonam Ordine hi colores apparuerint & contemplandos ſe exhibuerint,

quum Reflexione Cæli ſubalbidioris inſpicerentur, corpore aliquo nigro interea ultra Bullam a parte poſteriori collocato. Erat autem is Ordo hujuſmodi: Color rubeus, cæruleus; rubeus, cæruleus; rubeus, cæruleus; rubeus, viridis; rubeus, flavus, viridis, cæruleus, purpureus; rubeus, flavus, viridis, cæruleus, violaceus; rubeus, flavus, albus, cæruleus, niger.

Tres priores Series colorum rubei & cærulei, valde dilutæ erant ac nubilæ; prima præſertim, in qua rubeus videbatur quodammodo ſubalbidus. Et in his quidem Seriebus vix alius ullus erat Color, qui Senſu percipi poſſet, præter rubeum & cæruleum; niſi quod cæruleus, (præcipue in ſecunda Serie,) accedebat nonnihil ad viridem.

In quarta quoq; Serie, Color rubeus dilutus erat ac nubilus; ſed non tantum, quantum in tribus prioribus. Huic ſucceſſit flavi quidem parum aut nihil, ſed viridis ſatis copioſus; qui porro flaveſcebat paululum initio, poſtea autem factus eſt viridis ſaligneus clarus & bonus, & deinde convertebat ſe in colorem ſubcæruleum; ei autem ſucceſſit neq; cæruleus neq; violaceus.

In quinta Serie, color rubeus primum purpuraſcebat valde; poſtea autem factus eſt clarior & floridior, nec tamen admodum purus: Huic ſucceſſit flavus, clarus admodum ac ſaturatus; ſed perexiguus, & qui illico mutabatur in viridem: At viridis iſte copioſus erat; atq; etiam purior aliquanto, ſaturatior, & floridior, quam viridis in priori Serie. Eum conſecutus eſt color cyaneus clariſſimus atq; optimus; deinde purpureus, qui & minor erat cyaneo, & ad rubeum multum acceſſit.

In Sexta Serie color rubeus, coccineus erat; primo clarus admodum ac floridus, poſtea autem etiam adhuc clarior; utique purus & excitatus valde, & Colorum omni-

omnium rubeorum optimus. Huic fucceffit color aureus floridus; deinde flavus clarus, largus, ac fatur; qui erat itidem colorum omnium flavorum optimus; ifq; fe convertebat primo in flavum fubviridem, deinde in cæruleum fubviridem: At viridis ifte, qui inter flavum & cæruleum intervenit, exiguus erat admodum ac dilutus; adeo ut albus viridicatus, potius quam color vere viridis, videretur. Cæruleus, qui proxime fucceffit, valde erat bonus; utiq; color cyaneus admodum clarus; aliquanto tamen infra cæruleum in præcedenti Serie. Violaceus porro, fatur erat ac plenus; haud fere ullo admixto fibi rubore: quantitate autem minor erat, quam cæruleus.

In ultima Serie color rubeus, coccineus erat in violaceum definens; brevi autem factus eft color clarior, ad aureum accedens. Cui fuccedens flavus, initio quidem fatis bonus erat & floridus; poftea autem dilutior evafit, donec gradatim in ipfam tandem Albitudinem defineret. Atq; hæc quidem Albitudo, fiquando Aqua valde tenax effet facta & bene temperata, dilatabat paulatim & diffundebat fe per maximam partem bullæ; pallefcens interim a Vertice magis magifque, donec tandem ibi permultas quafi fiffuras ageret; quæ utiq; fiffuræ, prout amplius dilatabantur, colore cyaneo videbantur fatis quidem bono, obfcuro tamen & fufco; albitudine interea inter maculas cæruleas affiduo minuente, donec Filis irregularis cujufdam operis reticulati fimilis effet facta, tandemq; plane evanefceret; tumq; fuperior bullæ pars omnis, obfcuriori illo colore cyaneo antedicto tincta videbatur. Atq; hic porro Color, fimiliter ac antecedens Albitudo, dilatabat fe quoquoverfus deorfum, donec fe per totam nonnunquam bullam diffuderit. Interea autem a Vertice Bullæ, qui colore cyaneo magis obfcuro

erat

erat quam partes ejusdem inferiores, quiq; etiam multis rotundis maculis cyaneis adhuc magis obscuris interstinctus videbatur; emergebat una pluresve maculæ valde nigræ, atq; intra eas aliæ adhuc nigriores, quas in Superiori ante Observatione memoravi: Atq; hæ quidem dilatabant se perpetuo, usq; dum Bulla disrumperetur.

Si Aqua non valde tenax esset, maculæ nigræ inter Albitudinem prorumpebant, sine ullo coloris cærulei interventu, qui quidem Sensu percipi posset. Nonnunquam etiam prorumpebant intra præcedentem flavum, aut rubeum; vel etiam intra cæruleum secundi Ordinis; antequam Colores intermedii sese explicandi spatium haberent.

Ex hac descriptione intelligere poteris, quam valde affines sint hi Colores Coloribus illis in lamella Aerea generatis, quos in *Quarta* supra *Observatione* descripsimus: Quanquam hi quidem contrario, atq; illi, ordine dispositi sunt; propterea quod apparere tum incipiunt quando Bulla crassior est, & convenientius numerantur ab infima & crassiori parte bullæ sursum versus.

OBS. XIX.

Cum Annulos Colorum a Vertice Bullæ emergentes, in variis obliquis Oculi positionibus intuerer; observabam eos, prout obliquitas illa Oculi augeretur, dilatare se satis quidem manifesto; at multo tamen minus, quam dilataverant se Annuli in lamella Aerea in *Septima* supra *Observatione* memorati. Etenim Illi se dilataverant eousque, ut quando obliquissime inspicerentur, pertigerint ad locum in lamella Aerea amplius duodecim partibus crassiorem quam eum, ubi, cum ad perpendiculum inspecti essent, siti fuissent visi: At Hi quidem, cum obliquissime in Bulla inspicerentur, eo solum loci pertigerunt,

tigerunt, ubi Craſſitudo Aquæ ad Craſſitudinem ſuam illic, ubi iidem Annuli ad perpendiculum eſſent viſi, proportionem paulo minorem haberet, quam habent 8 ad 5. Utiq; ea proportio, ex optimis Obſervationum mearum, erat inter 15 & 15½ ad 10. Qui quidem horum annulorum Auctus, circiter 24 partibus minor eſt, quam Annulorum in lamella Aerea viſorum.

Nonnunquam Bulla unius & ejuſdem uſquequaque Craſſitudinis erat facta, niſi a Vertice ſuo prope maculam nigram: Id quod ex eo intellexi, quod illa unam eandemq; Totam Colorum ſuorum Speciem atq; Ordinem Oculo in omni Poſitione exhiberet. Atq; hoc quidem in Caſu Colores, qui in extremo ipſius Circuitu per radios maxime obliquos videbantur, alii erant ac qui aliis in locis per radios minus obliquos eſſent viſi. Item una eademq; bullæ pars, diverſis Spectatoribus Colores diverſos exhibebat; cum in diverſis Obliquitatibus inſpiceretur. Jam autem, Obſervando quantum Colores, vel in eiſdem partibus Bullæ, vel in diverſis partibus eadem craſſitudine, mutarentur per varias radiorum Obliquitates; Comperi, ope *Obſervationum* 4tæ. 14tæ. 16tæ. & 18væ. (quomodo eæ infra erunt explicatæ;) craſſitudinem Aquæ, qua unus idemq; color in diverſis Obliquitatibus exhibeatur, ea quamproxime Proportione eſſe, quam in ſequenti Tabula expreſſam habes.

Inci-

Incidentia in Aquam.		*Refractio in Aquam.*		*Craffitudo Aquæ.*
deg.	min.	deg.	min.	
00	00	00	00	10
15	00	11	11	$10\frac{1}{4}$
30	00	22	1	$10\frac{4}{5}$
45	00	32	2	$11\frac{4}{5}$
60	00	40	30	13
75	00	46	25	$14\frac{1}{2}$
90	00	48	35	$15\frac{1}{2}$

In duabus prioribus Columnis exhibentur Obliquitates radiorum ad Superficiem Aquæ; hoc eft, Anguli ipforum Incidentiæ & Refractionis. Ubi pono Sinus qui metiuntur iftam Incidentiam & Refractionem, effe in numeris integris ut 3 ad 4; quanquam veri quidem fimile eft, Vim Refringentem Aquæ, poffe admixto Sapone effe nonnihil immutatam. In tertia Columna, bullæ Craffitudo, qua quivis unus color in diverfis illis obliquitatibus exhibeatur, exprimitur talibus Partibus, quarum decem tum conftituant craffitudinem ifti colori exhibendo aptam, cum radii incidant ad perpendiculum.

Obfervavi aliquando, Colores, qui oriuntur in Chalybe polito, cum is calefiat; vel in Ære Campano, aliifve Metallis, cum liquefiant & in Terram effufa fint, ut in aperto Aere refrigefcant; mutatos fuiffe nonnihil, ficuti Colores Bullarum Aquæ, quum in diverfis Obliquitatibus infpicerentur; Et fpeciatim cæruleum faturum, feu violaceum, cum valde ex obliquo infpectus effet, convertiffe fe in colorem rubeum faturum. Verum enimvero horum Colorum Mutationes, multo funt minores quam Colorum Aqua exhibitorum. Etenim Scoria, five pars Metalli vitrificata, quam pleraq; Metalla calefacta vel

vel liquefacta protrudunt perpetuo & in Superficiem suam emittunt; quæq; Metallum in modum tenuis cuticulæ vitreæ obtegendo, colores hosce efficit; multo utiq; densior est, quam Aqua: Invenio autem Colorum Mutationem eam, quæ fiat Obliquatione Oculi, in omni tenui corpore, ut cujusq; materia densissima est, ita minimam esse.

OBS. XX.

Quemadmodum in *Nona Observatione* Lamella Aerea, ita hic Bulla Aquæ; quem Colorem Reflexione Luminis exhiberet, ejus semper contrarium exhibebat Luminis Transmissu. Exempli gratia: Quum Bulla *Inspecta*, Luminis Nubium Reflexu, rubea ab extremo sui circuitu videretur; nubes eodem tempore, vel statim post, per Bullam *Transpectæ*, colorem cæruleum in eodem ejus circuitu exhibebant: Et e contrario; quum Bulla Reflexo Lumine cærulea videretur, videbatur rubea Transmisso.

OBS. XXI.

Cum Lapidis Specularis lamellas pertenues, quarum utiq; Tenuitas tanta erat ut eæ Colores similes ac Bulla aquæ exhiberent, madefecissem; colores ipsarum debiliores continuo languidioresq; evadebant; maxime si lamellas ea sui facie, quæ esset aversa ab Oculo, madefacerem: Atqui Gradus solummodo, non utiq; Genus Colorum, quod quidem ego discernere potuerim, immutabatur: Itaq; id, qua Crassitudine ad certum quemvis colorem producendum debeat esse Lamella, solummodo ex sua lamellæ ipsius densitate, non item ex densitate Medii circumjacentis, pendet. Atq; hinc, ope *Observationum decimæ ac decimæ sextæ*, inveniri poterit quanta Crassitudine sint Bullæ Aquæ, vel Lamellæ Lapidis Specularis, vel alia quævis Corpora, ea sui parte, qua certum quemvis colorem exhibent.

OBS. XXII.

Tenue Corpus pellucidum, quod sit densius Medio sibi circumjecto, Colores clariores floridioresq; exhibet, quam id quod Medio sibi circumjecto fuerit simili proportione rarius. Id quod in Aere & Vitro speciatim observavi. Etenim cum Vitrum in Lychno fornaceo ad summam usq; tenuitatem inflando tetendissem, Lamellæ istæ vitreæ Aere circundatæ exhibebant Colores multo utiq; floridiores, quam quos Lamellæ Aereæ binis Vitris interjectæ exhibuerant.

OBS. XXIII.

Cum in id inquirerem, quantum Luminis ex singulis Annulis reflecteretur; observabam reflecti id copiosissime ex Annulis primis sive intimis, in exterioribus autem gradatim minui atq; desinere. Item Albitudinem primi Annuli clariorem esse, quam earum Medii tenuioris partium, quæ extra ultimos Annulos jacerent: Id quod manifesto cernere poteram, Inspiciendo, paulo majori interjecto intervallo, Annulos inter bina Vitra Objectiva exhibitos; vel conferendo inter se duas Aquæ Bullas interposito tali temporis spatio conflatas, ut simul in altera earum conspiceretur Albor iste qui Colores omnes sequeretur, in altera iste qui omnes præcederet.

OBS. XXIV.

Cum Vitrorum Objectivorum alterum alteri superpositum esset, ita ut Annuli Colorum apparerent; quamvis nudo Oculo non amplius octo aut novem Annulorum istorum discernere potuerim, tamen per Prisma Inspicienti longe major eorum numerus mihi visus fuit; adeo ut jam amplius quadraginta numerare potuerim, præter alios permultos adeo exiguos atq; densatos, ut oculorum acies eos distincte cernere ac numerare haud potuerit; verum ex spatio quod occupabant, eos nonnunquam plus centum

centum esse æstimavi: Atq; equidem credo, Experimentum hocce prosequendo, longe adhuc plures posse aliquando discerni: Videntur enim reapse esse innumeri, quamvis eatenus tantum sub aspectum veniant, quatenus Prismatis Refractione separari queant; uti infra uberius explicabitur.

Verum enimvero ea Prismatis Refractione, una tantum horum Annulorum pars, illa videlicet versus quam Refractio ea fieret, distinctior erat facta. Utiq; altera eorum pars confusior erat facta, quam quum nudo Oculo inspicerentur; Adeo ut ista in parte, haud amplius unum aut duos & interdum nullos discernere potuerim Annulorum illorum, quorum octo aut novem ipsos etiam nudo Oculo discernere potueram. Item Segmenta eorum sive Arcus, illa ipsa in parte ubi adeo numerosi videbantur, plerunq; haud excedebant magnitudine tertiam partem Circuli. Porro, si Refractio valde esset magna, vel Prisma a Vitris Objectivis longius remotum; jam vero etiam horum ipsorum Arcuum partes mediæ, erant itidem factæ confusæ; adeo ut istæ mediæ ipsorum partes evanuerint, in Albitudinem plane abeuntes; interea dum Extremitates ipsorum utræque, itemq; Arcus ii, qui longius abessent a Centro, Toti, distinctiores *Fig.* 5.
quam antea apparerent; ea nimirum specie, quam in Quinto Schemate expressam vides.

Arcus hi, quo in loco distinctissimi videbantur, erant solummodo albi & nigri alternis, sine ullo alio colore intermixto. Verum aliis in locis apparebant Colores: quorum utiq; Ordo Refractione Prismatis ita erat inversus, ut si Prisma primo proxime Vitra Objectiva manu tenerem, deinde autem id paulatim ad Oculum versus retraherem; colores secundi, tertii, quarti, & sequentium Annulorum, contraherent se proinde gradatim ad

Albitudinem inter Annulos emergentem, usquedum in eam abeuntes penitus evanescerent a *media quidem parte* Arcuum; & deinceps ordine contrario, iterum inde emergerent: At ab *extremitatibus* Arcuum, Colores ordinem suum servabant nihil immutatum.

Nonnunquam Vitrorum Objectivorum alterum alteri ita superposui, ut ea nudo Oculo consimilem usquequaq; exhibuerint Albitudinem, sine ullo vel minimo Annulorum coloratorum indicio; & tamen in eisdem per Prisma inspectis, ingens Annulorum istorum visa fuerit multitudo. Similiter, Laminæ Lapidis Specularis, & Bullæ Vitreæ in Lychno fornaceo conflatæ, quæ minus tenues fuerunt quam ut in eis ulli colores nudo Oculo cerni possent; tamen per Prisma inspectæ, ingentem exhibuerunt Colorum hic illic sine ullo ordine undatim dispositorum varietatem. Deniq; simili quoq; ratione, Bullæ Aquæ, antequam nudo Spectatoris Oculo colores exhibere cæperint; per Prisma tamen inspectæ, Annulis permultis & sibi invicem & horizonti parallelis cinctæ fuerunt visæ: Ad quem quidem effectum obtinendum, oportuit utiq; ut & Prisma horizonti parallelum, vel prope parallelum, teneretur; & ita insuper esset positum, ut Radiorum Refractio fieret sursum versus.

OPTI-

Fig. 2.

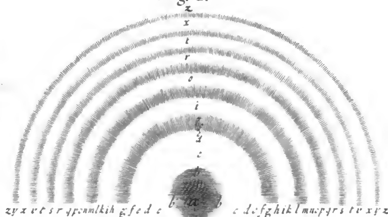


Fig. 3.

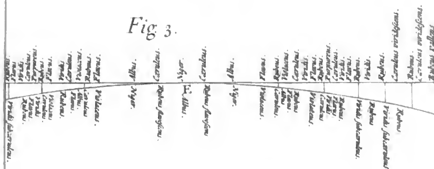
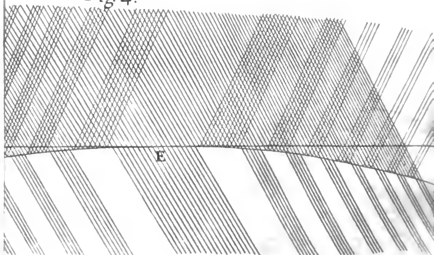


Fig. 4.



OPTICES
LIBER SECUNDUS.

PARS II.

Considerationes super præmissis Observationibus.

EXpositis quæ de Coloribus hisce Observaverim; conveniens erit, antequam Observationes istas ad Colorum Corporum naturalium Causas explicandas accommodem, ipsarum Observationum eas, quæ sint magis Compositæ, per Simpliciores, quales sunt 2da, 3^{tia}, 4ta, 9na, 12ma, 18va, 20ma, & 24ta, prius explanare. Primo igitur, ut inveniatur quomodo Colores in 4ta & 18va *Observationibus* producti fuerint; sumantur in quavis linea recta a puncto Y longitudines Y A, Y B, Y C, Y D, Y E, Y F, Y G, Y H, ea proportione inter se, quam habent inter se Radices Cubicæ Quadratorum, numerorum illorum, $\frac{1}{2}$, $\frac{9}{16}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{8}{9}$, 1, quibus repræsentantur Chordæ longitudines quæ sonent Notas omnes Musicas in Octava; hoc est, sumantur in proportione numerorum, 6300, 6814, 7114, 7631, 8255, 8855, 9243, 10000. Tum in punctis A, B, C, D, E, F, G, H, erigantur perpendiculares A α B β, &c. quorum Intervallis repræsentanda sit Colorum infra ex opposito adscriptorum amplitudo. Deniq; divide lineam A α ea proportione Fig. 6.

tione

tione, quam denotant numeri 1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11, &c, in punctis Divisionis adscripti; Perq; ista puncta Divisionis, duc a puncto Y lineas 1 I, 2 K, 3 L, 5 M, 6 N, 7 O, &c.

Jam si finges A 2 repræsentare Crassitudinem tenuis cujusvis corporis pellucidi eam, qua Color violaceus extremus copiosissime reflectitur in primo Annulo sive Serie Colorum; utiq; H K, *ex* 13^{tia} *Observatione*, repræsentabit ejusdem Crassitudinem eam, qua Color rubeus extremus copiosissime reflectitur in eadem Serie. Item, *ex Observationibus* 5ta & 16ta, A 6 & H N denotabunt Crassitudines eas, quibus iidem Colores extremi copiosissime reflectuntur in secunda Serie; & A 10 ac H Q, Crassitudines eas, quibus iidem copiosissime reflectuntur in tertia Serie; Et sic deinceps. Deniq; Crassitudinem qua quivis Colorum intermediorum copiosissime reflectitur, definiet, *ex Observatione* 14ta, distantia lineæ A H a linearum 2 K, 6 N, 10 Q, &c, partibus intermediis; quibus videlicet nomina Colorum istorum comparate, infra sunt ex opposito adscripta.

Porro autem, ut latitudinem quoq; horum Colorum in unoquoq; Annulo sive Serie definiamus; Repræsentet A 1 crassitudinem minimam, & A 3 maximam, qua color violaceus extremus in prima Serie reflectitur; item repræsententent H I & H L, similes terminos coloris rubei extremi; & colorum intermediorum terminos repræsentent similiter partes linearum 1 I & 3 L intermediæ, quibus videlicet nomina Colorum istorum infra sunt ex opposito adscripta: Et sic deinceps. Veruntamen hæc ita intelligi oportebit, ut Reflexiones semper fortissimæ esse ponantur in Spatiis mediis 2 K, 6 N, 10 Q, &c; indeq; gradatim ad limites istos 1 I, 3 L, 5 M, 7 O, &c, utroq; versus decrescere; in quibus porro limitibus non

existi-

existimandum est eas distinctis esse terminis definitas, sed deficere indefinite. Cumq; unam eandemq; latitudinem unicuiq; Seriei tribuerim; id eo factum intelligi velim, quia, tametsi Colores in prima Serie, propter fortiorem eo in loco Reflexionem, paulo latiores quam cæteri videantur, tamen ea inæqualitas adeo parva est adeoq; sub Sensum vix cadit, ut Observationibus haud fere possit determinari.

Jam, ex hac Descriptione; si concipies Radios, quibus diversi congeniti sint Colores, vicibus alternis *Reflecti* in Spatiis 1 I L 3, 5 M O 7, 9 P R 11, *&c*; & *Transmitti* in Spatiis A H I 1, 3 L M 5, 7 O P 9, *&c*; facile intelligere poteris, quemnam Colorem, data quavis Corporis tenuis pellucidi crassitudine, corpus id in aperto Aere exhibere debeat. Etenim si *Norma* applicetur parallela ad A H, eo intervallo interjecto, quo repræsentetur corporis pellucidi crassitudo; utiq; Spatia alterna 1 I L 3, 5 M O 7, *&c*, quæ illa secabit transversa, designabunt Colores Simplices Reflexos, ex quibus Color, quem ea corporis crassitudo exhibitura sit in aperto Aere, compositus erit. Exempli gratia; Si Viridis in tertia Colorum Serie, qualis sit, quæratur; appone Normam, ut vides, ad $\pi \rho \sigma \varphi$; Et quoniam illa transit per partem cærulei ad π, & flavi ad σ, æque ac per viridem ad ρ; utiq; concludere poteris, colorem viridem, quem corpus ea crassitudine exhibet, constare præcipue quidem ex Viridi Simplice, admixtis tamen aliqua portione Cæruleo & Flavo.

Porro, hoc pacto intelligere poteris, quemadmodum Colores a centro Annulorum extrorsum eo sibi ordine invicem succedere debeant, quem in 4ta & 18va *Observationibus* supra descripsimus. Etenim si Normam ab A H gradatim per intervalla omnia transferas: quum

per

per primum transierit spatium, quod denotat exiguam vel nullam Reflexionem a corporibus tenuissimis factam; perveniet ea primo ad 1, colorem violaceum; & statim post ad cæruleum & viridem, qui una cum violaceo illo conficiunt cæruleum; deinde autem perveniet ad flavum & rubeum, quorum quidem accessione cæruleus ille convertitur in Alborem; isq; Albor permanet, interea dum Normæ acies transit ab I ad 3; postea autem, deficientibus singulatim coloribus ex quibus compositus erat, convertit is sese primo in flavum compositum, deinde in rubeum, & postremo rubeus iste deficit ad L. Tum incipiunt Colores *secundæ Seriei*; qui itidem ex Ordine succedunt, interea dum Normæ acies transit ab 5 ad O; floridioresq; sunt quam priores, propterea quod magis dilatati sunt & separati; Quam etiam eandem ob causam, loco prioris Albitudinis, intervenit jam inter cæruleum & flavum mixtura aurei, flavi, viridis, cærulei atq; indici; ex quibus omnibus compositus oriri debet viridis nubilus ac dilutus. Similiter Colores *tertiæ Seriei* succedunt omnes ex ordine: primo violaceus; qui aliquantum intermiscetur rubeo secundi ordinis, eoq; accedit ad purpureum rubescentem: deinde cæruleus & viridis; qui aliis coloribus minus quam ante intermixti sunt, & proinde magis adhuc floridi evadunt, viridis præsertim: Postea succedit flavus; cujus pars aliqua propius viridem, distincta quidem est & bona; pars autem ea quæ spectat ad rubeum succedentem, sicut & ipse quoq; rubeus iste, intermiscetur violaceo & cæruleo *quartæ* deinceps *Seriei*; ex quibus proinde compositi oriuntur varii colores rubei, multum purpurascentes. Jam porro violaceo & cæruleo illis *quartæ Seriei*, qui Rubeum jam dictum subsequi deberent, commixtis cum eo in eoq; absconditis; proxime succedit Viridis: Isq; primo

mo quidem multum deſcendit ad cæruleum ; ſtatim autem poſt fit color viridis bonus ; utiq; ſolus ſimplex & floridus color in tota hac quarta Serie ; Nam ſimul primum ut ad flavum accedit, intermiſceri incipit coloribus *quintæ* deinceps *Seriei* ; quorum utiq; admixtione, ſuccedentes flavus & rubeus valde diluti evadunt ac nubili ; flavus præſertim, qui, cum ſit color debilior, vix ſcilicet exhibere ſe queat Senſu percipiendum. Poſthæc, diverſæ *Series*, earumq; Colores diverſi, magis magiſq; intermiſcentur invicem perpetuo ; donec poſt tres vel quatuor amplius Series, (in quibus rubeus & cæruleus dominantur alterne,) colores omnes omnibus in locis æqua fere portione commiſcentur inter ſe, & Albitudinem uſquequaq; ſui ſimilem conficiunt.

Quoniam autem, ex 15ta *Obſervatione*, Radii uno Colore Tranſmittuntur eodem in loco, ubi Radii alio Colore Reflectuntur ; utiq; Cauſa Colorum in 9na & 20ma Obſervationibus Lumine Tranſmiſſo exhibitorum, ſit itidem hinc manifeſta.

Quod ſi jam non modo Ordo & Species horum Colorum, verum etiam ipſa accurate craſſitudo lamellæ ſive corporis tenuis, qua parte id certum quemvis Colorem exhibet, quæ, & quotenarum Unciæ partium ſit, quæratur ; etiam hoc, per *Obſervationes* 6^{tam} & 16^{tam}, definiri poterit. Etenim, ex iſtis Obſervationibus, Craſſitudines lamellæ Aereæ inter bina Vitra interjacentis, qua parte ſex priores Annuli videbantur luminoſiſſimi, erant $\frac{1}{178000}$, $\frac{3}{178000}$, $\frac{5}{178000}$, $\frac{7}{178000}$, $\frac{9}{178000}$, $\frac{11}{178000}$, partes Unciæ. Jam ſi igitur Lumen in iſtis craſſitudinibus copioſiſſime reflexum, ſit flavum citrinum clarius, ſive confinium flavi ac aurei ; utiq; craſſitudines iſtæ, erunt $F\lambda$, $F\mu$, $F\nu$, $F\xi$, $F o$, $F\tau$. Quo quidem cognito ; facillime deinceps intelligi poterit, quamnam Aeris craſſitudinem repræ-

 ſentet

ſentet illa G ϱ, vel alia quævis diſtantia Normæ a linea A H.

Porro autem, quoniam, *ex* 10*ma* *Obſervatione*, Craſſitudo Aeris ad Craſſitudinem Aquæ, inter eadem Vitra eundem Colorem exhibentium, eſt ut 4 ad 3; item, *ex* 21*ma* *Obſervatione*, non, ſi mutetur Medium circumjectum, mutantur & Colores corporum ipſorum Tenuium; utiq; Craſſitudo Bullæ Aquæ, qua quivis Color exhibeatur, erit $\frac{3}{4}$ Craſſitudinis Aeris eundem colorem exhibentis. Similiter, *ex iiſdem* 10*ma* & 21*ma* *Obſervationibus*, Craſſitudo lamellæ Vitri, in quo Refractionem radiorum mediocriter refrangibilium metitur proportio Sinuum 31 & 20, poterit utiq; eſſe $\frac{20}{31}$ craſſitudinis lamellæ Aereæ, eundem Colorem exhibentium. Idemq; de aliis Mediis comparate intelligi poterit. Cæterum id hic obſervatum velim, non affirmare Me iſtam Proportionem, quæ eſt 20 ad 31, ſimilem eſſe in radiis univerſis. Habent enim Sinus aliorum radiorum, alias proportiones. At enim differentia iſtarum proportionum adeo parva eſt, ut ejus hic habere rationem non neceſſe exiſtimem. Hiſce igitur poſitis fundamentis, Tabulam ſequentem conſtruxi; in qua Craſſitudo Aeris, Aquæ, & Vitri ea qua quiſq; Color exhibetur clariſſimus & puriſſimus, exprimitur *Partibus* Unciæ in decies centies mille partes inter ſe æquales diviſæ.

Craſſi-

Crassitudo coloratarum lamellarum & particularum

		Aeris.	Aquæ.	Vitri.
Colores ipsarum primæ Seriei.	Nigerrimus	1/2	3/8	10/31
	Niger	1	3/4	20/31
	Nigrescens	2	1 1/2	1 2/7
	Cæruleus	2 2/5	1 4/5	1 11/20
	Albus	5 1/4	3 7/8	3 2/5
	Flavus	7 1/9	5 1/3	4 3/5
	Aureus	8	6	5 1/6
	Rubeus	9	6 3/4	5 4/5
Secundæ Seriei.	Violaceus	11 1/6	8 3/8	7 1/5
	Indicus	12 5/6	9 5/8	8 2/11
	Cæruleus	14	10 1/2	9
	Viridis	15 1/8	11 2/3	9 5/7
	Flavus	16 2/7	12 1/5	10 2/5
	Aureus	17 2/9	13	11 1/9
	Rubeus clarior	18 1/3	13 3/4	11 5/6
	Coccineus	19 2/3	14 3/4	12 2/3
Tertiæ Seriei.	Purpureus	21	15 3/4	13 11/20
	Indicus	22 1/10	16 4/7	14 1/4
	Cæruleus	23 2/5	17 11/20	15 1/10
	Viridis	25 1/5	18 9/10	16 1/4
	Flavus	27 1/7	20 1/3	17 1/2
	Rubeus	29	21 3/4	18 5/7
	Rubeus subcæruleus	32	24	20 2/3
Quartæ Seriei.	Viridis subcæruleus	34	25 1/2	22
	Viridis	35 2/7	26 1/2	22 3/4
	Viridis Flavescens	36	27	23 2/9
	Rubeus	40 1/3	30 1/4	26
Quintæ Seriei.	Cæruleus subviridis	46	34 1/2	29 2/3
	Rubeus	52 1/2	39 3/8	34
Sextæ Seriei.	Cæruleus subviridis	58 3/4	44	38
	Rubeus	65	48 3/4	42
Septimæ Seriei.	Cæruleus subviridis	71	53 1/4	45 4/5
	Albus rubescens	77	57 3/4	49 2/3

 Jam

Jam si hanc Tabulam conferes cum sexto Schemate; invenies ibi constitutionem cujusq; Coloris; videlicet, ex quibusnam Simplicibus coloribus Color quisq; compositus sit: indeq; judicare poteris, quantum perfectus sit quisq; eorum, vel imperfectus. Atq; hæc quidem sufficiant ad *Observationes* 4^{tam} *&* 18^{vam} explicandas; nisi forte id amplius postules, ut delineetur qua forma hi Colores inter bina Vitra Objectiva, quorum utiq; alterum alteri superpositum sit, appareant. Quod porro ut fiat; describatur amplus Circuli Arcus; item Linea recta, quæ istum Arcum Tangat; & parallelæ isti Tangenti plures lineæ occultæ, tantis ab Tangente interjectis intervallis, quanta denotant Numeri Coloribus singulis in Tabula ex adverso adscripti. Etenim Arcus iste, cum sua Tangente, repræsentabunt Vitrorum Superficies, quibus Aer interjacens terminetur; & loca, ubi Lineæ occultæ Arcum secent, ostendent quibusnam a Centro vel a Puncto Contactus interjectis intervallis, Color quisq; reflectatur.

Cæterum & alii adhuc sunt hujus Tabulæ Usus. Nam & ejus ope, Crassitudo Bullæ in 19na *Observatione* colligebatur ex Coloribus quos illa exhiberet. Similiter, Particularum corporum naturalium Magnitudo, quæ sit, ex coloribus ipsorum colligi poterit; uti infra ostendetur. Item, si duarum tenuium lamellarum altera alteri superponatur, vel adhuc plures ipsarum ita invicem committantur & coeant, ut ex omnibus una fiat lamella, quæ crassitudine par sit universis; utiq; ex hac Tabula colligi poterit, quisnam inde sit color oriturus. Exempli gratia: Observavit D. *Hookius* in *Micrographia* sua, Lapidis Specularis lamellam quæ esset colore flavo languido, superpositam lamellæ quæ esset colore cæruleo, confecisse colorem purpureum valde saturum. Utiq; flavus

primæ

primæ Seriei, eſt flavus languidus ; & craſſitudo lamellæ quæ iſtum colorem exhibet, eſt, *ex Tabula*, $4\frac{1}{3}$: Ad quam porro ſi addas 9, quæ eſt craſſitudo exhibens cæruleum in ſecunda Serie ; habebis jam $13\frac{1}{3}$, craſſitudinem quæ exhibet purpureum tertiæ Seriei.

Jam ut Explicemus deinceps *Obſervationum* $2^{dæ}$ *ac* $3^{tiæ}$ Phænomena ; videlicet, quemadmodum fiat ut Annuli colorati (convertendo Priſmata circa Axem ſuum communem, Motu jam contrario ac in iſtis Obſervationibus dictum eſt,) convertant ſe in Annulos albos & nigros, & deinde in Annulos iterum coloratos, coloribus ſingulorum Annulorum jam inde inverſo ordine diſpoſitis : recordandum eſt Annulos iſtos coloratos Dilatari, Obliquatione Radiorum ad Aerem inter Vitra interjacentem ; iſtamq; Dilatationem Annulorum, ſive productionem diametrorum ſuarum, evidentiſſimam & celerrimam (ſecundum *Tabulam* in 7ma *Obſervatione)* tum eſſe, cum Illi obliquiſſimi ſint. Hinc enim hujus rei cauſa facile intelligitur. Nempe Radii flavi, quoniam in prima Aeris illius inter Vitra interjacentis ſuperficie plus refringuntur quam rubei, fiunt utiq; eo pacto magis obliqui ad ſecundam ſuperficiem, a qua reflexi Annulos coloratos efficiunt ; & conſequenter Circulus flavus in unoquoq; Annulo, Magis dilatatus eſſe debet quam rubeus ; ejuſq; dilatatio Tanto eſſe major quam rubei, quanto major ſit Radiorum incidentium Obliquitas ; donec tandem circulus iſte flavus, æque ſit amplus factus ac rubeus in eodem Annulo. Similiter, reliqui Circuli, viridis, cæruleus, & violaceus, Dilatari itidem eo uſq; debebunt, majori adhuc Radiorum obliquitate ; ut & hi quoq; omnes tandem æqua propemodum amplitudine fiant, hoc eſt, æquo intervallo a Centro Annulorum diſtent, ac rubeus. Quo quidem in Caſu, Colores ejuſ-

dem

dem Annuli coire in unum necesse est universos; suaq; omnium permixtione inter se, Annulum Album exhibere. Qui porro Annuli Albi, Annulos nigros obscurosq; sibi interjectos habeant oportet; quia jam non expansi sunt utroque, & intermixti invicem, ut prius. Quam quoq; eandem ob causam, multo etiam distinctiores fieri debent, & insuper longe majori numero sub aspectum venire. Veruntamen color violaceus; quoniam, obliquissimus cum sit, aliquanto plus, pro Amplitudine sua, quam reliqui Colores, dilatatur; utiq; abesse vix poterit, quin in extremis Albi marginibus sese prodat.

Post hæc, quoniam adhuc majori Radiorum obliquitate, dilatatio violacei & cærulei adhuc magis exuperat dilatationem rubei & flavi, adeoq; violaceus ille & cæruleus adhuc longius a Centro Annulorum protenduntur; utiq; Colores jam deinceps ex Albo emergere debebunt ordine contrario, atq; ante dispositi erant; nempe violaceus ac cæruleus ab exteriore margine cujusq; Annuli, & rubeus ac flavus ab interiore. Violaceus autem, propter maximam Radiorum suorum obliquitatem; cum utiq; omnium maxime, pro Amplitudine sua, dilatetur; apparebit & primus in exteriori cujusq; Annuli albi margine, & maxime omnium conspicuus. Item diversæ Colorum Series, ad Annulos diversos pertinentes, incipient iterum, explicatu & expansu sui quaquaversum, intermisceri invicem; eoq; pacto efficient, ut Annuli & minus sint distincti, & minori iterum numero sub aspectum veniant.

Si, loco Prismatum, adhibeantur Vitra Objectiva; Annuli, quos illa exhibent, jam non evadent albi & distincti per obliquitatem Oculi; propterea quod Radii in Transitu suo per Aerem inter ista Vitra interjacentem, ferme

ferme paralleli ſunt Lineis in quibus in Vitra primo incidebant; & conſequenter Radii diverſis Coloribus, non ſunt ad Aerem iſtum alii aliis magis inclinati, quomodo in Priſmatibus quidem evenit.

Aliud adhuc horum Experimentorum Adjunctum eſt, conſideratu dignum; qui ſcilicet fiat, ut Annuli Albi ac Nigri, qui, quum interjecto paulo majori intervallo inſpiciantur, diſtincti apparent; iidem tamen, quum inſpiciantur propius, non modo confuſi appareant, verum etiam colorem violaceum in utriſq; Annuli cujuſq; Albi extremitatibus exhibeant. Hujus autem rei Cauſa hæc eſt: Radii, qui Oculum in diverſis partibus Pupillæ ingrediuntur, diverſas habent ad Vitra obliquitates; quiq; maxime obliqui ſunt, ii, ſi ſoli eſſent, Annulos majores, quam qui minus obliqui ſunt, repræſentaturi forent: Hinc Orbita Annuli cujuſq; Albi expanditur in Latitudinem extrorſum per radios maxime obliquos, introrſum autem per radios minime obliquos: Eaq; Expanſio tanto fit major, quanto major eſt radiorum obliquitatis differentia, hoc eſt, quanto Pupilla latior eſt, aut Oculus propius Vitra: Violaceus autem expandi debet omnium maxime; quia radii, qui Senſum eo colore afficiunt, maxime omnium obliqui ſunt ſecundæ ſive poſteriori Tenuis Aeris ſuperficiei, a qua reflectuntur; itemq; maximam habent obliquitatis ſuæ Variationem; quo fit ut iſte color, omnium citiſſime ex Albi marginibus emergat. Porro autem, prout latitudo cujuſq; Annuli hoc modo augetur, ita nigra ipſorum intervalla diminuantur neceſſe eſt, uſq; dum Annuli vicini fiant contigui inter ſe & commiſceantur invicem, primo exteriores, deinde & interiores propius Centrum; adeo ut tandem ſecerni & diſtingui haud queant amplius, ſed plane in Albitudinem ſui uſquequaq; conſimilem coiiſſe omnes videantur.

Inter

Inter omnes *Observationes* supra memoratas, nulla est quæ tam mira habeat Adjuncta, quam 24ª. Præcipue, quod certæ Tenues Lamellæ, quæ nudo Oculo Albitudine pellucida, æquabili, & sui usquequaq; simili, sine ullis omnino Umbrarum vestigiis, videntur; per Prisma tamen inspectæ, Annulos coloratos exhibeant; cum e contrario, Prismatis Refractione, corpora omnia ea solummodo sui parte apparere soleant coloribus distincta, ubi vel Umbris terminentur, vel partes habeant inæqualiter luminosas: Item, quod Annuli isti eo modo exhibiti, perquam distincti sint atq; albi; cum e contrario, Prismatis Refractione, corporum omnium Species confusæ ac coloratæ exhiberi soleant. Jam vero causam hujus rei, paullum modo si attendas, ita intelligere poteris: Nempe, Annuli isti omnes colorati, insunt revera in Lamella tum, cum ea nudo oculo inspiciatur; quamvis, propter nimiam Orbitarum suarum latitudinem, intermixti sint adeo & confusi inter se, ut Albitudinem sui usquequaq; consimilem conficere videantur: Quum autem Radii ad Oculum per Prisma transmittantur; tum Orbitæ diversorum Colorum, qui insunt in singulis Annulis, Refringuntur, pro sua cujusq; Refrangibilitate, aliæ magis, aliæ minus: Quo pacto Colores ex altera parte Annuli, (hoc est, ex altera parte Centri ipsius,) magis explicantur & dilatantur; ex altera autem parte, magis, quam antea, complicantur & contrahuntur: Et sicubi Colores apta justaq; Refractione eousq; contrahuntur, ut diversi Annuli angustiores jam fiant, quam ut invicem intermixti sint; utiq; Annuli isto in loco distincti apparere debent; & simul Albi, si nimirum Colores, ex quibus ii Compositi sunt, eousq; sint contracti, ut in unum plane coierint: Verum ex altera parte, ubi e contrario Orbita cujusq; Annuli, ulte-

ulteriori Explicatu Colorum suorum, adhuc latior est factus; utiq; is multo jam magis, quam antea, cum aliis Annulis commixtus esse debet; & proinde minus esse distinctus.

Quo autem hanc materiam adhuc uberius explicemus; finge Circulos concentricos A V & B X, repræsentare cujusvis Seriei colores rubeum ac violaceum, qui, una cum coloribus intermediis, unum quemvis horum Annulorum constituant. Jam quidem si hi circuli per Prisma inspiciantur; utiq; circulus violaceus B X, majori Refractione, transferetur longius e loco suo, quam rubeus A V; adeoq; ad rubeum istum propius accedet illa in parte, quam versus Refractiones fiunt. Exempli gratia: Si circulus rubeus transferatur ad *a v*, utiq; violaceus transferri poterit ad *b x*; adeo ut jam propius, quam ante, accedat ad rubeum in parte *x*: Siq; rubeus transferatur longius ad a v; utiq; violaceus itidem proportione, tanto ulterius transferri poterit ad b x, ut coeat jam plane cum rubeo in x: Siq; rubeus adhuc porro longius transferatur ad α ϒ; utiq; violaceus itidem, tanto etiam adhuc ulterius transferri poterit ad β ξ, ut jam plane prætervectus sit rubeum in ξ, coeat autem cum eo in *e* & *f*. Quod si hoc idem de aliis quoq; Coloribus intermediis, æque ac rubeo & violaceo; itemq; de omnibus colorum istorum Seriebus, dictum similiter intelligatur: facile jam percipies quemadmodum Colores unius ejusdemq; Ordinis sive Seriei, propinqui facti inter se ad *x v* & ϒ ξ, & coeuntes plane ad x v & *e* & *f*, debeant constituere Arcus Circulorum satis quidem distinctos, maxime ad x v vel ad *e* & *f*; ad *x v* autem, apparere separati; & ad x v Albitudinem mutua permixtione conficere; rursumq; apparere separati ad ϒ ξ; ordine autem contrario, quam quo ante apparuerant, & quam etiamnum apparent ultra *e* & *f*

Fig. 7.

e & *f*. Verum ex altera parte, ad *a b*, a b, vel *α β*, Colores isti multo etiam magis Confusi, quam antea, apparere debent; dilatati nimirum atq; diffusi usq; adeo, ut coloribus aliorum Ordinum intermisceantur. Similisq; porro Confusio erit Colorum ad ϒ ξ, inter *e* & *f*; si forte Refractio sit valde magna, vel Prisma a Vitris Objectivis valde remotum: Quo quidem in Casu nulla pars Annulorum sub aspectum veniet, præter duos exiguos Arcus ad *e* & *f*; qui porro eo majori intervallo inter se distabunt, quo Prisma a Vitris Objectivis adhuc longius removeatur: Hiq; exigui Arcus distinctiores & albiores esse debent a media sui parte; ab extremitatibus autem, ubi confusi esse incipiunt, insimul colorati esse debent: Item Colores in una extremitate cujusq; Arcus ordine contrario dispositi esse debent, atq; in altera; propterea quod in Albitudine intermedia decussantur: Nempe extremitates Arcuum eæ, quæ spectant ad ϒ ξ, erunt rubeæ ac flavæ illa sui parte, quæ sit propior a Centro; ex altera autem parte, cæruleæ ac violaceæ; Extremitates autem eæ, quæ in contrarium spectant, erunt e contrario cæruleæ ac violaceæ illa sui parte, quæ sit propior a Centro; ex altera autem parte, rubeæ ac flavæ.

Jam sicut Omnia quæ hactenus dicta sunt, ex Luminis Proprietatibus Mathematica Deductione consequuntur; ita Veritas ipsorum, Experimentis insuper manifesta fieri potest. Etenim si in Cubiculo tenebricoso inspiciantur per Prisma Annuli jam dicti, tum quum Reflexione diversorum Colorum Prismaticorum in Vitra Objectiva singulatim projectorum exhibeantur; quos nimirum Colores Prismaticos *Adsistens Aliquis* transferat huc illuc super Parietem vel Chartam e qua ad Vitra reflectantur, interea dum & Oculus Spectatoris & Prisma Oculo applicatum & Vitra ipsa Objectiva (sicuti in

13^{tia}

13tia *Observatione)* Immota maneant; utiq; Circuli, quos diversi illi Colores singulatim exhibebunt, tali inter se Positu reperientur collocati comparate, qualem in Schematibus *a b x v*, vel a b x v, vel α β ξ τ, descripsi. Atque eadem quidem ratione, aliarum quoq; Observationum Explicationes, quam veræ utiq; & certæ sint, probari & examinari possunt.

Porro, ex iis quæ dicta sunt, similia Aquæ quoq; & tenuium Vitri lamellarum Phænomena intelligi & explicari poterunt. Verum enimvero in parvis istiusmodi lamellarum fragmentis, illud insuper notatu dignum est; fragmenta ista, si super Mensam jacentia circumagantur circa Centra sua, interea dum per Prisma inspiciantur; fore utiq; ut in certis positionibus, Undatim videantur Coloribus distincta; atq; eorum alia quidem, Undas istas in una duntaxat vel duabus exhibeant positionibus; pleraq; autem illas omni in positu, idq; per totam fere sui faciem, exhibeant. Utiq; ea de causa, quod istiusmodi lamellarum Superficies non sint æquate planæ, sed multas habeant partes eminentes, multas lacunosas; qua quidem inæqualitate, utcunq; exigua, variatur tamen nonnihil Lamellæ crassitudo. Etenim in diversis lateribus lacunarum istarum, propter causas jam ante dictas, exhiberi debent Undæ in variis Prismatis positionibus. Et quamvis perexiguæ sint quidem & valde angustæ solummodi Vitri partes, quæ hujusmodi Undas plerunq; exhibeant; nihilo tamen minus Undæ hæ per totam protensæ Vitri faciem videri poterunt; propterea quod etiam ab angustissima istarum partium, colores sunt diversorum Ordinum, hoc est diversorum Annulorum, confuse reflexi; qui Prismatis deinceps Refractione explicati, separati, & quaquaversum pro sua cujusq; Refrangibilitate dispersi, exhibent

utiq; tot Undas diversas, quot erant diversi Colorum Ordines ab ista Vitri parte confuse reflexi.

Hæc sunt præcipua tenuium Lamellarum sive Bullarum Phænomena; quorum quidem Explicatio pendeat ex Luminis Proprietatibus supra expositis. Atq; hæc quidem Phænomena ex Proprietatibus istis consequuntur (ut vides) necessario, & conveniunt cum eis, etiam ad minutissimas usq; circumstantias; neq; id solum, verum etiam ad eas ipsas vicissim comprobandas conferunt permultum. Exempli gratia: ex 24ta *Observatione* apparet Radios diversorum Colorum, tam Lamellis tenuibus sive Bullis, quam Refractionibus Prismatis exhibitorum, suos habere singulos Refrangibilitatis gradus: quo quidem pacto Radii uniuscujusq; Ordinis, qui, quum a Lamella vel Bulla reflectuntur, intermixti sunt confuse radiis aliorum Ordinum; separentur ab eis deinceps Refractione, & consocientur inter se; adeo ut Ordinatim, tanquam totidem Arcus Circulorum, sub Aspectum veniant. Neq; enim ullo modo fieri posset, si utiq; Radii essent omnes ex æquo Refrangibiles, ut Albitudini isti, quæ nudo Oculo sui usquequaq; consimilis videtur, Refractione tamen partes suæ ita transponerentur, ut inde in Albos istos Nigrosq; Arcus Ordinatim digestæ apparerent.

Apparet etiam, ex iis quæ dicta sunt, inæquales radiorum dissimilium Refractiones, non oriri ex causis irregularibus, quæ Casu possint accidere; quales utiq; sunt Venulæ in Vitro interspersæ, inæqualis quædam Vitri facierum politura, vel fortuita occultorum Vitri meatuum positio; inæquales & fortuiti quidam Motus sive Agitationes Aeris vel Ætheris; diffusio, diffissio, aut divisio unius & ejusdem radii, in multas partes divergentes; aliæve similes causæ. Nam, positis quibusvis ejus-

ejuſmodi irregularitatibus, fieri tamen nullo modo poſſet ut Refractiones Annulos antedictos tam valde diſtinctos tamq; diſtinctis terminis definitos exhiberent, quam faciunt in 24ᵗᵃ *Obſervatione.* Neceſſe eſt igitur, ut unuſquiſq; radius proprium ac ſuum ſemper habeat ſibi congenitum Refrangibilitatis gradum; cui congruenter, Refractio ipſius ſemper accurate & regulariter efficiatur; itemq; diverſi radii, diverſos habeant Refrangibilitatis gradus.

Adhæc, quod de Radiorum Refrangibilitate dictum eſt, id de eorum Reflexibilitate quoq; ſimiliter dictum intelligi poterit; hoc eſt, de Diſpoſitione eorum illa, qua ita comparati ſunt, ut alii majore, alii minore tenuium Lamellarum ſive Bullarum craſſitudine Reflectantur; Nempe, illas itidem Diſpoſitiones congenitas eſſe radiis, & immutabiles: Id quod Apparet ex *Obſervationibus* 13ᵗⁱᵃ, 14ᵗᵃ, & 15ᵗᵃ, comparatis cum 4ᵗᵃ, & 18ᵛᵃ.

Ex præmiſſis Obſervationibus Apparet quoque, Albitudinem eſſe Mixturam heterogeneam Colorum univerſorum; Lucemq; eſſe Mixturam Radiorum coloribus iſtis omnibus præditorum. Nam ex eo, quam ingens viſa eſſet multitudo Annulorum coloratorum in *Obſervationibus* 3ᵗⁱᵃ, 12ᵐᵃ, & 24ᵗᵃ; liquet, quamvis in *Obſervationibus* 4ᵗᵃ & 18ᵛᵃ non amplius octo aut novem apparerent, tamen revera longe majorem eſſe ipſorum numerum, qui utiq; intermiſcentur invicem eouſque, ut poſt octonas aut novenas illas Series, plane diluti fiant deinceps permixtione ſui mutua inter ſe, & in Albitudinem abeant, ad Senſus quidem judicium, ſui uſquequaq; conſimilem. Quam proinde Albitudinem, Colorum eſſe omnium Mixturam fatearis neceſſe eſt; & Lumen, quo ea ad Oculum tranſmittitur, Mixturam eſſe radiorum coloribus iſtis omnibus præditorum.

Deni-

Denique, ex 24ta *Observatione*, Apparet, inter Colores & Refrangibilitatem, mutuum ac perpetuum esse Connexum atq; responsum; Nempe radios maxime refrangibiles, esse violaceos; radios minime refrangibiles, rubeos; radiosq; coloribus intermediis, intermediis esse comparate Refrangibilitatis gradibus. Item ex *Observationibus* 13^{tia,} 14^{ta,} & 15^{ta,} comparatis cum 4ta vel 18^{va,} Apparet inter Reflexibilitatem quoq; & Colores, similem esse Connexum atq; Responsum perpetuum; Nempe Colorem violaceum, iisdem positis cæteris omnibus Circumstantiis, Reflecti in minimis crassitudinibus cujusvis tenuis Lamellæ vel Bullæ; colorem rubeum, in maximis crassitudinibus; coloresq; intermedios, in intermediis comparate crassitudinibus. Ex quo efficitur, colorificas itidem radiorum qualitates, congenitas esse atq; immutabiles: Et consequenter Omnes omnium Colorum Species, quæ sint uspiam in Rerum Universitate, oriri utique, non ex physica ulla mutatione, quam Refractio aut Reflexio efficiat in Lumine; sed solummodo ex variis Mixturis aut Separationibus Radiorum, Refrangibilitate sua diversa vel Reflexibilitate effectis. Atq; hac quidem Ratione, Scientia Colorum fit Theoria tam vere Mathematica, quam alia ulla pars Optices: Eatenus videlicet, quatenus Colores ex Luminis ipsius natura pendeant, neq; oriantur immutenturve Imaginationis Vi, aut Oculorum percussu vel compressu.

OPTI-

Fig. 5.



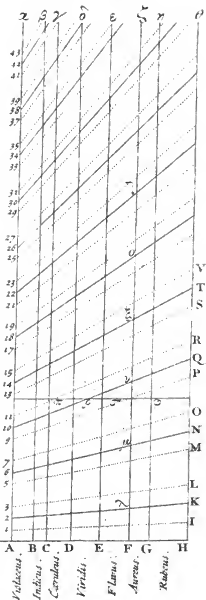
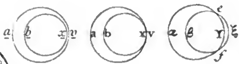


Fig. 6.

Fig. 7.



OPTICES
LIBER SECUNDUS.

PARS III.

De permanentibus Corporum Naturalium Coloribus; & Analogia quæ eſt inter eos Colores, & Colores tenuium Laminarum pellucidarum.

PErvenimus jam ad aliam Inſtituti noſtri partem; videlicet ut in id deinceps inquiramus, quæ ſit inter tenuium Laminarum pellucidarum & aliorum omnium Corporum Naturalium Phænomena, ſimilitudinis proportio. Ac de hiſce quidem Corporibus jam ſupra illud ſtatuimus; diverſis ea Coloribus ita apparere, prout radiis hos vel illos Colores ſibi congenitos habentibus, copioſius quam aliis omnibus Reflectendis, Natura apta ſint facta & conſtituta. Naturæ autem ipſorum Conſtitutio illa ac Ratio intima, qua nimirum ita ſunt comparata, ut Radios alios copioſius quam alios reflectant; ea demum quæ ſit, adhuc inquirendum reſtat: Hocq; in ſequentibus Propoſitionibus jam deinceps exponere conabor.

PROP.

PROP. I.

Eæ Corporum pellucidorum Superficies plurimum Luminis Reflectunt, quæ Vim Refringentem maximam habent; hoc est, quæ inter talia interjectæ sunt Media, quorum Densitates Refractivæ inter se maxime differunt. Et in confinibus Mediorum æqualiter Refringentium, nulla est Reflexio.

Quam magna sit inter Reflexionem & Refractionem Analogia, ex eo apparere poterit, quod, cum Lumen ex uno Medio transeat oblique in aliud, quod quidem radios Refringat a Perpendiculari; quo major est Mediorum istorum Densitatis Refractivæ Differentia, eo minor ad totalem Reflexionem faciendam postuletur Obliquitas. Etenim quam proportionem habent inter se Sinus, qui Refractionem metiuntur; eandem habet Sinus Incidentiæ is, ubi totalis incipit Reflexio, ad Semidiametrum Circuli: Et consequenter Angulus Incidentiæ is, ubi totalis incipit Reflexio, minimus tum est; cum Sinus, qui Refractionem metiuntur, differunt maxime inter se. Exempli gratia: In transitu Luminis ex Aqua in Aerem, ubi Refractionem metitur Ratio Sinuum 3 ad 4; utiq; totalis Reflexio tum incipit, cum Angulus Incidentiæ sit graduum 48, 35'. In transitu Luminis ex Vitro in Aerem, ubi Refractionem metitur Ratio Sinuum 20 ad 31; totalis Reflexio tum incipit, cum Angulus Incidentiæ sit graduum 40, 10'. Et similiter, in transitu Luminis e Crystallo, vel e Mediis adhuc magis Refringentibus, in Aerem; ad totalem faciendam Reflexionem, adhuc minor Obliquitas postulatur. Quæ itaq; Superficies maxime Refringunt; eæ citissime id omne Lumen, quod sibi incidat, Reflectunt; Et consequen-

quenter Vim Reflectentem maximam habere dicantur, necesse est.

Verum Propositionis hujusce Veritas adhuc amplius inde apparere poterit, quod in Superficie interjacente bina quævis Media pellucida, (qualia utiq; sunt Aer, Aqua, Oleum, Vitrum, Crystallus, Vitra Metallica, Vitra Islandica, Arsenicum album pellucidum, Adamantes, &c,) Reflexio semper fortior aut debilior sit pro eo, ac Superficies ista Vim Refringentem majorem minoremve habeat. Sic enim in Confinio Aeris & Salis-Gemmæ, fortior est Reflexio quam in Confinio Aeris & Aquæ; in Confinio Aeris & Vitri vel Crystalli, adhuc fortior; & in Confinio Aeris atq; Adamantis, adhuc usq; fortior. Siquod horum vel his similium corporum solidorum pellucidorum, in Aquam immersum sit; ejus Reflexio multo, quam ante, languidior fit; atq; etiam adhuc languidior, si id immersum sit in Oleum Vitrioli vel Spiritum Terebinthi rectificatum, utiq; Liquores adhuc fortius Refringentes. Si Aqua in binas partes Superficie quavis Imaginaria distinguatur; Reflexio in binarum istarum partium confinio, plane est nulla. In confinio Aquæ & Glaciei, Reflexio admodum exigua est; in Aquæ & Olei, aliquanto major; in Aquæ & Salis-Gemmæ, adhuc major; in Aquæ & Vitri aut Crystalli aliorumve corporum densiorum, etiam adhuc major; utiq; pro eo, quantum Media illa *Vi Refringente* inter se differant. Hinc in confinio Vitri & Crystalli, languida debet esse Reflexio; & in confinio Vitri communis ac Vitri Metallici, fortior: Quanquam hoc quidem nondum probavi Experiundo. At vero in confinio duorum Vitrorum Densitate inter se æqualium & parium, nulla est Reflexio, quæ quidem Sensu percipi queat; id quod in *prima* supra *Observatione* ostendimus: Idem au-

tem similiter intelligi debet de Superficie quæ interjaceat binas Crystallos, vel binos Liquores, vel bina quævis Corpora, in quorum utiq; confinio nulla fiat Refractio. Efficitur igitur in universum, ut Causa quamobrem Media pellucida Uniformia, (qualia sunt Aqua, Vitrum aut Crystallus,) nullam habeant Reflexionem, quæ quidem Sensu percipi possit, præterquam in externa sua superficie, ubi aliis Mediis Densitate a se differentibus adjacent, hæc sit nimirum; quod partes ipsorum contiguæ inter se, una eademq; sint omnes Densitate.

PROP. II.

Partes minimæ corporum naturalium fere omnium, sunt aliquo modo pellucidæ: Et Opacitas istorum corporum oritur ex multitudine Reflexionum, quæ in interioribus ipsorum partibus fiant.

Observatum fuit hoc antea ab aliis; & facillime concedetur ab iis, qui Microscopiis tractandis assueti fuerint. Porro autem probari etiam poterit amplius, apponendo quodlibet corpus ad foramen per quod aliquid Luminis in Cubiculum tenebricosum transmittatur. Etenim quantumvis opacum id corpus in Aperto Aere videatur, eo tamen pacto pellucidum videbitur manifesto; ita scilicet, si satis Tenue fuerit factum. Excipienda solummodo sunt corpora Metallica alba: quæ propter nimiam densitatem reflectere videntur fere id omne Lumen, quod in primam ipsorum superficiem incidat; nisi cum in Menstruis Dissolvendo, comminuta sint in particulas perquam exiguas; quo quidem in casu, & ipsa quoq; similiter evadunt pellucida.

PROP.

Quadr: Tab. I.

PROP. III.

Inter corporum opacorum & coloratorum partes, multa interjacent Spatia; vel vacua, vel Mediis, quæ Densitate ab istis partibus differant, repleta. Sic inter particulas, quibus Liquor quivis imbuitur & tingitur, interjacet Aqua; inter globulos Aquæ, ex quibus Nubes & Nebulæ consistunt, interjacet Aer; & inter corporum durorum partes, interjacent Spatia, vacua plerunq; tum Aeris tum Aquæ, fortasse tamen non omnis Materiæ vacua.

Hujusce Veritatem evincunt Propositiones duæ præcedentes. Nam, *per Prop.* 2^dam.^ multæ sunt Reflexiones in interioribus Corporum partibus factæ; Hoc autem, *per Prop.* 1^mam.^ non fieret, si utiq; partes ipsorum prorsus essent contiguæ, sine ullis interjectis istiusmodi intervallis; Etenim Omnes Reflexiones fiunt in Superficiebus, quæ interjectæ sint Mediis Densitate inter se differentibus, *per Prop.* 1^am.^

Sed præterea, hanc Interruptionem partium, præcipuam esse causam quamobrem Corpora sint Opaca, inde etiam apparere poterit, quod Corpora illa omnia Opaca statim pellucere tum incipiunt, cum forte occulti ipsorum meatus repleti sint Materia aliqua, quæ Partibus ipsis par sit vel fere par Densitate. Sic Charta, in Aquam vel Oleum intincta; Lapis, qui dicitur *Oculus Mundi*, in Aqua maceratus; Lintea, Oleo vel Vernigine illita; aliaq; permulta corpora in istiusmodi Liquoribus immersa, qui occultos ipsorum meatus intime pervadant; fiunt eo pacto magis, quam ante, pellucida. E contrario, Corpora ea, quæ sunt maxime pellucida, poterunt, vel occultorum suorum meatuum evacuatione, vel partium suarum separatione, satis Opaca evadere: Sic Sales, vel Charta madida, vel *Oculus Mundi* Lapis,

Dd 2 cum

cum ſint exiccata: Cornu, radulanum: Vitrum, cum in Pulverem redactum ſit, vel etiam rimas modo egerit: Reſina Terebinthina, Aquæ affuſa, & ſimul agitata, donec quadantenus commixta ſint: Deniq; Aqua ipſa, cum in multas bullulas tenſa ſit; idq; vel ſola in ſpeciem Spumæ; vel ſimul agitata cum Oleo Terebinthino, aliove aliquo Liquore commodo, quocum illa non commiſcebit ſe penitus: Opaca fiunt. Porro ad Opacitatem horum Corporum adhuc amplius adaugendam, confert nonnihil & illud: quod, *ex 23*tia *Obſervatione*, Reflexiones corporum pellucidorum admodum tenuium, multo ſunt fortiores, quam eorundem corporum paulo craſſiorum.

PROP. IV.

Quo Corpora Opaca eſſe queant, & Colorata; Partes ipſorum, itemq; earum Intervalla, debent non eſſe minora certæ ac definitæ magnitudinis.

Etenim Corpora omnium Opaciſſima, ſi Partes ipſorum in ſummam uſq; Tenuitatem comminuantur, (ut Metalla in Menſtruis acidis diſſoluta,) evadunt continuo plane perfecteq; pellucida. Item recordari poteris, in 8va *Obſervatione*, binas Vitrorum Objectivorum Superficies, ubi valde eſſent proquinquæ, quamvis non contingerent prorſus inter ſe, tamen nullam ibi Reflexionem feciſſe, quæ quidem Senſu percipi poſſet: Et, in 17ma *Obſervatione*, Reflexionem in Aquæ Bulla, qua parte ea tenuiſſima erat facta, vix Senſu, an eſſet omnino aliqua, percipi potuiſſe; adeo ut, defectu Luminis Reflexi, maculæ valde nigræ in Vertice Bullæ apparerent.

Atq; hiſce quidem Cauſis comperio Aquæ, Salis, Vitri, Lapidum, aliorumq; id genus corporum, tribuendam

dam esse pellucidatem. Multa enim me movent ut credam, corpora ea ita utiq; esse constituta, non ut pauciores interjectos habeant partibus suis meatus occultos, quam habent alia corpora; sed ut partes ipsorum, earumq; intervalla, minores sint scilicet quam quæ Reflexiones in communibus Superficiebus suis efficere queant.

PROP. V.

Pellucidæ Corporum partes, pro varia sua Crassitudine, Reflectunt radios uno Colore, & Transmittunt radios alio colore; eisdem de causis, ac tenues Lamellæ sive Bullæ Reflectunt vel Transmittunt radios istos comparate. Atq; huic quidem Causæ, Corporum omnium Colores omnes attribuendos existimo.

Etenim si cujusvis Materiæ Lamella tenuis, quæ, cum æquabili sit undiq; crassitudine, tota uno eodemq; sui usquequaq; consimili Colore videtur; fingatur deinceps vel in fila dissecari, vel in fragmenta disrumpi, quæ ejusdem sint omnia Crassitudinis, ac ipsa lamella: equidem nihil causæ video, quin unumquodq; filum sive fragmentum, suum usq; conservet Colorem; & consequenter ex istiusmodi filorum sive fragmentorum congestu, confiat Acervus Pulveris, qui sit totus eodem Colore, ac erat ipsa lamella ante confringendum. Jam vero Partes corporum omnium naturalium, sunt tanquam totidem fragmenta tenuis Lamellæ. Debent igitur hæ similiter eisdem de Causis, eosdem Colores exhibere.

Rem autem hanc revera ita se habere; apparere poterit ex mira Proprietatum Similitudine & Conjunctione, quæ Partibus corporum naturalium cum fragmentis tenuium lamellarum intercedit. Utiq; pulchre coloratæ

Avium

Avium quarundam, & præsertim Caudarum pavoniarum, Plumæ, una eademq; sui parte Colores varios exhibent, pro varia Oculi positione; Simili prorsus ratione, ac fecerunt tenues lamellæ in *Observationibus* 7ma & 19na: Et proinde Plumarum istarum Colores, oriuntur ex tenuitate partium suarum perlucentium; hoc est, ex tenuitate parvorum capillamentorum, quæ majoribus plumarum ramulis sive fibris lateralibus adnascuntur. Eodem spectat, quod Aranearum quarundam telæ, utiq; valde subtiles ac tenues, multicolores fuerint visæ; (uti Nonnulli Observarunt;) & fila colorata panni cujusdam bombycini, pro varia Oculi positione, varietate videantur versicolori. Porro, pannus bombycinus, & laneus, aliaq; id genus corpora, in quæ Aqua vel Oleum intime penetrare potest, colorem obscuriorem fuscioremq; trahunt, cum in Liquores istos immersa fuerint; rursum autem, simul ut exiccata sint, colorem suum clariorem recuperant; Utiq; eadem fere ratione, ac tenues lamellæ in *Observationibus* 10ma & 21ma. Adhæc, Bracteæ Auri, Vitra quædam picta, Infusio Ligni Nephritici, & alia corpora nonnulla, Colorem unum Reflectunt, alium Transmittunt; Similiter ac tenues Lamellæ in *Observationibus* 9na & 20ma. Deniq; Pulveribus quibusdam Coloratis, quibus utuntur Pictores, Colores sui multa atq; elaborata tritura immutari possunt nonnihil: Qua equidem in re, nihil plane causæ video, cui ea Colorum mutatio attribui queat, præterquam particularum comminutioni inter conterendum; eodem modo, ac color tenuis lamellæ, pro crassitudinis suæ variatione, immutatur. Quam sane eandem ob causam, Plantarum quoq; & Herbarum Flores colorati, pellucidiores plerunq; evadunt Contundendo; aut aliquo saltem modo Colores suos immutant. Nec minus eodem facit, quod ex

ex diverſorum Liquorum permixtione, certæ Colorum ſpecies permiros interdum ac notatu digniſſimos Ortus atq; Mutationes habeant; Quorum quidem Cauſa nulli rei veriſimilius & rationi congruentius attribui poteſt, quam quod Corpuſcula Salina, quæ inſunt in uno Liquore, *Agant* varie in Corpuſcula colorata alterius, vel coaleſcant cum illis; adeo ut illa inde adaugeantur vel extenuentur, (quo non modo Magnitudo, verum etiam Denſitas ipſorum immutari poteſt,) vel dividantur in Corpuſcula adhuc minora, (quo Liquor, qui fuerat coloratus, poterit pellucidus evadere,) vel conſocientur complura inter ſe, & in grumulos coaleſcant, (quo ex binis Liquoribus pellucidis, confieri poterit Liquor coloratus:) Etenim videmus quam facile Menſtrua ejuſmodi ſalina, penetrent & diſſolvant Corpora ad quæ applicentur; atq; etiam alia eorum id præcipitent, quod alia diſſolverint. Similiter, ſi varia Atmoſphæræ Phænomena conſiderabimus; obſervare poterimus Vapores, quum quidem primum ſuſcitantur, non impedire quominus pellucidus ſit Aer; comminutos quippe in particulas exiguiores, quam quarum Superficies ullam efficere poſſint Reflexionem: Verum quum ad Pluviæ guttas conſtituendas, coaleſcere demum & in globulos coire cæpti ſint magnitudinum omnium intermediarum; tum utiq; ex globulis iſtis ea Magnitudine factis, qua Colores alii Reflectantur, alii Tranſmittantur, poſſe confieri ſcilicet Nubes variis Coloribus, pro varia globulorum, ex quibus compoſitæ ſunt, Magnitudine. Nec equidem video in Aqua, tam pellucida videlicet, quid poſſit aliud ineſſe, cui horum Colorum cauſa poſſit cum ulla veri ſimilitudine attribui; præter varias fluidarum ipſius & globoſarum particularum Magnitudines.

PROP.

PROP. VI.

Corporum partes, ex quibus Colores ipsorum pendent; densiores sunt quam Medium, quod Intervalla earum permeat.

Apparet hoc ex eo, quod Color cujusvis Corporis pendet non modo ex illis radiis, qui ad perpendiculum in partes ejus incidant; verum ex illis etiam, qui aliis omnibus Angulis in easdem incidant. Nam ejusmodi quidem Color Reflexus; si utiq; corpus sive particula tenuis, rarior esset quam Medium circumjectum; quavis scilicet vel exigua Obliquitatis Mutatione, (secundum 7^am^ *Observationem*,) immutaretur & ipse: Adeo ut istiusmodi particula, in diversis Radiorum incidentium Obliquitatibus, Colores prorsus Omnes Reflexura foret, tanta sane varietate, ut Color oriturus demum unus ex omnibus illis, confuse nimirum ex Acervo istiusmodi particularum reflexis, deberet potius Albus aut leucophæus esse quam alius ullus Color, aut saltem valde imperfectus esse ac nubilus. Atqui e contrario; si corpus sive particula tenuis, multo densior sit quam Medium circumjectum; jam utiq; Colores (secundum 19^nam^ *Observationem*) adeo parum immutabuntur Variatione Obliquitatis, ut radii qui reflectuntur minus oblique, prævalere inter cæteros ac dominari queant in tantum, ut totum istiusmodi particularum Acervum suo Colore saturate infectum exhibere possint.

Porro, ad confirmandam hanc Propositionem confert nonnihil & illud; quod, ex 22da *Observatione*, Colores quos exhibet corpus tenue densius in rariori conclusum, floridiores sint quam quos exhibet rarius conclusum in densiori.

PROP.

PROP. VII.

Magnitudo Partium, ex quibus Corpora Naturalia constant; quæ sit, ex Coloribus ipsorum conjici potest.

Etenim cum Partes horum corporum, *per Prop.* 5, eosdem, (uti veri quidem simillimum est,) Colores exhibeant, ac Lamella pari crassitudine, modo eadem utræq; sint Densitate Refractiva; habeant autem hæ partes, uti multis quidem ex rebus facillime colligi videtur, Densitatem plerunq; fere eandem, ac Aqua aut Vitrum; utiq; Magnitudines ipsarum definiri poterunt ex Tabulis præmissis, in quibus, qua Crassitudine quemvis Colorem exhibeat Aqua aut Vitrum, expressum habes. Exempli gratia: Si quæratur quanta sit Diametro Particula cujusvis corporis, quæ, si Vitro par sit Densitate, reflectat Colorem viridem tertii Ordinis; ostendit numerus $16\frac{1}{4}$, esse eam $\frac{16\frac{1}{4}}{100000}$ partes Unciæ.

Tota hujus rei difficultas in eo fere posita est, cujusnam Ordinis censendus sit Corporis alicujus Color. Id autem ut inveniamus, recurrendum erit ad *Observationes* 4^{tam} & 18^{vam}; Unde colligi poterunt hæ, quæ sequuntur, conclusiones.

Colores *coccinei*, aliiq; *rubei*, item *aurei* & *flavi*, si puri sint & largi, erunt (uti vero quidem simillimum est) secundi Ordinis. Qui sunt primi & tertii Ordinis, poterunt etiam satis esse boni; Nisi quod flavus primi Ordinis, sit languidus; & aureus ac rubeus tertii Ordinis, permultum sibi admixtum habeant violacei ac cærulei.

Colores *virides* poterunt esse boni, quarti Ordinis; at qui tertii sunt Ordinis, erunt purissimi. Atq; hujus quidem Ordinis esse videtur color herbidus omnium Plantarum: partim, quia Colores ipsarum largi sunt ac saturi; partim quia ipsæ, cum marcescunt, convertunt se aliæ in Colorem flavum subviridem, aliæ in flavum

clariorem, vel aureum, vel etiam rubeum, intervenientibus nimirum Coloribus omnibus intermediis ante dictis. Quæ utiq; Mutationes effici videntur Exhalatione Succi; unde videlicet particulæ coloratæ, denfiores poterint effe factæ, atq; etiam auctæ nonnihil Accretione oleofarum atq; terreftrium partium fucci. Jam vero Color viridis Plantarum, fine dubio ejufdem eft Ordinis, ac Colores illi in quos ipfe fe immutat; quia mutationes eæ fiunt gradatim: Colores autem ifti, quamvis plerunq; non admodum faturi, faturiores tamen fæpe floridiorefq; funt, quam ut quarti poffint Ordinis effe.

Colores *cærulei* & *purpurei*, poterunt effe vel fecundi vel tertii Ordinis; at puriffimi qui funt, Ordinis erunt tertii. Exempli gratia: Color Violarum, ejus videtur effe Ordinis; quia illarum Syrupus, admixtione Liquorum acidorum, convertit fe in Colorem rubeum; urinoforum autem vel alkalizatorum, in viridem. Etenim, cum corporum Acidorum fit, diffolvere five extenuare; Alkalizatorum autem, præcipitare five incraffare; utique, fi color purpureus hujus Syrupi effet fecundi Ordinis, jam futurum effet ut Liquor acidus, extenuando particulas ejus coloratas, converteret eum in colorem rubeum primi Ordinis; alkalizatus autem, incraffando particulas ejus, converteret eum in colorem viridem fecundi Ordinis: At enim iftorum Ordinum Colores rubeus & viridis, præfertim viridis, minus perfecti effe videntur, quam funt Colores hifce Mutationibus producti. Jam vero igitur, fi Color ille purpureus ponatur tertii effe Ordinis; Mutatio ipfius in rubeum fecundi Ordinis, & viridem tertii, fatis commode poterit exiftimari.

Siquod reperiatur corpus Colore purpureo faturiori & minus rubefcente, quam Violarum; verifimillimum eft, ejus Colorem fecundi effe Ordinis. Veruntamen, quo-

quoniam nullum corpus eſt vulgo notum, cujus Color ſit perpetuo ſaturior, quam illarum; viſum eſt mihi Vocabulo a Violis deducto, ſignificare colores purpureos ſaturatiſſimos minimeq; omnium rubeſcentes, quamvis ii ſuper ipſarum Violarum colorem manifeſto excellant Puritate.

Color *cæruleus* primi Ordinis, quamvis languidus admodum & exiguus, poterit tamen in aliquibus fortaſſe Corporibus ſe exhibere; Nominatim, color cæruleus Ætheris, hujus Ordinis eſſe videtur. Etenim Vapores omnes, cum condenſari & in exiguas particulas coaleſcere incipiunt, ea primum fiunt magnitudine, qua iſtiuſmodi color cæruleus reflecti debeat; antequam ſe in Nubes, quæ ſint aliis Coloribus, induere poſſint: Ac proinde Color iſte, cum ſit primus quem Vapores reflectere incipiunt, debet utiq; Cæli eſſe color ſudi ac ſereniſſimi; in quo ſcilicet Vapores nondum eo excreverint craſſitudinis, ut colores alios reflectere queant: Id quod re comprobat Experientia.

Albor, ſi clariſſimus ſit ac luminoſiſſimus, primi erit Ordinis; ſi minus fortis & luminoſus, mixtura erit Colorum omnium Ordinum. Hujus poſterioris generis eſt Albitudo Spumæ, Chartæ, Linteorum, & plurimorum Corporum Alborum: Prioris eſſe generis exiſtimo Metalla Alba. Etenim cum Aurum, Metallorum omnium denſiſſimum, ſi in Bracteas ductum ſit, pelluceat; Metallaq; omnia, ſi in Menſtruis diſſoluta ſint vel Vitrificata, itidem pelluceant; Utiq; Opacitas Metallorum Alborum, non oritur ex Denſitate eorum ſola. Futurum omnino ſane eſſet, ut hæc Metalla, cum ſint Auro minus denſa, forent itidem magis pellucida; niſi ad ea Opacanda conſpiraret inſuper cum Denſitate ipſorum alia quædam Cauſa. Eam autem Cauſam exiſtimo eſſe

Ee 2 par-

particularum suarum Magnitudinem talem, qua illæ ad Alborem primi Ordinis reflectendum aptæ sint factæ. Etenim siquo forte pacto acciderit, ut illæ aliis factæ sint magnitudinibus; poterunt utiq; alios Colores reflectere: Id quod evincunt Colores, qui nonnunquam in candefacto Chalybe inter temperandum apparent, & nonnunquam etiam in Superficie Metallorum fusorum sese exhibent, nempe in Scoria sive Cuticula illa, quæ Metallis inter frigefaciendum adnascitur. Præterea autem, ut Albor primi Ordinis, fortissimus est qui corporum pellucidorum lamellis reflecti possit; ita fortior esse debet in densiori materia Metallorum, quam in rariori Aeris, Aquæ, & Vitri. Nec equidem quicquam video, quin corpuscula metallica ea crassitudine, qua Albori primi Ordinis reflectendo apta sint, possint utique, propter magnam suam Densitatem, (secundum proportionem *primæ Propositionis*,) Lumen id omne quod sibi inciderit reflectere, eoq; tam Opaca tamq; Splendentia fieri, ut Nihil possit supra. Utiq; Aurum ipsum, vel Cuprum; admixto Argento, vel Stanno, vel Regulo Antimonii, infra portionem dimidiam pondo; & *Amalgamatum*, ut loquuntur, cum Argenti vivi paululo; album fit: Ex quo apparet, & particulas Metallorum Alborum multo plus habere superficiei, adeoq; exiguiores esse, quam Auri vel Cupri; itemq; eas tam esse opacas, ut particulas Auri vel Cupri trans se interlucere non permittant. Jam quidem Colores Auri & Cupri, quin secundi sint Ordinis tertiive, dubitari haud potest: Fieri itaq; nequit, ut particulæ Metallorum Alborum multo sint majores, quam necessarium est quo eæ Alborem primi Ordinis reflectere possint. Ne multo sint majores, evincit quidem ipsa Argenti vivi Natura admodum Volatilis: Neq; vero, e contrario, multo mi-
nores

nores tamen esse debebunt; ne Opacitatem suam amittant; & vel pellucidæ fiant, ut quum Vitrificando aut in Menstruis Dissolvendo extenuatæ fuerint; vel Nigræ evadant, ut quum comminutæ fuerint, atterendo nimirum Argentum vel Stannum vel Plumbum aliis quibusvis corporibus ad lineas nigras inducendas. Utiq; Primus & Solus Color, quem Metalla Alba comminutione particularum suarum induunt, est Nigror: Ac proinde Albor ipsorum is esse debet, qui confinis est Maculæ Nigræ in Centro Annulorum coloratorum; hoc est, Albor primi Ordinis. Veruntamen si hinc colligere velis, quanta sit particularum metallicarum Magnitudo; habenda erit ratio Densitatis ipsarum. Etenim si Argentum vivum pellucidum esset; Densitas ejus tanta est, ut Sinus Incidentiæ in id, (quomodo Ego quidem calculum posui,) foret ad Sinum Refractionis suæ, ut 71 ad 20, vel 7 ad 2. Quamobrem particulæ ejus, quo Colores eosdem ac Aquæ Bullæ exhibere queant, debent esse minus crassæ quam cuticula istarum Bullarum, ea proportione quæ est 2 ad 7. Unde fieri sane potest, ut particulæ Argenti vivi prorsus tam sint exiguæ, quam particulæ Liquorum quorundam volatilium pellucidorum; & tamen Alborem primi Ordinis Reflectant.

Denique, ad *Nigrorem* exhibendum, particulæ adhuc minores esse debent omnibus illis, quæ Colores cujuscunq; modi exhibent. Nam particulæ omnes majusculæ, plus reflectunt Luminis, quam ut Nigræ possint videri. Verum si paululo minores esse ponantur, quam satis sit ad Reflectendum album & cæruleum languidum primi Ordinis; jam, ex *Observationibus* 4ta, 8va, 17ma, & 18va, reflectent tam pusillum Luminis, ut & valde Nigræ appareant, & tamen lumen varie refringant fortasse intra se usq; eo, donec id restinguatur penitus & intercidat;

quo

quo pacto ipsæ in omnibus Oculi positionibus Nigræ, sine ulla pelluciditate, videantur. Atq; hinc quidem intelligi potest qui fiat, ut Ignis, &, adhuc subtilior illa rerum Dissolutrix, Putredo, utiq; dividendo particulas corporum, nigra omnia efficiant; Item exiguæ admodum corporum nigrorum portiones, corpora alia, ad quæ applicentur, colore nigro facillime & copiose inficiant; minutissimis nimirum horum corporum particulis, quæ est ingens earum multitudo, facillime se in crassiores aliorum corporum particulas superinducentibus; Item Vitrum cum Arena super lamina cuprea enixius attritum, usquedum id perpolitum fiat; reddat & Arenam, & simul intertrimentum Vitri ac Cupri, valde Nigra; Item corpora nigra, in Lumine Solis, omnium facillime calefiant & comburantur, (qui quidem Effectus partim ex multitudine Refractionum in angusto Spatio factarum, partim ex faciliori particularum tam exiguarum commotione, oriri potest;) Et deniq; qui fiat, ut corpora nigra plerunq; ad colorem subcæruleum accedant aliquantum: (Id enim revera ita se habere, apparere poterit ex eo, quod Charta alba, illuminata Lumine a Corporibus Nigris reflexo, colore albo subcæruleo plerunq; videatur:) Hoc autem inde fit, quod Nigror confinis sit cæruleo obscuro primi Ordinis in *Observatione* 18va descripto; ac proinde plures Radios qui sint illo, quam alio ullo Colore, reflectat.

In hisce Descriptionibus, res singulatim & enucleatius expendere volui; propterea quod fieri forte poterit aliquando, (si non etiam nunc quadantenus id effectum sit,) ut Microscopia eo Perfectionis perducantur, ut discerni in illis queant particulæ Corporum eæ, ex quibus Colores ipsorum pendeant. Etenim si Microscopia vel jam sunt, vel posthac poterunt

runt esse eo Perfectionis perducta, ut corpora objecta satis distincte repræsentare queant quingentis vel sexcentis partibus majora, quam quanta nudis Oculis, intervallo Pedis unius objecta, apparere solent; equidem sperem futurum, ut grandiores particularum illarum, ex quibus Colores corporum pendent, discernere possimus. Quinimo si construi queat Microscopium, quod corpora objecta ad ter vel quater millies vero ampliora exhibeat; possint fortasse eæ omnes Oculis cerni particulæ, exceptis quæ Nigrorem efficiant. Interea nihil video ullius quidem momenti in hac Materia, quod in dubium juste vocari queat; nisi id forte dubitationem aliquam habere videatur, quod statuerim, Particulas pellucidas, quæ eadem crassitudine & densitate sint ac tenuis Lamella, exhibere utiq; & eosdem Colores. Jam vero hoc laxe quodammodo accipi velim; tum quia particulæ istæ possunt figuris esse irregularibus, multiq; radii oblique in eas incidant necesse est, adeoq; per eas breviori Trajectu, quam secundum Diametros ipsarum, transmitti debeant; tum quia Medii intra istiusmodi particulas undiq; *Anguste* contenti, Motus fortasse aliæve Qualitates, ex quibus Reflexio pendeat, Coarctatione illa immutari possunt nonnihil. Et tamen hanc posteriorem causam non equidem multum suspicari possum; cum observaverim parvas quasdam lamellas Lapidis Specularis, quæ æquabili essent crassitudine, per Microscopium inspectas, colorem eundem a marginibus & angulis suis, ubi inclusum Medium terminabatur, ac in aliis sui partibus exhibuisse. Verum, utcunq; id sit, permultum nobis ad dubitationem omnem tollendam conferet, si particulæ jam dictæ Microscopiis tandem discerni queant: Quod fieri si poterit aliquando, metuo equidem ut unquam Sensus Videndi possit inde ulterius penetrare: Videtur

detur enim fieri nullo modo posse, ut cernamus secretiora & nobiliora Opera Naturæ intra ipsas particulas; utiq; propter nimiam Pelluciditatem Lumen omne in interioribus sui partibus transmittentes.

P R O P. VIII.

Reflexionis causa, non attribuenda est Impactioni Luminis in Partes corporum solidas sive impervias; quomodo usq; antehac creditum fuit.

Apparebit hoc ex sequentibus Considerationibus. *Primo*, In Transmissu Luminis e Vitro in Aerem, Reflexio fit æque fortis, ac in Transmissu ejus ex Aere in Vitrum; imo vero, fortior aliquanto; multoq; etiam adhuc fortior, quam in Transmissu ejus e Vitro in Aquam. Jam quidem Aerem partes Lumini reflectendo plures, quam Aquam aut Vitrum, habere; id vero nullam habet Similitudinem Veri. Neq; tamen, si illud ipsum fingi utiq; posset, quicquam omnino inde porro conficeretur. Nam quum Aer omnis submotus sit a posteriore Vitri superficie, (puta in Machina Pneumatica a D. *Boyleo* inventa;) reflexio tamen fit æque fortis, vel etiam fortior aliquanto, quam antequam is submoveretur. *Secundo*, Si Lumen inter transeundum e Vitro in Aerem, incidat obliquius quam in Angulo graduum 40 vel 41, reflectitur id in totum; sin incidat minus oblique, transmittitur utiq; maximam partem. Jam quidem Animo & Cogitatione fingi non potest; lumen, uno quodam Obliquitatis gradu, satis quidem multos in Aere offendere posse Meatus, per quos id maximam plane partem Transmittatur; & tamen alio Obliquitatis gradu, prorsus in nil nisi partes solidas incurrere, quibus id totum Reflectatur: Præsertim cum in Transeundo quidem contra ex Aere in Vitrum, quantumvis oblique id incidat, inveniat tamen in Vitro satis multos meatus, per quos magna

na ex parte Tranſmittatur. Siquis porro hic illud ſibi fingere volet; lumen non utiq; ab Aere, ſed ab extremis Vitri partibus, in ipſa Superficie ejus ſitis, Reflecti; difficultas tamen eadem manebit: Præterquam quod ea Suppoſitio neq; Intellectu capi poteſt, atq; etiam plane Falſa eſſe inſuper apparebit, ſi Aqua modo, loco Aeris, poſt Vitrum aliqua in parte apponatur. Etenim eo pacto; quum idonea ſit facta obliquitas Radiorum, puta graduum 45 vel 46, qua nimirum ii Reflectantur omnes illo in loco, ubi Aer Vitro adjaceat; utiq; Tranſmittentur magnam quidem partem altero in loco, ubi Vitro adjaceat Aqua. Ex quo Apparet, Reflexionem vel Tranſmiſſum radiorum, non utiq; ex Impactione ipſorum in partes Vitri, ſed ex Conſtitutione Aeris & Aquæ poſt Vitrum jacentis, pendere. *Tertio*, ſi Colores, quos Radius Luminis per Priſma ad foramen in Cubiculo tenebricoſo poſitum trajectus exhibeat, incidant deinceps ſuo quiſq; ordine ſuper aliud Priſma majori interjecto intervallo ita collocatum, ut id eos omnes conſimili Obliquitate excipiat; utiq; ſecundi illius Priſmatis ad radios ſibi incidentes ea poterit eſſe facta Inclinatio, ut radii cærulei inde Reflectantur univerſi, & tamen rubei (eadem utiq; Obliquitate incidentes) ſatis copioſe Tranſmittantur. Jam, ſi Reflexio efficiatur Impactione radiorum in partes Aeris aut Vitri; id mihi exinde oſtendas velim, qui fiat ut, cum radii omnes una eademq; Obliquitate incidere ponantur; cærulei quidem ſe in partes iſtas impingant univerſi, adeoq; Omnes Reflectantur; & tamen Rubei eodem loci in ſatis multos meatus incurrant, quo tranſmittantur plurimi. *Quarto*, ubi duo Vitra ſe contingunt inter ſe; nulla fit Reflexio, quæ quidem Senſu percipi poſſit; uti in *prima Obſervatione* dictum eſt: Et tamen nihil cauſæ video, quominus radii impingere ſe

 debeant

debeant perinde in partes Vitri Vitro contiguas, ac contiguas Aeri. *Quinto*, cum Summitas Bullæ Aquæ, *(in 17ma Observatione,)* continua ſubſidentia & exhalatione Aquæ, valde tenuis erat facta; lumen perixiguum adeo, & ſub ſenſum vix cadens, inde reflectebatur, ut ea valde nigra appareret; quanquam eodem quidem tempore, in partibus circumcirca Maculæ iſti nigræ adjacentibus, ubi videlicet craſſior erat Aqua, Reflexio utiq; adeo fortis erat, ut Aquam valde Albam exhiberet: Neq; vero in minima ſolummodo craſſitudine, verum etiam in aliis permultis tenuium laminarum vel bullarum craſſitudinibus continua proportione excreſcentibus, abeſt omnis ſenſibilis Reflexio; Nam in *Obſervatione* 15ta radii uno eodemq; Colore, tranſmittebantur in una craſſitudine, & in alia reflectebantur, per innumerabiles vices alternas. Attamen in Superficie corporis tenuis, qua parte id unius cujuſvis ſit craſſitudinis, omnino nihilo pauciores ſunt partes in quas radii ſe impingant, quam qua parte id alia quavis ſit craſſitudine. *Sexto*, ſi Reflexio efficeretur Impactione radiorum in ipſas Partes corporum; utique nullo pacto fieri poſſet, ut tenues laminæ vel bullæ una eademq; ſui parte reflecterent radios uno colore, & tranſmitterent radios alio colore; quomodo faciunt in *Obſervationibus* 13^tia & 15ta. Neq; enim ullo modo concipi aut fingi poteſt, caſu & fortuito ita evenire poſſe, ut alio in loco Radii cærulei (exempli gratia) in ipſas corporis Partes ſe impingant, & rubei omnes incurrant in Meatus; alio autem in loco, ubi Corpus vel paulo craſſius vel paulo tenuius fuerit, jam e contrario Radii cærulei incurrant in Meatus ejus, rubei autem impingant ſe in ipſas Partes. *Denique*, ſi radii Luminis Reflecterentur Impingendo ſe in ſolidas corporum Partes; utiq; Reflexiones eorum a politis corporum Superficiebus, non poſ-

possent esse tam accuratæ tamq; ad certam normam directæ, quam reapse sunt. Etenim quum Vitrum Arena, vel Stanno Usto, vel Pulvere Samio politur; existimari utiq; non potest, corpora ea, perfricando & atterendo Vitrum, efficere posse ut minimæ ipsius particulæ accurate læves & perpolitæ fiant universæ; adeo ut Superficies earum omnes, vere sint planæ, aut vere Sphæricæ, eodemq; omnes spectent, unamq; omnes plane æquabilem constituant Superficiem. Quanto minores erunt particulæ Pulverum istorum; tanto minores quidem esse debebunt rasuræ, quibus ii Vitrum perpetuo interradent & atterent, usquedum id expolitum sit: Verum, quantumvis exiguæ illæ fuerint, non poterunt tamen Vitri faciem alia ulla ratione complanare & coæquare, quam deterendo id & deradendo, & partes ejus prominentes defricando; adeo ut perpolire Vitrum, nihil aliud sit nisi asperitatem ejus eatenus adradendo minuere & lævigare, quoad rasuræ in Superficie ipsius minutiores sint factæ, quam ut Oculis cerni queant. Quare, si Lumen Reflecteretur Impingendo se in solidas partes Vitri; utiq; dispergi deberet id quaquaversum a Vitro accuratissime perpolito, æque ac ab asperrimo. Manet itaque Quæstio illa, nondum plane expedita; qui fiat ut Vitrum Pulveribus adradentibus expolitum, tamen Lumen tam ad certam normam reflectat, quam revera facit. Atq; hæc quidem Quæstio non videtur aliter expediri posse, quam si dicamus radii cujusvis Reflexionem effici, non utiq; ab uno corporis reflectentis puncto, sed Vi aliqua per totam corporis Superficiem æquabiliter diffusa; qua nimirum id in Radium ita *Agat*, ut tamen illum non contingat immediate. Nam corporum Partes, interjecto licet aliquo intervallo, *Agere* tamen in radios Luminis; id vero deinceps ostendetur.

Jam autem, ſi Luminis Reflexionis cauſa, non utique Impactioni radiorum in ſolidas corporum Partes, ſed alii alicui rei tribuenda eſt; erit porro illud exinde veriſimillimum, qui radii Impingant ſe in ſolidas corporum Partes, utiq; non Reflecti eos, ſed reſtingui intra ipſa corpora & intercidere penitus. Alioqui enim duo nobis eſſent fingenda Reflexionis genera. Et vero, ſi reflecterentur radii, quotquot ſe in interiores Aquæ vel Cryſtalli pellucidæ Particulas impingant; forent ſane corpora iſta, non pellucida plane, ſed colore nubilo ac eluto. Porro, quo corpora videantur Nigra, neceſſe eſt ut permulti radii intercipiantur, reſtinguantur, & intra ipſa intercidant; Veri autem non videtur ſimile, radiorum ullos reſtingui & intercidere poſſe, niſi qui in ipſas corporum Partes ſeſe Impingant.

Atq; hinc quidem id inſuper intelligi poteſt; Corpora multo eſſe rariora, multoq; plures intra ſe Meatus habere, quam vulgo exiſtimatur. Utiq; Aqua 19 partibus levior eſt, & conſequenter 19 partibus rarior, quam Aurum: Aurum autem ipſum tam eſt rarum, ut & facillime nulloq; objecto impedimento Effluvia Magnetica per ſe tranſmittat, & Argentum vivum facile in Meatus ſuos recipiat, & ipſam etiam Aquam per ſe tranſmittat: Nam Globus ex Auro concavus, Aqua repletus, ac probe ferruminatus, & deinceps magna Vi compreſſus, Exudavit Aquam, (uti ex Teſte Oculato quidem Accepi,) & innumeris guttulis exiguis tanquam rorulentus undique Stillavit; tametſi Aurum ipſum interea nihil omnino rimæ egerit. Ex quibus omnibus efficitur, ut Aurum plures habeat Meatus, quam Partes ſolidas; & conſequenter Aqua amplius quadragies tot Meatus habeat, quam quot Partes ſolidas. Et quicunq; Hypotheſin aliquam excogitaverit, qua Aqua tam queat rara eſſe, nec

tamen

tamen ulla Vi comprimi possit; poterit is sane, ex eadem Hypothesi, Aurum & Aquam, aliaque omnia corpora, tanto adhuc rariora, quantum sibi ipsi libuerit, effingere. Adeo ut jam *Satis* admodum sit *Spatii* in Corporibus omnibus pellucidis, qua *Lumen* Transitum sibi per ea liberum atq; apertum reperiat.

PROP. IX.

Corpora Reflectunt & Refringunt Lumen una eademq; Vi, diverse in diversis Circumstantiis se exerente.

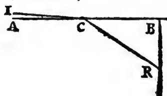
Apparet hoc permultis ex Rebus. *Primo*, Quia cum Lumen e Vitro in Aerem qua possit summa cum Obliquitate Transit; si jam deinceps paulo adhuc obliquius incidat, Reflectitur continuo in totum. Etenim Vitri Vis, postquam Refregerit Lumen quam potuerit Obliquissime; si id deinceps adhuc obliquius incidat, fortior exinde evadet, quam ut radiorum ullos transire permittat; & consequenter Reflectit eos ex toto. *Secundo*, Quia Lumen in tenuibus Vitri lamellis Reflectitur per multas vices & Transmittitur alternis, pro eo ac Crassitudo lamellæ in Progressione Arithmetica excrescat. Hic enim, utrum Vis qua Vitrum in Lumen *Agit*, efficiat ut id Reflectatur, an vero ut Transmittatur permittat; pendet utiq; ex Crassitudine Vitri. *Tertio* denique, Quia quæ corporum pellucidorum Superficies Vim Refringentem maximam habent, eæ itidem plurimum Luminis Reflectunt; quomodo in *Prima Propositione* ostensum est.

PROP.

PROP. X.

Si Lumen celerius sit in corporibus quam in Inani, ea proportione, quæ est Sinuum qui Corporum Refractionem metiuntur; erunt utiq; Vires Corporum ad Reflectendum & Refringendum Lumen, proportionales Corporum ipsorum Densitatibus quamproxime; Excepto quod Corpora Unctuosa & Sulphurosa, Refringant plus quam alia Corpora, quæ sint eadem Densitate.

Repræsentet A B, corporis cujusvis Superficiem planam Refringentem; & I C, radium incidentem ei in C



valde oblique; adeo ut Angulus A C I sit infinite parvus; Et esto C R Radius Refractus: Tum a dato puncto B, demitte lineam refringenti Superficiei perpendicularem B R, quæ Radio refracto C R occurrat in R. Jamq; si C R repræsentet Motum radii refracti; iste autem Motus distinguatur in binos Motus C B & B R, quorum quidem C B parallelus sit Plano refringenti, B R autem eidem perpendicularis; utiq; C B repræsentabit Motum Incidentis Radii, B R autem Motum Refractione generatum; sicuti exposuerunt nuperi de re Optica Scriptores.

Jam siquod Corpus, vel res quæcunque, interea dum movetur per Spatium datæ Latitudinis duobusq; Planis inter se parallelis utrinq; terminatum, urgeatur prorsum in omnibus partibus istius Spatii, Viribus directo versus

versus posterius Planum tendentibus; & antequam incideret in prius Planum, Motu vel nullo vel infinite parvo fuerit eo versus delatum: siq; Vires in omnibus partibus istius Spatii inter bina Plana jacentibus, sint, in æqualibus quidem intervallis ab istis Planis, æquales inter se; in inæqualibus autem intervallis, majores vel minores secundum quamlibet datam proportionem: utiq; Motus Viribus istis generatus in toto Transitu Corporis vel Rei antedictæ per id Spatium, erit in subduplicata proportione Virium; ut Mathematici facile quidem intelligent. Quamobrem si Spatium Activitatis refringentis Superficiei cujusvis Corporis, sit nimirum illud Spatium; debebit Motus Radii luminis, generatus Vi refringente corporis inter Transitum radii per id Spatium, hoc est Motus B R, esse in subduplicata proportione istius Vis refringentis. Erit itaq; Quadratum lineæ B R, & consequenter Vis refringens Corporis, ut Densitas ipsius Corporis quamproxime. Hoc autem apparebit ex sequenti Tabula: In qua Proportio Sinuum, qui diversorum corporum Refractiones metiuntur; Quadratum lineæ B R, posito quod C B sit 1; Densitates Corporum, ex Specifica ipsorum Gravitate æstimatæ; eorumq; Vis Refractiva, respectu Densitatum suarum; in diversis columnis descripta sunt.

Corpora

Corpora Refringentia.	*Proportio Sinuum Incidentiæ & Refractionis Luminis Flavi.*	*Quadratum lineæ* B R, *cui proportionalis est Vis Refringens Corporis.*	*Densitas & Specifica Gravitas Corporis.*	*Vis Refringens Corporis, Respectu Densitatis suæ.*
Pſeudo-Topazius, lapis naturalis, pellucidus, fragilis, hirſutus, & Coloris Flavi.	23 ad 14	1'699	4'27	3979
Aer	3851 ad 3850	0'00052	0'00125	4160
Vitrum Antimonii	17 ad 9	2'568	5'28	4864
Selenites	61 ad 41	1'213	2'252	5386
Vitrum commune	31 ad 20	1'4025	2'58	5436
Cryſtallus de rupe	25 ad 16	1'445	2'65	5450
Cryſtallus Iſlandica	5 ad 3	1'778	2'72	6536
Sal Gemmæ	17 ad 11	1'388	2'143	6477
Alumen	35 ad 24	1'1267	1'714	6570
Borax	22 ad 15	1'1511	1'714	6716
Nitrum	32 ad 21	1'345	1'9	7079
Vitriolum Dantzicum	303 ad 200	1'295	1'715	7551
Oleum Vitrioli	10 ad 7	1'041	1'7	6124
Aqua Pluvia	529 ad 396	0'7845	1.	7845
Gummi Arabicum	31 ad 21	1'179	1'375	8574
Spiritus Vini rectificatus	100 ad 73	0'8765	0'866	10121
Camphora	3 ad 2	1'25	0'996	12551
Olivum	22 ad 15	1'1511	0'913	12607
Oleum ex Lini Semine	40 ad 27	1'1948	0'932	12819
Spiritus reſinæ Terebinthinæ	25 ad 17	1'1626	0'874	13222
Electrum	14 ad 9	1'42	1'04	13654
Adamas	100 ad 41	4'949	3'4	14556

Refractio Aeris in hac Tabula, eſt Refractio Atmoſphæræ ab Aſtronomis obſervata. Nam ſi Lumen tranſeat per multa refringentia corpora, ſive Media, gradatim invicem denſiora, & Superficiebus inter ſe parallelis terminata; utiq; Summa omnium Refractionum, æqualis

æqualis erit uni Refractioni ei, quæ esset futura Luminis immediate e primo Medio in ultimum transeuntis. Hocque perinde verum erit; etiamsi corporum refringentium numerus adaugeatur infinite, eorumq; distantiæ inter se tantundem minuantur, adeo ut Lumen jam refringi fingatur in singulis Trajectus sui punctis, continuisq; illis Refractionibus in lineam plane curvam inflectatur. Quamobrem tota Refractio Luminis inter transeundum per Atmosphæram ab altissima & rarissima ejus parte ad usq; infimam & densissimam, æqualis esse debet Refractioni ei, quæ esset futura Luminis simili Obliquitate transeuntis immediate ex Inani in Aerem qui sit pari Densitate ac infima pars Atmosphæræ.

Jam quidem ex hac Tabula; si Refractiones *Pseudo-Topazii*, *Selenitis*, *Crystalli de rupe*, *Crystalli Islandicæ*, *Vitri communis*, (hoc est, *Arenæ colliquefactæ*,) & *Vitri Antimonii*, (quæ sunt Concreta terrestria, lapidea, Alcalizata;) atq; *Aeris*, (qui, ut probabile est, generatur Fermentatione ex istiusmodi Corporibus;) comparentur inter se: apparebit corpora ista, quamvis Densitate valde inter se differentia, tamen Vires habere Refractivas eadem fere proportione inter se, ac ipsas Densitates suas; (excepto quod Refractio miræ illius Substantiæ, *Crystalli Islandicæ*, paulo major sit quam reliquorum:) Et nominatim *Aerem*, qui est 3400 partibus rarior quam *Pseudo-Topazius*, & 4200 partibus rarior quam *Vitrum Antimonii*; non obstante tanta illa Raritate, Vim tamen Refractivam, pro ratione quidem Densitatis suæ, eandem plane habere, ac habent sibi duæ illæ valde Densæ Substantiæ; excepto quatenus eæ quidem duæ, differant inter se.

Rursum, si Refractiones *Camphoræ*, *Olivi*, *Olei ex Lini semine*, *Spiritus resinæ terebinthinæ*, & *Electri*, (quæ sunt Corpora pinguia, sulphurea, unctuosa;) atq;

Adamantis, (qui, ut probabile eſt, ſubſtantia eſt unctuoſa coagulata) comparentur itidem inter ſe: apparebit ſimiliter hæc quoq; corpora Vires habere Refractivas eadem fere proportione inter ſe, ac ipſas Denſitates ſuas; ſine ulla quidem variatione notatu digna. At vero Vires illæ Refractivæ Corporum horum Omnium Unctuoſorum, pro ſuæ quidem cujuſq; Denſitatis ratione, duplo vel triplo majores ſunt, quam Vires Refractivæ corporum antedictorum cum ſuis itidem ſingulorum Denſitatibus comparatæ.

Aqua Vim Refractivam intermediam quandam habet inter bina illa Subſtantiarum genera; &, ut veriſimile eſt, mediæ eſt inter utrumq; Naturæ. Nam ex ea quidem oritur Plantarum omnium Animaliumq; Materia; quæ conſtant tam ex partibus ſulphureis, pinguibus, & flammæ concipiendæ aptis, quam ex terreſtribus, macris, & Alcalizatis.

Sales & *Vitriola* Vires Refractivas intermedias habent, inter Corporum Terreſtrium & Aquæ; & proinde compoſita ſunt ex duabus iſtis Subſtantiis: Nam Spiritus ipſorum diſtillando utiq; & rectificando, abeunt magnam partem in Aquam; pars autem magna ſupereſt, ſpecie ac forma terræ ſiccæ & fixæ & ad Vitrificandum aptæ.

Spiritus Vini Vim Refractivam mediam habet inter eam quæ eſt Aquæ, & eam quæ eſt corporum Oleoſorum; Et proinde ex utriſq; videtur compoſitus, fermentatione utiq; in unum conjunctis; Aqua nimirum, ope Spirituum quorundam ſalinorum quibus imbuta eſt, Diſſolvente Oleum, idq; per iſtam Actionem Volatizante. Etenim *Spiritus Vini*, flammæ concipiendæ aptus fit per partes ſuas oleoſas; & diſtillatus ſæpe ex Sale Tartari, fit ſingulis diſtillationibus magis magiſq; aquoſus & Phleg-

matis

matis plenus. Et Chymici Observant, Herbas (ut Lavendulam, Rutam, Majoranam, &c,) distillatas *per se*, ante fermentandum dare utiq; Olea sine Spiritibus ardentibus; post fermentandum autem, Spiritus ardentes sine Oleis: Ex quo apparet, Oleum ipsarum converti utiq; in Spiritum Fermentatione. Praeterea comperiunt Chymici, si Olea Herbis fermentantibus affundantur parva portione, distillare utiq; ea post fermentandum, specie ac forma Spirituum.

Ita, ex Tabula praecedente, videntur Corpora Omnia Vires habere Refractivas eadem aut fere eadem proportione inter se, ac ipsas Densitates suas; Excepto quatenus particularum sulphurearum oleosarumq; abundantia vel defectu, Vis ea adaucta sit vel imminuta. Atq; hinc quidem rationi videtur consentaneum, ut Corporum omnium Vis Refractivae causam, particulis suis sulphureis maxima sane ex parte, si non etiam in totum, attribuamus. Veri enim simillimum est, inesse in omnibus corporibus partes sulphureas; in aliis quidem majori portione, in aliis minori. Ut autem Lumen Vitro Ustorio coactum, *Agit* fortissime in Corpora sulfurosa, quo ea in Ignem & Flammam convertantur; Sic, quando omnis quidem Actio est reciproca, Sulphura *Agere* debent fortissime itidem in radios Luminis. Nam Actionem quidem, quae est inter Lumen & Corpora, reciprocam esse, etiam vel hinc apparere poterit; quod, ut quodq; corpus densissimum est, radiosq; fortissime refringit & reflectit; ita ipsum in Sole aestivo, Actione Luminis refracti vel reflexi, itidem maxime calefiat.

Hactenus Vim Reflectendi & Refringendi, quae in Corporibus inest, exposui; ostendiq; tenues pellucidas lamellas, fibras, ac particulas, pro sua cujusq; crassitudine ac densitate, reflectere quidem radios diversorum

 gene-

generum, indeq; varios Colores exhibere; & consequenter, ad producendos omnes corporum naturalium colores, nihil utiq; aliud opus esse, nisi certas particularum suarum pellucentium magnitudines ac densitates. Verum Causa ac Ratio efficiens, qua istæ lamellæ, fibræ, sive particulæ, pro sua quidem cujusq; crassitudine ac densitate, reflectant eo pacto radios diversorum generum; ea demum quæ sit, nondum explicavi. Ut huic igitur rei deinceps explicandæ, & sequenti hujus Libri *Parti* intelligendæ, viam porro sternam; paucas amplius Propositiones sub finem hujus *Partis* hic apponam. Quæ hactenus propositæ fuerunt, erant de Corporum quidem Natura; quæ sequuntur deinceps, erunt de Natura Luminis: Nam Amborum quidem Naturam probe intellectam oportet, antequam Actiones ipsorum mutuæ, quibus utiq; ex causis pendeant, intelligi queant. Quoniam autem Propositio proxime antecedens, pendebat de Velocitate Luminis; congruum erit ut incipiamus jam deinceps a Propositione, quæ sit de eadem adhuc Luminis Proprietate.

P R O P. XI.

Lumen propagatur Spatio Temporis, a Corporibus Lucidis; impenditq; in Transitu suo de Sole in Terram, ad septem circiter vel octo Minuta.

Observavit hoc primus, *Romerus*; deinde & alii; ope Eclipsium Jovis Satellitum. Istæ enim Eclipses, quum Terra inter Solem & Jovem interposita sit, accidunt circiter septem vel octo Minutis *citius*, quam secundum Tabulas accidere debent; quum autem Terra sit ex adverso Jovi ultra Solem opposita, tum illæ circiter septem vel octo Minutis *tardius*, quam secundum Tabulas, accidunt: Ea videlicet de causa, quod Lumen Satellitum in posteriori casu, Spatium tota *Orbis*

bis

bis Magni diametro longius, quam in casu priori, emetiatur. Poterunt quidem aliquæ inæqualitates Temporis, ex Orbium istorum Satellitum Excentricitatibus oriri; At vero eæ non poterunt in omnibus Satellitibus, & in omnibus Temporibus, respondere Positioni & Distantiæ Telluris a Sole. Præterea, medii quidem Motus Satellitum Jovis, celeriores sunt inter Descensum ejus ab Aphelio suo ad Perihelium, quam inter Ascensum ejus in altera Orbis sui parte: Verum neq; hæc inæqualitas quicquam omnino conjuncta est cum Positione Terræ; ipsaq; insuper, in tribus interioribus quidem Satellitibus, minor est quam quæ Sensu percipi queat; uti, ex Gravitatis ipsorum Theoria, posito calculo, comperi.

PROP. XII.

Omnis Radius Luminis in Transmissu suo per quamlibet Superficiem Refringentem, nanciscitur Constitutionem quandam seu Dispositionem Transitoriam, quæ in Radii Progressu æqualibus revertitur intervallis, efficitq; ut is in singulis Dispositionis istius Accessibus, Transmittatur facilius per Superficiem Refringentem proxime deinceps objectam; in singulis autem ejusdem Intermissibus sive Intervallis, Reflectatur facilius ab ejusmodi Superficie.

Apparet hoc ex *Observationibus* 5ta, 9na, 12ma, & 15ta. Liquet enim ex istis Observationibus, Radios uniusejusdemq; generis, in tenuem quamlibet & pellucidam lamellam æqualibus plane Angulis Incidentes, Reflecti & Transmitti alternis per multas vices, prout crassitudo lamellæ adaucta sit in Progressione Arithmetica Numerorum 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, *&c*: Adeo ut, si prima Reflexio (qua nimirum Annulorum coloratorum ibi descriptorum primus sive intimus efficitur) fiat in crassitudine 1, futurum sit ut radii Transmittantur in Crassitudinibus

tudinibus 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, &c; eoq; pacto Maculam centralem Annulosq; lucidos per Transmissionem visos conforment; Reflectantur autem in crassitudinibus 1, 3, 5, 7, 9, 11, &c; eoq; pacto effingant Annulos per Reflexionem visos. Atq; hæc quidem alterna Reflexio ac Transmissio, quomodo ex 24^a quidem *Observatione* collegi, amplius centenas vices adimplent; imo, ex Observationibus in sequenti Parte hujus Libri describendis, vices suas alternant ad plura millia; propagatæ nimirum ab una Superficie Laminæ vitreæ ad alteram, quamvis crassitudo ejus sit amplius $\frac{1}{4}$ Unciæ: Adeo ut vices hæ alternæ, revera in omnem distantiam, sine fine aut limite, ab omni Superficie Refringente, propagari videantur.

Pendet hæc alterna Reflexio ac Refractio, ab utraq; superficie cujusq; tenuis lamellæ; Pendet enim ex distantia ipsarum inter se. Item in *Observatione* 21ma, si alterutra superficies tenuis lamellæ *Lapidis Specularis* madefiat; colores alterna Reflexione ac Refractione exhibiti, languescunt continuo; Ac proinde Reflexio illa & Refractio alterna, pendet ex ambabus Superficiebus.

Atq; hinc porro consequens est, effici eam in secunda Superficie. Si enim in prima Superficie efficeretur, antequam radii ad secundam pervenirent; utiq; non penderet ex secunda.

Adhæc, pendet quodam modo ex Actione vel Dispositione aliqua, propagata a prima Superficie ad secundam: Alioqui enim, jam in secunda Superficie, non penderet ex prima. Ea autem Actio sive Dispositio ita propagatur, ut æquis perpetuo intermittat & revertatur intervallis: Efficit enim in Omni Progressu suo, ut Radius, certa interjecta Distantia a prima superficie, Reflectatur ex secunda; alia autem interjecta Distantia, Transmittatur; idq; æqualibus intervallis & per innumeras

meras vices. Denique, quoniam hæc Dispositio Radii ita est comparata, ut is Reflectatur in distantiis 1, 3, 5, 7, 9, &c; Transmittatur autem in distantiis 0, 2, 4, 6, 8, 10, &c; (Nam ejus Transmissio per primam Superficiem, fit in distantia 0; & Transmittitur is per Ambas quidem simul, si illarum distantia inter se sit infinite parva, vel etiam multo minor quam 1:) ideo Dispositio ea, qua fit ut radius Transmittatur in distantiis 2, 4, 6, 8, 10 &c; existimanda est *Reversio Ejusdem Dispositionis*, quam habebat is initio in distantia 0, hoc est, cum Transmitteretur per primam Superficiem Refringentem. Quæ quidem Omnia, id efficiunt, quod erat mihi comprobandum.

Actio autem hæc sive Dispositio, Qualis tandem sit; Utrum consistat in Motu quodam circulatorio, an vibratorio, Radii ipsius, vel etiam Medii; an plane alia aliqua ex causa pendeat; in id vero Ego hic non inquiro. Qui hoc in animum suum inducere non possunt, ut quicquam novi aut recens inventi Accipiant, quod nequeant continuo Hypothesi aliqua explicare; his in præsentia illud quidem sibi fingere licebit: Ut Lapides in Aquam incidentes, excitant in Aqua Motum quendam Undulantem; & corpora omnia percussu suo Vibrationes cient in Aere: Ita Radios Luminis, Impingendo se in Superficiem quamlibet Refringentem vel Reflectentem, excitare scilicet Vibrationes quasdam in Medio sive Substantia refringente vel reflectente; easq; excitando, agitare utiq; partes solidas Corporis refringentis vel reflectentis; eoq; pacto efficere, ut Corpus id quodammodo incalescat; Porro, Vibrationes hoc modo excitatas, propagari inde in Medio sive Substantia refringente vel reflectente, eodem fere modo ac Vibrationes ad efficiendum Sonum propagantur in Aere; moveriq; eas velocius utiq;

utiq; quam ipsos Radios, adeo ut illos antevertant; Cumque Radius aliquis sit in ea videlicet Vibrationis parte, quæ cum Motu suo conspiret; tum eum per Superficiem Refringentem facile Transmitti; Cum autem sit in contraria Vibrationis parte, quæ scilicet Motui suo obsistat; tum eum facile Reflecti; Et consequenter Radium unumquemq; ita esse comparatum, ut, Vibrationibus singulis eum prævertentibus, Reflectatur is facilius, vel facilius Transmittatur, vicibus alternis. Verum, utrum hæc Hypothesis vera sit necne; in id, inquam, Ego hic non inquiro. Satis habebo, illud ipsum jam invenisse; utiq; Luminis Radios ita esse comparatos, ut aliqua ex causa Alternatim Reflectantur facilius, & facilius Refringantur, per multas vices.

DEFINITIO.

Accessus sive Reversiones Dispositionis istius, qua fit ut quilibet Radius facilius Reflectatur, appello ejus Vices facilioris Reflexionis: *Reversiones autem Dispositionis istius, qua fit ut idem facilius Transmittatur, appello ejus* Vices facilioris Transmissus: *Et Spatium quod inter singulas ejusdem Vicis Reversiones intercedit, appello* Intervallum Vicium.

PROP. XIII.

Causa, quamobrem Superficies Corporum omnium crassorum pellucentium, Luminis sibi Incidentis partim Reflectant, partim Refringant, hæc est; quod Radiorum alii, quo tempore Incidunt, sint in Vicibus facilioris Reflexionis; alii autem, in Vicibus facilioris Transmissus.

Colligi

Colligi poteſt hoc ex 24ta *Obſervatione*; ubi Lumen tenuibus Aeris & Vitri laminis reflexum, quod nudo Oculo æquabiliter in totis laminis album fuerat viſum, in eiſdem tamen per Priſma inſpectis Undulatum videbatur, & in permultos Lucis ac Tenebrarum Ordines pro alternis facilioris Reflexionis & facilioris Tranſmiſſus vicibus digeſtum: Priſmate nimirum ſeparante & diſtinguente Undas, ex quibus compoſitum erat id album reflexum Lumen; quomodo ſupra eſt explicatum.

Atq; hinc quidem ſequitur, Lumen, etiam antequam in Corpora pellucida incidat, Vices ſuas habere facilioris Reflexionis & facilioris Tranſmiſſus. Utiq; veriſimillimum eſt, id Vices iſtas tum nanciſci, cum e corporibus lucidis primum emittitur; illaſq; per totum ſuum Progreſſum uſq; retinere. Sunt enim hæ Vices Natura ſua durabiles; uti ex ſequenti parte hujus Libri amplius apparebit.

In hac Propoſitione, pono Corpora pellucida eſſe Craſſa: Quoniam ſi Craſſitudo Corporis multo ſit minor, quam eſt Intervallum Vicium facilioris Reflexionis & facilioris Tranſmiſſus radiorum; amittit id corpus Vim ſuam Reflectentem. Si enim radii, qui cum in aliquod Corpus ingrediuntur, ſubeunt Vices ſuas facilioris Tranſmiſſus, perveniant ad poſteriorem Corporis iſtius Superficiem antequam Vices iſtas deponant; utiq; Tranſmittantur oportebit. Atque ea quidem Cauſa eſt, quamobrem Bullæ Aquæ, quum valde tenues factæ ſint, Vim ſuam Reflectentem amittant; & corpora omnia Opaca, quum in partes valde exiguas ſint comminuta, pellucida evadant.

PROP. XIV.

Quæ Corporum pellucentium Superficies, Radium qui ſit in Vice facilioris Refractionis, Refringunt fortiſſime;

ex eundem, si sit in Vice facilioris Reflexionis, Reflectunt facillime.

Etenim Ostendimus supra, (in *Prop.* 8,) Causam Reflexionis non utiq; Impactionem esse Luminis in partes Corporum solidas & impervias, sed aliam aliquam Vim qua istæ partes solidæ *Agunt* in Lumen interjecto aliquo intervallo: Ostendimus quoque, (in *Prop.* 9,) Corpora Reflectere & Refringere Lumen una eademq; Vi diverse in diversis Circumstantiis se exerente: Et, (in *Prop.* 1,) quæ Superficies Refringunt fortissime, eas plurimum itidem Luminis Reflectere. Quæ quidem Omnia conjuncta, & inter se collata, evincunt & comprobant cum hancce Propositionem, tum & præcedentem.

PROP. XV.

In Radiis cujusvis unius & ejusdem generis, emergentibus in quovis Angulo e quavis Refringente Superficie in quodvis unum idemq; Medium; Intervalla sequentium Vicium facilioris Reflexionis & facilioris Transmissus, sunt, vel accurate, vel quamproxime, ut Rectangulum Secantis Anguli Refractionis, & Secantis alius cujusdam Anguli, cujus Sinus videlicet sit prima ex 106 *Arithmeticis Mediis Proportionalibus inter Sinus Incidentiæ & Refractionis, incipiendo a Sinu Refractionis.*

Manifestum est hoc ex *septima Observatione.*

PROP. XVI.

In Radiis diversorum generum, emergentibus in æqualibus Angulis e quavis Refringente Superficie in unum idemq; Medium; Intervalla sequentium Vicium facilioris Reflexionis & facilioris Transmissus, sunt, vel accurate, vel quamproxime, ut Radices cubicæ Quadratorum Longitudinum Chordæ, quæ sonent Notas illas musicas in Octava, sol, la, fa, sol, la, mi, fa, sol, *una cum gradibus suis omnibus intermediis, ad Colores Radiorum illorum respondentibus,*

tibus, ſecundum eam ſimilitudinem Proportionum, quam in ſeptimo Experimento ſecundæ Partis primi Libri expoſuimus.

Manifeſtum eſt hoc, ex *Obſervationibus* 13^tia & 14ta.

PROP. XVII.

Si Radii unius cujuſvis generis, tranſeant in diverſa Media ad perpendiculum; Intervalla Vicium ſuarum facilioris Reflexionis & facilioris Tranſmiſſus in quovis uno Medio, erunt ad earundem Intervalla in alio quovis Medio, ut Sinus Incidentiæ ad Sinum Refractionis radiorum tranſeuntium e primo duorum iſtorum Mediorum in ſecundum.

Manifeſtum eſt hoc ex 10ma *Obſervatione.*

PROP. XVIII.

Si Radii qui exhibent Colorem in Confinio flavi atq; aurei interjacentem, tranſeant ad perpendiculum e quovis Medio in Aerem; Intervalla Vicium ſuarum facilioris Reflexionis, fiunt $\frac{1}{89000}$ *pars Unciæ. Et ejuſdem quoq; longitudinis ſunt Intervalla Vicium ſuarum facilioris Tranſmiſſus.*

Apparet hoc ex 6ta *Obſervatione.*

Ex his Propoſitionibus facile eſt colligere, quanta ſint Intervalla Vicium facilioris Reflexionis & facilioris Tranſmiſſus radiorum cujuſvis generis refractorum in quovis Angulo in quodvis Medium; indeq; cognoſcere, utrum futurum ſit ut iidem Radii, cum deinceps in quodvis aliud Medium pellucidum incidant, Reflecti porro debeant, an Tranſmitti. Quæ quidem Res, quoniam ad ſequentem hujus Libri Partem recte intelligendam permultum conferet, congruum erat ut hoc in loco exponeretur. Eandemq; porro ob cauſam binas ſequentes quoq; adjeci Propoſitiones.

PROP. XIX.

Si Radii cujusvis generis, incidentes in Superficiem politam Medii cujusvis pellucidi, Reflectantur; Vices facilioris Reflexionis, quas ii habent in puncto Reflexionis, revertentur usq; continuis vicibus; earumq; Reversiones distabunt a Reflexionis puncto, spatiis quæ sint in Arithmetica Progressione Numerorum 2, 4, 6, 8, 10, 12, &c. *Inq; Vicium istarum Intervallis, erunt Radii in Vicibus facilioris Transmissus.*

Etenim cum Vices facilioris Reflexionis & facilioris Transmissus, natura sint durabili; statisq; antea Reverterint Intervallis, usquedum Radius ad Medium Reflectens pervenerit; ibique, ut is Reflecteretur, effecerint: Utiq; nihil causæ est, quamobrem inde deinceps continuo cessarent. Jam vero si Radius in puncto Reflexionis, erat in Vice facilioris Reflexionis; utiq; Progressio Spatiorum, quibus hæ Vices a Puncto isto exinde distent, incipiat necesse est ab 0, sitq; adeo in Progressione Numerorum 0, 2, 4, 6, 8, *&c.* Ac proinde Progressio Spatiorum alterorum, quibus videlicet intermediæ Vices facilioris Transmissus distent ab eodem Puncto, debebit esse secundum Progressionem Numerorum imparium 1, 3, 5, 7, 9, *&c*; Contra, quam evenit tum, cum hæ Vices propagentur a Punctis Refractionis.

PROP. XX.

Intervalla Vicium facilioris Reflexionis & facilioris Transmissus, propagatarum a punctis Reflexionis in quodvis Medium; æqualia sunt Intervallis similium Vicium, quas iidem Radii ita utiq; habituri essent, si Refracti forent in idem Medium per Angulos Refractionis æquales scilicet Angulis suis istis Reflexionis.

Etenim quum Lumen Reflexum est e secunda Superficie tenuium Lamellarum, egreditur deinceps liberrime

me per primam Superficiem, ad conſtituendos Annulos Colorum eos qui Reflexione conſpiciuntur; egrediendoq; ita libere, efficit Colores Annulorum iſtorum clariores fortioreſque, quam ſunt ii qui ex altera parte tenuium lamellarum conſpiciuntur Lumine Tranſmiſſo. Itaq; radii Reflexi, ſunt in Vicibus facilioris Tranſmiſſus tum, cum egrediuntur: Quod quidem non ſemper ita eveniret, ſi Intervalla Vicium intra Lamellam poſt Reflexionem, non eſſent æqualia, tum longitudine tum numero, Intervallis earundem ante Reflexionem. Hocq; confirmat inſuper Proportiones in præcedente Propoſitione expoſitas: Nam ſi Radii, tum in ingreſſu tum in egreſſu primæ Superficiei, ſint in Vicibus facilioris Tranſmiſſus; Vicium autem iſtarum tum Intervalla tum Numerus, inter primam & ſecundam Superficiem, ante & poſt Reflexionem, æqualia ſint inter ſe; Utiq; Spatia, quibus Vices facilioris Tranſmiſſus diſtant ab utravis Superficie, in eadem neceſſe eſt Progreſſione ſint poſt Reflexionem, ac ante; hoc eſt, a prima Superficie quæ Tranſmiſit Radios, in progreſſione ſint Numerorum parium 0, 2, 4, 6, 8, *&c*; & a ſecunda quæ eos Reflexit, in progreſſione Numerorum imparium 1, 3, 5, 7, *&c.* Verum hæ duæ Propoſitiones, ex Obſervationibus in ſequenti parte hujus Libri exponendis, multo adhuc fient evidentiores.

OPTICES.

OPTICES

LIBER SECUNDUS.

PARS IV.

Observationes circa Reflexiones & Colores laminarum Crassarum, pellucentium & politarum.

NUllum est Vitrum aut Speculum, quamtumvis perpolitum, quin, præter Lumen quod id Refringit vel Reflectit regulariter, dispergat insuper quoquoversus Lumen quoddam debile; per quod polita ejus facies, quum Radio Solis in Cubiculum tenebricosum immisso sit illuminata, facile in omnibus Oculi positionibus cerni queat. Sunt autem Luminis hujusce quaquaversum dispersi Phænomena quædam, quæ, cum ea primum Observarem, magnam quidem mihi moverunt Admirationem. Quæ Observaverim, hujusmodi erant.

OBS. I.

Quum Sol in Cubiculum meum tenebricosum per Foramen $\frac{1}{3}$ Unciæ latum colluceret, Radium Luminis intromissum excepi ad perpendiculum super Speculo vitreo concavo-convexo, tornato ad Sphæram Pedes

quinq;

quinq; Unciasq; undecim Semidiametro complectentem, & Argentum vivum convexa sui facie obtecto. Tum Tenens Chartam albam opacam, sive Chartæ Scapum, in Centro Sphærarum ad quas tornatum erat Speculum; hoc est, intervallo circiter Pedum quinq; & Unciarum undecim a Speculo; tali nimirum in positu, ut Radius Luminis antedictus in Cubiculum tenebricosum immissus, per exiguum deinceps foramen, quod esset in Medio Chartæ, transmitteretur ad Speculum; indeq; ad idem rursus foramen Reflecteretur: Chartam, inquam, ita Tenens, Observavi super ea quatuor vel quinq; Irides concentricas, sive Colorum Annulos, Arcus cælestis Speciem habentes, & Foramini jam dicto circundatas; eodem fere modo ac Annuli illi, qui *in Quarta & sequentibus Observationibus primæ Partis hujus Secundi Libri* inter bina Vitra Objectiva visi sunt, ambiebant Maculam suam nigram: Erant tamen hi Annuli, quam illi, largiores dilutioresque. Jam quidem hi Annuli, pro eo ut in amplitudinem se laxabant, dilutiores adhuc languidioresq; evadebant; adeo ut eorum Quintus, sub Sensum vix caderet: Nonnunquam tamen, cum Sol valde clarus colluceret; erant porro sexti Annuli atq; etiam septimi languida quædam Indicia. Siquando Charta distaret a Speculo, Intervallo multo majori multove minori Sex Pedum; utiq; Annuli diluti continuo, & evanidi sunt facti. Item si Speculum distaret a Fenestra, Intervallo multo majori Sex Pedum; utiq; Reflexus Luminis Radius adeo latus continuo erat factus, intervallo sex Pedum a Speculo, quo in loco Annuli videlicet apparebant; ut Annulorum interiorum unus vel alter exinde obscuraretur. Quamobrem Speculum, intervallo circiter sex Pedum a Fenestra, collocare solitus sum; ut adeo apud ipsam Fenestram Focus Vitri

incur-

incurreret in Centrum Concavitatis ſuæ ad Annulos ſuper Charta. Atq; hæc quidem ſemper exiſtimanda eſt Poſitio Speculi, in ſequentibus Obſervationibus; niſi ſiquando alia aliqua nominatim exprimatur.

O B S. II.

Colores harum Iridum ſuccedebant invicem a Centro extrorſum, eadem Specie & Ordine, ac illi qui in *Nona Obſervatione primæ Partis hujus Libri* in binis Vitris Objectivis, non utiq; Reflexu Luminis, ſed Tranſmiſſu, viſi ſunt. Nam primo, in communi horum Annulorum Centro, Macula erat alba, rotunda, debili lumine, latiorq; aliquanto quam ipſe Reflexus Luminis Radius: Qui porro Radius Reflexus, incidebat interdum in mediam illam Maculam; interdum autem, parva inclinatione Speculi, recedebat a medio Maculæ, eamq; ad uſq; Centrum albam conſpiciendam reliquit.

Maculam illam albam proxime ambiebat color leucophæus fuſcior: Cui ſucceſſerunt Colores primæ Iridis: Erant autem hi, ab interiore ſui parte, proxime tenebras, violaceus & indicus parva portione: deinde cæruleus; qui ab exteriore ſui parte palleſcebat, deſiitq; in flavum exiguum virideſcentem: cui porro ſucceſſit flavus clarior; eiq; demum, ab exteriori Iridis limite, rubeus; qui ab exteriore ſui parte purpuraſcebat.

Primam hanc Iridem proxime ambiebat ſecunda: Cujus Colores ab intima ſui parte extrorſum, hoc erant Ordine diſpoſiti; Purpureus, cæruleus, viridis, flavus, rubeus clarior, rubeus purpuraſcens.

Huic ſuccedebant proxime Colores tertiæ Iridis: Qui erant Ordine extrorſum numerati, Viridis purpuraſcens, Viridis bonus, & Rubeus clarior quam præcedentis Iridis.

Iri-

Irides quarta & quinta, videbantur ab interiore ſui parte Colorem habere viridem ſubcæruleum; ab exteriori, rubeum: Verum in hiſce Colores adeo evanidi erant facti, ut diſcerni vix potuerint.

OBS. III.

Dimenſus horum Annulorum Diametros quam potui accuratiſſime ſuper Charta, Inveni illas quoq; eandem inter ſe Proportionem habere, ac Annulorum in binis Vitris Objectivis Lumine Tranſmiſſo exhibitorum. Etenim Diametri Annulorum quatuor primorum lucidorum, dimenſæ qua parte clariſſimæ erant ipſorum Orbitæ, Intervallo Sex Pedum a Speculo, fuerunt $1\frac{13}{16}$, $2\frac{3}{8}$, $2\frac{11}{12}$, & $3\frac{3}{8}$ Unciæ; quorum quidem numerorum Quadrata, ſunt in Progreſſione Arithmetica Numerorum 1, 2, 3, 4. Quod ſi Macula alba rotunda, quæ eſt in medio, annumeretur una cum Annulis; ejuſq; Lumen in Centro, ubi id clariſſimum eſſe videtur, habeatur pro Annulo infinite parvo; jam utiq; Annulorum Diametrorum Quadrata, erunt in Progreſſione 0, 1, 2, 3, 4, &c. Porro, Dimenſus Obſcurorum quoq; Annulorum, inter Lucidos illos interjacentium, Diametros; Inveni earum Quadrata in Progreſſione eſſe Numerorum $\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{2}$, &c: Quippe Diametri primorum quatuor ex his Annulis, intervallo ſex Pedum a Speculo, erant $1\frac{1}{16}$, $2\frac{1}{16}$, $2\frac{2}{3}$, $3\frac{3}{20}$ Unciæ. Quod ſi Charta & Speculum majori minorive quam diximus, inter ſe diſtarent intervallo; utiq; & Diametri Circulorum majores minoreſve erant factæ, ſimili proportione.

OBS. IV.

Ex Proportionum ſimilitudine, quæ erat inter hoſce Annulos, & illos quos in Obſervationibus primæ Partis hujus Libri deſcripſimus; ſuſpicatus ſum multo utiq; plures forte in ſpeculo ineſſe poſſe hujuſmodi Annulos,

 in

in ſe invicem diffuſos, & quorum adeo Colores mutua Commixtione confuſi invicem & ita diluti eſſent facti, ut ſeparatim cerni haud poſſent. Quocirca eos per Priſma inſpexi; quomodo illos in 24ª *Obſervatione* primæ Partis hujus Libri feceram. Cumq; Priſma ita mihi eſſet collocatum, ut id Refractione ſua Lumen Colorum inter ſe permixtorum ſepararet, Annuloſq; a ſe invicem diſtingueret; quomodo in 24ª illa Obſervatione feceram: utiq; Annulos multo tum, quam antea, diſtinctius cernere potui; atq; etiam numerare eos ad octo vel novem, nonnunquam etiam ad duodecim vel tredecim. Quod niſi Lumen ipſorum adeo debile fuiſſet; equidem nihil dubito quin multo etiam adhuc plures diſcernere potuiſſem.

OBS. V.

Cum in feneſtra Priſma collocaſſem, quo intromiſſus Luminis Radius Refringeretur, adeoq; oblonga Colorum Imago in Speculum projiceretur; Speculum deinceps obtexi Charta Nigra, in qua Foramen eſſet, per quod Colorum unus quilibet Tranſmitti poſſet ad Speculum, interea dum reliqui omnes Charta interciperentur. Jamq; Vidi Annulos eo ſolo Colore, qui utiq; in Speculum incideret. Si Speculum illuminaretur Colore rubeo; annuli ex toto erant rubei, cum Intervallis tenebroſis: Si colore cæruleo; annuli ex toto erant cærulei: Et ſimiliter in cæteris Coloribus. Cumq; Annuli uno aliquo Colore ita eſſent facti; Quadrata Diametrorum ſuarum, dimenſarum qua parte Orbitæ ipſorum clariſſimæ eſſent, erant in Progreſſione Arithmetica Numerorum 0, 1, 2, 3, 4: Et Quadrata Diametrorum Intervallorum ſuorum obſcurorum, erant in Progreſſione Numerorum intermediorum $\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{2}$. Verum ſi Color mutaretur, mutabatur itidem & Magnitudo Annulorum

lorum. In Colore rubeo, Annuli erant largissimi; in indico & violaceo, minimi; inq; Coloribus intermediis, flavo, viridi, & cæruleo, intermediis itidem erant Annuli Magnitudinibus, ad Colorem nimirum respondentibus; hoc est, in colore flavo majores erant quam in viridi, inq; viridi majores quam in cæruleo. Atq; hinc quidem illud intellexi; cum Speculum Albo Lumine illuminatum esset, utiq; colores rubeum & flavum in exteriori parte Annulorum exhibitos esse per Radios minime Refrangibiles, cæruleum autem & violaceum per Radios maxime Refrangibiles: Item Colores cujusq; Annuli diffusos esse utroq; in Colores Annulorum sibi utrinq; adjacentium, quomodo supra in prima & secunda Parte hujus Libri expositum est; mutuaq; sui permixtione inter se, adeo dilutos esse factos, ut discerni invicem haud possent, nisi propius a Centro ubi minus essent commixti. Etenim in hac Observatione Annulos distinctius, & majori etiam numero, quam antea, discernere potui; utiq; ad octo vel novem in flavo Lumine, præter languidum quoddam Indicium decimi. Jam autem ut id porro invenirem, *Quantum* in se invicem diffunderentur & commixti essent Annulorum diversorum Colores; dimensus sum Diametros Annulorum secundi & tertii; veniq; eas, cum Annuli illi exhiberentur in Confinio Colorum rubei & aurei, eam habere proportionem ad Diametros eorundem Annulorum in Confinio cærulei & indici exhibitorum, quam habent 9 ad 8, præterpropter: Difficile enim erat hanc Proportionem definire Accurate. Item Circulos, quos in eodem Annulo exhiberent Ordine colores rubebeus, flavus & viridis; plus inter se differre magnitudine, quam quos per easdem vices exhiberent viridis, cæruleus, & indicus: Nam Circulus quidem violaceus, tenebrosior erat quam ut Sensu percipi posset. Ut igi-

 tur

tur Calculum incæptum persequamur; Ponamus differentias Diametrorum Circulorum, quos exhibent sua quisq; vice Colores rubeus extremus, confinium rubei & aurei, confinium aurei & flavi, confinium flavi & viridis, confinium viridis & cærulei, confinium cærulei & indici, confinium indici & violacei, & violaceus extremus; eadem esse proportione inter se, ac sunt differentiæ Longitudinum Monochordi earum, quæ sonent Notas illas in Octava, *sol*, *la*, *fa*, *sol*, *la*, *mi*, *fa*, *sol*; hoc est, ac sunt Numeri $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{18}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{2}{27}$, $\frac{1}{27}$, $\frac{1}{18}$. Quod si jam Diameter Circuli illius, quem exhibet Confinium colorum rubei & aurei, sit 9 A; Diameter autem ejus Circuli, quem exhibet Confinium cærulei & indici, sit 8 A; ut est supra dictum; Utiq; differentia ipsarum, 9 A---- 8 A, ad differentiam Diametrorum Circulorum illorum, quos exhibent rubeus extremus & Confinium rubei atq; aurei; erit ut $\frac{1}{18}+\frac{1}{12}+\frac{1}{12}+\frac{2}{27}$, ad $\frac{1}{9}$; hoc est, ut $\frac{8}{27}$ ad $\frac{1}{9}$, vel 8 ad 3: Ad differentiam autem Diametrorum Circulorum illorum, quos exhibent violaceus extremus & Confinium cærulei atq; indici; erit ut $\frac{1}{18}+\frac{1}{12}+\frac{1}{12}+\frac{2}{27}$, ad $\frac{1}{27}+\frac{1}{18}$; hoc est, ut $\frac{8}{27}$ ad $\frac{5}{54}$, vel 16 ad 5. Quamobrem hæ Differentiæ, erunt $\frac{3}{8}$ A & $\frac{5}{16}$ A. Quarum jam primam Adde ad 9 A, & posteriorem Subduc de 8 A; habebisq; Diametros Circulorum illorum, quos exhibent Radii maxime minimeq, Refrangibiles, nempe $\frac{75}{8}$ A & $\frac{61\frac{1}{2}}{8}$ A. Sunt igitur hæ Diametri inter se, ut 75 ad $61\frac{1}{2}$, vel 50 ad 41; earumq; Quadrata, ut 2500 ad 1681, hoc est, ut 3 ad 2 quamproxime. Quæ quidem Proportio non multum distat a Proportione Diametrorum Circulorum illorum, quos exhibuerunt colores rubeus & violaceus extremi in 13[tia] *Observatione* primæ Partis hujus Libri.

OBS.

OBS. VI.

Cum Oculum meum collocassem eo in loco, ubi Annuli videbantur manifestissimi; speculi faciem conspicatus sum Colorum Fasciis undatam, (rubeis, flavis, viridibus, cæruleis;) illarum similibus, quæ in Observationibus primæ Partis hujus Libri inter bina Vitra Objectiva & in Aquæ Bullis visæ sunt; at amplioribus multo. Item hæ, eodem modo ac illæ, pro variis Oculi positionibus, Magnitudine varia videbantur; dilatantes se ac contrahentes, pro eo ut Oculum meum ultro citroq; moverem. Specie ac Forma erant Arcuum Circulorum concentricorum, sicuti & illæ; cumq; Oculus meus positus esset ex adverso Centri Concavitatis Speculi, (quod erat scilicet intervallo Pedum 5 & Unciarum 10 a Speculo,) centrum ipsarum commune in eadem erat linea recta cum Centro illo Concavitatis, & cum Foramine in Fenestra. Verum in aliis Oculi positionibus, Centrum ipsarum alias itidem habebat positiones. Apparebant porro per Lumen Nubium propagatum ad Speculum per Foramen in Fenestra: Cumq; Sol per id Foramen colluceret Speculo, Lumen ejus super Speculo illum semper habebat Colorem, qui esset Annuli in quem id incideret; verum nimio splendore suo obscurabat id Annulos istos Lumine Nubium exhibitos, nisi quando Speculum adeo longe admodum distaret a Fenestra, ut Solis Lumen super eo valde latum esset & languidum. Denique, cum Oculi positionem variarem; eumq; ultro citroque, propius longiusve a directo Solis Luminis radio, moverem; Color reflexi Luminis Solis super Speculum perpetuo variabatur eodem modo, ac super Oculum meum; eodem nimirum colore se super Oculum meum Spectatori cuivis Adstanti semper se exhibente, qui Mihi ipsi super Speculum videretur. Atq; hinc quidem

quidem intellexi, Annulos Colorum illos, quos super Charta videram, effectos utiq; fuisse ex his reflexis Coloribus, propagatis nimirum a Speculo ad Chartam in diversis Angulis; illorumq; productionem, ex Terminatione Luminis atq; Umbræ neutiquam pendere.

OBS. VII.

Ex mira Similitudinum proportione, quæ erat hisce omnibus Phænomenis cum illis Annulorum coloratorum supra in prima Parte hujus Libri descriptorum; videbantur mihi Hi Colores generari in crassa Vitri lamina eodem fere modo, ac Illi in lamellis valde tenuibus. Etenim experiundo comperiebam, si Argentum vivum de posteriore Speculi facie defrictum esset, vitrum utiq; nudum eosdem usq; Annulos exhibere, licet multo quidem eos multo languidiores quam antea: Et consequenter Phænomenon hoc non pendere ex Argento vivo; nisi quatenus id, augendo Reflexionem posterioris Vitri faciei, adaugeat itidem Lumen Annulorum coloratorum. Comperi insuper, Speculum Metallicum sine Vitro, ad Usus Opticos ante hos aliquot annos factum, & optime perpolitum, nullos hujusmodi Annulos exhibuisse: Indeq; id intellexi, utiq; Annulos hosce non oriri ex una sola Superficie speculari; sed pendere ex ambabus Superficiebus laminæ vitreæ in Speculum adhibitæ, & ex eo quantæ esset crassitudinis ista lamina. Sicut enim, in 7ma & 19na *Observationibus* primæ Partis hujus Libri, tenuis lamella Aeris, Aquæ, aut Vitri, quæ æquabili esset crassitudine, Colorem alium exhibebat quum Radii sibi essent perpendiculares; alium, quum ii aliquantum obliqui essent; alium quum obliquiores; alium, quum adhuc obliquiores; & sic deinceps: Ita hic, in *sexta Observatione hujus Partis*, Radii qui emerserunt e Vitro in diversis Obliquitatibus, effecerunt, ut id diversos Colores exhiberet; & propa-

gati

gati inde ad Chartam in istis Obliquitatibus, depinxerunt in ea similiter Annulos suo quemq; Colore. Et sicut Causa, quamobrem Tenuis lamella Colores diversos in diversis radiorum obliquitatibus exhiberet, ea erat; quod radii unius ejusdemq; generis Reflectantur a tenui lamella in una Obliquitate, & Transmittantur in alia; radii autem aliorum generum Transmittantur ubi hi Reflectuntur, & Reflectantur ubi hi Transmittuntur: Ita Causa, quamobrem Crassa quoq; lamina Vitri, sive Speculum, colores varios in variis obliquitatibus exhiberet, inq; istis obliquitatibus colores illos ad Chartam propagaret, ea itidem erat; quod radii unius ejusdemq; generis emergerent e Vitro in una Obliquitate, in alia autem non emergerent, sed reflecterentur a citeriore Vitri facie retro ad Argentum vivum; & prout Obliquitas ea major majorq; fieret, emergerent iterum & reflecterentur alternis per multas vices; in una autem eademq; obliquitate, radii unius generis reflecterentur, & aliorum generum transmitterentur. Liquet hoc ex *quinta Observatione hujus Partis :* Etenim in ea Observatione, quum Speculum illuminatum esset uno aliquo Colorum Prismaticorum; exhibuit id coloratum Lumen Annulos permultos super Charta, eodem omnes Colore, & nigris distinctos Interordiniis; Ac proinde id Lumen, inter emergendum e Speculo, Transmittebatur & non-Transmittebatur alternis a Speculo ad Chartam per multas vices, pro variis nimirum Emergentiæ suæ Obliquitatibus. Porro, quum e Prismate in Speculum Color alius quivis projiceretur; utiq; Annuli super Charta eo semper facti sunt Colore, qui esset in Speculum projectus; magnitudinemq; insuper una cum Colore suo immutabant: Ac proinde Lumen Transmittebatur jam & non-Transmittebatur alternis a Speculo ad Chartam,

in

in aliis, quam antea, Obliquitatibus. Videbantur mihi itaq; hi Annuli consimilem plane Ortum habere, ac illi in Tenuibus Lamellis: Eo tamen discrimine, quod illi in Tenuibus Lamellis oriantur ex alternis Reflexionibus & Transmissionibus Radiorum in secunda Superficie Lamellæ, postquam ii semel videlicet per lamellam transierint: Hi autem in Crassis Laminis, exhibeantur per Radios, qui, ante alternam istam Reflexionem & Transmissionem, jam bis scilicet per Laminam transierint; primo nimirum, cum transirent a citeriore Vitri facie ad Argentum vivum; & deinde, cum redirent ab Argento vivo ad eandem iterum faciem citeriorem; Qua demum in Superficie, vel transmittuntur ad Chartam, vel Reflectuntur retro ad Argentum vivum; pro eo videlicet, ac in Vicibus facilioris Reflexionis vel facilioris Transmissus tum sint, cum ad istam pervenerint Superficiem. Nam in Radiis quidem illis, qui in Speculum incidunt *ad Perpendiculum*, reflectunturq; in eisdem *Perpendicularibus Lineis*; in illis, inquam, Radiis, propter Angulorum suorum Linearumq; Incidentiæ & Reflexionis æqualitatem, Vicium quidem suarum Intervalla intra Vitrum tum longitudine tum numero paria esse debent post Reflexionem, ac ante; per Propositionem 19[nam] tertiæ Partis hujus Libri; Ac proinde, quandoquidem omnes Radii, qui ingrediuntur per primam Vitri Superficiem, sunt in Vicibus suis facilioris Transmissus tum, cum ingrediuntur; eorundem autem quotquot reflectuntur a secunda Superficie, ii quidem illic in Vicibus sunt facilioris Reflexionis; utiq; iidem omnes debent iterum in Vicibus suis facilioris Transmissus esse tum, cum ad Superficiem primam reverterint; & consequenter exire ibi e Vitro ad Chartam, ac depingere super ea Maculam Albam Luminis in Centro Annulorum; Nam hæc quidem

quidem Ratio æque valet in omnibus generibus radiorum; & consequenter radii omnium generum promiscue exire debent ad Maculam illam, eamq; permixtione sui omnium inter se Albam utiq; exhibere. At vero in illis Radiis, qui reflectuntur *Obliquius quam Ingrediuntur*; in iis sane Vicium suarum Intervalla majora sint oportet post Reflexionem quam ante, per Propositiones 15^{tam} & 20^{mam}: Unde ii quidem Radii, fieri utiq; potest ut cum ad primam reverterint Superficiem, in certis quibusdam Obliquitatibus Vices suas ibi habeant facilioris Reflexionis, adeoq; regrediantur ad Argentum vivum; in aliis autem Obliquitatibus intermediis, Vices suas ibidem subeant facilioris iterum Transmissus, adeoq; exeant ad Chartam, depingantque super ea Annulos coloratos Maculæ albæ circumjectos. Quoniam autem Intervalla harum Vicium, in æqualibus quidem Obliquitatibus, majora ac pauciora sunt in Radiis minus Refrangibilibus; minora autem ac plura, in Radiis magis Refrangibilibus: ideo Radii quidem minus Refrangibiles, in æqualibus Obliquitatibus, Annulos pauciores efficere debent, quam Radii magis Refrangibiles; majores autem eos, magisq; expansos; hoc est, Annuli rubei ampliores esse debent quam flavi, flavi quam virides, virides quam cærulei, & cærulei quam violacei; quomodo ii revera quidem in 5ta *Observatione* apparuerunt. Quocirca primus Annulorum Colores omnes complectentium, Maculæ albæ proxime circunjectus, debet utiq; rubeus esse extra, intra violaceus, & in medio flavus, viridis, ac cæruleus; quomodo is in secunda quidem Observatione visus est: In secundo autem Annulo, & qui sequuntur deinceps, iidem Colores magis magisq; expansi esse debent; usquedum in se mutuo diffusi, permisceantur tandem invicem, & evanescant.

Hæ mihi videntur horum esse Annulorum Causæ ac Rationes in universum: Hocq; mihi causam dedit, ut distinctius deinceps observarem quanta esset Vitri Crassitudo; & considerarem utrum Mensuræ ac Proportiones Annulorum singulatim, vere exinde, Calculum ponendo, colligi possent.

O B S. VIII.

Dimensus sum igitur Crassitudinem Vitri hujusce concavo-convexi; inveniq; eam usquequaq; $\frac{1}{4}$ Unciæ accurate. Jam quidem, per 6^tam^ *Observationem primæ Partis hujus Libri*, tenuis lamella Aeris Transmittit Lumen clarissimum primi Annuli, hoc est, Lumen flavum clarum, tum cum Crassitudo sua sit $\frac{1}{89000}$ pars Unciæ: Per 10^mam^ autem *Observationem ejusdem Partis*, tenuis lamella Vitri Transmittit idem Lumen ejusdem Annuli, tum cum Crassitudo sua sit minor secundum eam Proportionem quæ est Sinus Refractionis ad Sinum Incidentiæ, hoc est, cum Crassitudo sua sit $\frac{11}{1513000}$ sive $\frac{1}{137545}$ pars Unciæ; posito nimirum quod Sinus isti sint ut 11 & 17. Quod si hæc Crassitudo duplicetur porro, Transmittetur jam idem Lumen clarum secundi Annuli; si ea triplicetur, Transmittetur jam idem Lumen tertii Annuli; & sic deinceps; Lumine flavo claro in hisce omnibus Casibus existente nimirum in Vicibus suis facilioris Transmissus. Itaq; si multiplicetur hæc Crassitudo per 34386, ut adeo evadat ea $\frac{1}{4}$ Unciæ; Transmittetur jam idem clarum Lumen Annuli 34386^ti.^ Finge jam hoc esse Lumen illud flavum clarum, quod Transmitti diximus in perpendiculo ab reflectente facie convexa Speculi per concavam ejusdem faciem ad Maculam albam in Centro Annulorum Coloratorum super Charta: Jamque, per Regulam in 7ma *Observatione* primæ Partis hujus Libri traditam, perq; *Propositiones* 15^tam^ & 20^mam^ tertiæ Partis; si

Radii

Radii fiant Obliqui ad Vitrum, utiq; Craſſitudo Vitri qua idem Lumen clarum ejuſdem Annuli Tranſmitti poſſit deinceps in quavis Obliquitate, erit ad Craſſitudinem illam $\frac{1}{4}$ Unciæ, ut Secans Anguli cujus Sinus ſit prima ex 106 Mediis Arithmeticis inter Sinus Incidentiæ & Refractionis, incipiendo a Sinu Incidentiæ, quum nimirum Refractio fiat e Lamina cujuſvis Materiæ in Medium ſibi circumjectum, id eſt, hoc quidem in Caſu, e Vitro in Aerem. Quod ſi porro Vitri Craſſitudo ita augeatur gradatim, ut id ad primam ſuam Craſſitudinem (quæ erat videlicet $\frac{1}{4}$ Unciæ,) eas dein habeat proportiones, quas habet numerus 34386 (numerus ſcilicet Vicium Radiorum Perpendicularium inter Tranſeundum per Vitrum adverſus Maculam albam in Centro Annulorum,) ad 34385, 34384, 34383, & 34382 comparate, (numeros videlicet Vicium Radiorum Obliquorum inter Tranſeundum per Vitrum adverſus Annulos Colorum, primum, ſecundum, tertium, & quartum ;) Illa autem prima Vitri craſſitudo diviſa ſit in 100000000 partes æquales ; Utiq; craſſitudines adauctæ, erunt 100002908, 100005816, 100008725, & 100011633 ; Et Anguli, quorum hæ quidem craſſitudines ſunt Secantes, erunt 26′ 13″, 37′ 5″, 45′ 6″, & 52′ 26″, *Radio* nimirum exiſtente 100000000 ; Quorum porro Angulorum Sinus ſunt 762, 1079, 1321, & 1525 ; & proportionales Sinus Refractionis, 1172, 1659, 2031 & 2345 ; *Radio* nimirum exiſtente 100000. Nam cum Sinus Incidentiæ e Vitro in Aerem ſint ad Sinus Refractionis, ut 11 ad 17 ; ad Secantes autem ſupra dictos, ut 11 ad primam ex 106 Mediis Arithmeticis inter 11 & 17, hoc eſt, ut 11 ad $11\frac{6}{106}$; utiq; Secantes iſti erunt ad Sinus Refractionis ut $11\frac{6}{106}$ ad 17, et ex hac Analogia dabunt adeo Sinus iſtos. Quare ſi Obliquitates Radiorum ad

concavam Vitri Superficiem tales ſint videlicet, ut Sinus Refractionis ipſorum in Tranſeundo e Vitro per iſtam Superficiem in Aerem, ſint 1172, 1659, 2031, & 2345; utiq; Lumen clarum Annuli 34386^{ti}, emerget e Vitro in iis craſſitudinibus, quæ ſint ad $\frac{1}{4}$ Unciæ, ut 34386 ad 34385, 34384, 34383, & 34382 comparate. Proinde, ſi vera Vitri Craſſitudo in hiſce omnibus caſibus ſit (ut in Speculo noſtro erat) $\frac{1}{4}$ Unciæ; utiq; Lumen clarum Annuli 34385^{ti}, ibi emerget, ubi Sinus Refractionis ſit 1172; & annulorum 34384^{ti}, 34383^{tii}, ac 34382^{di}, ibi, ubi Sinus iſte ſit 1659, 2031, & 2345 comparate. Porro in hiſce Angulis Refractionis propagabitur horum Annulorum Lumen a Speculo ad Chartam, ibiq; depinget Annulos ambientes Maculam illam luminis albam rotundamq; in Centro, quæ erat (ut diximus) lumen Annuli 34386^{ti}. Et Semidiametri horum Annulorum ſubtendent Angulos Refractionis, factos in concava Speculi Superficie: Ideoq; Diametri ipſorum, erunt ad diſtantiam Chartæ a Speculo; ut Sinus iſti Refractionis duplicati, ad *Radium*; hoc eſt, ut 1172, 1659, 2031, & 2345 duplicati, ad 100000. Quocirca ſi Intervallum, quo Charta diſtet a concava Speculi Superficie, ſit (ut in tertia harum Obſervationum erat) Sex Pedum; utiq; Diametri Annulorum hujus Luminis flavi clari ſuper Charta depictorum, erunt 1'688, 2'389, 2'925, & 3'375 Unciæ: Sunt enim hæ Diametri, ad ſenos Pedes; ut ſupra dicti Sinus duplicati, ad *Radium*. Jam vero hæ Diametri Annulorum flavorum clarorum, *Computando* repertæ; eædem plane ſunt, ac illæ quas in tertia harum Obſervationum repperimus *Dimetiendo*; quæ erant videlicet $1\frac{11}{16}$, $2\frac{3}{8}$, $2\frac{11}{12}$, & $3\frac{3}{8}$. Itaq; Theoria qua colliguntur horum Annulorum Proportiones, ex Craſſitudine laminæ vitreæ ſive Speculi, & ex Obliqui-

tate

tate radiorum emergentium; convenit plane cum ipsis Observationibus. Cæterum in hac quidem Computatione, Diametros clarorum Annulorum quos exhibuit Lumen Colorum universorum, æquales statui Diametris Annulorum eorum quos utiq; exhibuit Lumen Flavum clarum: Etenim ex illo flavo Lumine consit pars clarissima Annulorum qui sint Colorum universorum. Quod si adhæc Mensuras Diametrorum Annulorum illorum, quos Alius quivis Color purus videlicet & Simplex exhibeat, accurate colligere cupias; utiq; id facile efficere poteris, ponendo Diametros istas esse ad Diametros Annulorum flavorum clarorum, in subduplicata proportione Intervallorum Vicium Radiorum istis Coloribus, cum nimirum radii ii omnes æqualiter inclinati sint ad Superficiem Refringentem vel Reflectentem quæ Vices istas excitarit; hoc est, ponendo Diametros Annulorum quos exhibent Radii in extremis limitibus Colorum illorum septem, rubei, aurei, flavi, viridis, cærulei, indici & violacei, utiq; proportionales esse Radicibus cubicis numerorum illorum 1, $\frac{8}{9}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{9}{16}$, $\frac{1}{2}$, qui denotant videlicet Longitudines Monochordi eas, quæ sonent Notas musicas in Octava. Etenim hoc pacto, Diametri Annulorum istis Coloribus, comperientur eam quamproxime inter se habere proportionem, quam secundum Quintam harum Observationum habere utiq; debent.

Atq; his quidem rationibus satis mihi visus sum comprobasse, Annulos hosce ejusdem esse generis eundemq; Ortum habere, ac illos qui in Tenuibus visi fuerant Lamellis; Et consequenter Dispositiones Radiorum sive Vices illas alternas facilioris Reflexionis facilioris; Transmissus, propagari utiq; ab omni Reflectente & Refringente Superficie ad longa usq; Intervalla. Nihilo tamen minus, ne hæc res ullam videretur habere posse

posse dubitationem, sequentem Observationem insuper adjeci.

OBS. IX.

Si Annuli isti pendent (uti dictum est) ex Crassitudine Laminæ Vitri; utiq; Diametri ipsorum in æqualibus distantiis a diversis Speculis sive Vitri Laminis concavo-convexis talibus, quæ sint ad eandem Sphæram tornatæ, debebunt esse reciproce in Subduplicata Proportione Crassitudinum Laminarum ipsarum Vitri. Quare si in eis illa Proportio Experiundo fuerit comperta; erit profecto perfecte absoluta Demonstratio, Annulos hosce (sicuti & illos in Tenuibus Lamellis exhibitos) pendere utiq; ex Vitri Crassitudine. Comparabam mihi igitur aliam Vitri Laminam concavo-convexam, ad eandem Sphæram, ac erat prior Lamina, utraq; sui facie tornatam: Ejus Crassitudo erat $\frac{5}{62}$ partes Unciæ; Et Diametri trium primorum Annulorum clarorum, qua parte lucidissimæ essent ipsorum Orbitæ, erant, Intervallo quidem Sex Pedum a Vitro, Unciarum 3, $4\frac{1}{6}$, & $5\frac{1}{8}$. Jam quidem Crassitudo prioris Vitri, utiq; $\frac{1}{4}$ Unciæ, erat ad hujus Crassitudinem ut $\frac{1}{4}$ ad $\frac{5}{62}$, hoc est, ut 31 ad 10, vel 310000000 ad 100000000; Quorum quidem numerorum Radices, sunt 17607 & 10000: Quam autem proportionem habet prima harum Radicum ad secundam; eandem habent 3, $4\frac{1}{6}$, & $5\frac{1}{8}$, nempe Diametri Annulorum clarorum exhibitorum in hac Observatione a Vitro Tenuiori; ad $1\frac{11}{16}$, $2\frac{3}{8}$, & $2\frac{11}{12}$, Diametros scilicet eorundem Annulorum exhibitorum in Tertia harum Observationum a Vitro Crassiori: Hoc est, Diametri Annulorum sunt reciproce in Subduplicata Proportione Crassitudinum Laminarum ipsarum Vitri.

Itaq;

Itaq; in Laminis Vitri, quæ quidem similiter concavæ sint ex una sui facie, & similiter convexæ ex altera, & Argento vivo Facies suas convexas similiter obtectæ, nihilq; plane præterquam Crassitudine sola inter se differant; diametri Annulorum sunt reciproce in Subduplicata Proportione Crassitudinum Laminarum ipsarum. Atq; hinc satis quidem apparet, pendere utiq; Annulos ex utrisq; Vitri Superficiebus. Pendent nimirum ex convexa Superficie; quia lucidiores sunt quum ea Superficies Argento vivo obtecta sit, quam quum nuda. Pendent itidem ex concava Superficie; quia in Speculo, quod tali Superficie careat, ii nulli sunt. Pendent deniq; ex ambabus Superficiebus, earumq; distantia inter se; quia, variata solummodo illa distantia, variatur itidem & Annulorum Magnitudo. Hoc autem, quod pendeant Annuli isto modo ex ambabus Vitri Superficiebus, simile plane est ac quæ supra dicta sunt de eo quemadmodum Colores Tenuium laminarum pendeant ex Superficierum suarum binarum distantia inter se: Quippe & Magnitudo horum Annulorum, eorumq; Proportio inter se, item Magnitudinis suæ variatio ex Vitri Crassitudinis variatione orta, Colorumq; suorum Ordo, talia plane sunt, qualia oriri utiq; debent ex Propositionibus in fine Tertiæ Partis hujus Libri subjectis; quæ nimirum Propositiones deductæ erant ex Phænomenis Colorum Tenuium Lamellarum in prima Parte descriptis.

Alia adhuc sunt aliqua Annulorum horum coloratorum Phænomena; Verum sequuntur ea omnia ex iisdem Propositionibus; ideoq; confirmant tum veritatem Propositionum istarum, tum Analogiam quæ est inter hosce Annulos & illos in Tenuibus Lamellis exhibitos. Nonnulla Phænomenorum istorum hic subjungam.

OBS.

OBS. X.

Quum Solis Luminis Radius Reflecteretur a Speculo, non directo ad Foramen in Fenestra, sed ad locum parvo inde Intervallo distantem; Centrum commune Maculæ albæ ante dictæ, & Annulorum omnium coloratorum, incidit in medio Intervallo inter Radium Luminis Incidentis & Radium Luminis Reflexi; & consequenter in ipso adhuc Centro sphæricæ Concavitatis Speculi, quandocunq; Charta, qua Annuli colorati excipiebantur, posita esset in eo Centro. Pro eo autem, ut Radius Luminis Reflexi, Inclinando videlicet Speculum, recedebat magis magisq; a Radio Luminis Incidentis, & a communi Centro Annulorum coloratorum inter duos istos Radios interjacente; ita Annuli isti in Amplitudinem perpetuo excrescebant, itemq; Macula illa alba rotunda: & novi Annuli colorati emergebant Ordine e Centro ipsorum communi; & Macula illa Alba facta est Albus Annulus novis illis Annulis circunjectus; & Radii luminis Incidens ac Reflexus, semper incidebant in partes Annuli istius Albi sibi invicem e diametro oppositas, ibiq; in ejus circuitu Speciem duorum Parheliorum, qualia in Corona Solem ambien tenonnunquam videntur, Lumine suo exhibebant. Itaq; Diameter istius Annuli, pertingens videlicet a medio Luminis ejus ex una parte ad medium Luminis ejus ex altera parte, semper æqualis erat Intervallo ei, quod inter mediam partem Radii Incidentis & mediam partem Radii Reflexi interjaceret, dimenso nimirum super Charta in qua Annuli videbantur. Porro, Radii qui Annulum istum formabant, Reflectebantur a Speculo in Angulis qui essent æquales Angulis suis Incidentiæ, & consequenter Angulis suis Refractionis, qua ingrediebantur in Vitrum: Attamen Anguli sui Reflexionis, non erant in eodem Plano cum Angulis suis Incidentiæ.

OBS.

OBS. XI.

Colores novorum Annulorum contrario erant Ordine dispositi, ac priorum; Oriebantur autem hoc modo. Macula luminis alba rotunda in medio Annulorum, permansit Alba ad usq; Centrum; usquedum Intervallum id, quo Radii Incidens & Reflexus distabant inter se super Charta, factum esset circiter $\frac{7}{8}$ Unciæ; tumq; deinde Macula ea, tenebrosa fieri cæpta est in media sui parte. Cum autem illud Radiorum Intervallum, factum esset porro circiter $1\frac{3}{16}$ Unciæ; tum Macula ista Alba, fiebat deinceps Annulus, ambiens scilicet maculam rotundam tenebrosam, quæ in media sui parte Colorem ipsa trahere cæpit violaceum atq; indicum: Annuli autem lucidi, Maculam hanc novam ambientes, facti erant jam æquales Annulis illis Tenebrosis, qui in Quatuor primis Observationibus hosce ipsos singuli singulos proxime ambierant; Hoc est, Macula Alba erat jam factus Annulus Albus, æqualis primo Annulorum illorum Tenebrosorum; & primus Annulorum illorum lucidorum, factus erat jam æqualis ei, qui fuerat secundus tenebrosorum; & secundus Annulorum illorum lucidorum, æqualis jam ei, qui fuerat tertius tenebrosorum; & sic deinceps. Etenim Diametri Annulorum lucidorum, erant jam $1\frac{3}{16}$, $2\frac{1}{16}$, $2\frac{2}{3}$, $3\frac{3}{20}$, *&c*, Unciæ.

Quum Radiorum Incidentis ac Reflexi distantia inter se, paulo adhuc major esset facta; Emergebat deinde e medio Maculæ nigræ jam dictæ, post colorem illum indicum, cæruleus; & deinceps ex eo cæruleo, viridis pallescens; brevi autem postea, flavus quoq; & rubeus. Cumq; color ad Centrum clarissimus esset, nempe inter flavum ac rubeum; utiq; Annuli lucidi, æquales tum erant facti Annulis lucidis illis, qui in Quatuor primis

Obſervationibus hoſce proximo deinceps Ordine ſinguli ſingulos ambierant; Hoc eſt, Macula Alba in medio Annulorum illorum, factus erat jam Annulus Albus, æqualis primo Annulorum illorum lucidorum; & primus Annulorum illorum lucidorum, æqualis jam ei, qui fuerat eorundem ſecundus; & ſic deinceps. Etenim Diametri Annuli Albi, cæterorumq; Annulorum lucidorum ei circumjectorum, erant jam circiter $1\frac{11}{16}$, $2\frac{3}{8}$, $2\frac{11}{12}$, $3\frac{3}{8}$, &c, Unciæ.

Quum Radiorum Incidentis ac Reflexi diſtantia inter ſe ſuper Charta, paulo etiam adhuc major eſſet facta; Emergebant deinde Ordine e Centro, poſt colorem rubeum antedictum, purpureus, cæruleus, viridis, flavus, & rubeus multum admodum purpuraſcens. Cumq; color in Centro clariſſimus eſſet, nempe inter flavum ac rubeum; utiq; priores colores, indicus, cæruleus, viridis, flavus, & rubeus, facti erant jam Iris ſive Annulus coloratus, æqualis primo Annulorum illorum lucidorum, qui in Quatuor primis Obſervationibus apparuerant; & Annulus Albus ſupra memoratus, qui jam erat ſecundus Annulorum lucidorum, æqualis erat factus ſecundo priorum illorum Annulorum lucidorum; & primus Annulorum illorum lucidorum, qui jam erat tertius, æqualis erat factus ei qui fuerat tertius illorum; & ſic deinceps. Etenim Diametri Eorum, erant jam $1\frac{11}{16}$, $2\frac{3}{8}$, $2\frac{11}{12}$, $3\frac{3}{8}$, &c, Unciæ. Diſtantia autem duorum Luminis Radiorum inter ſe, & Diameter Annuli Albi, erant $2\frac{3}{8}$ Unciæ.

Quum horum duorum Radiorum diſtantia inter ſe, uſq; etiam adhuc major eſſet facta; Emergebat deinde e medio rubei purpuraſcentis, primo Macula rotunda obſcurior; poſtea autem, e medio hujus, alia Macula clarior. Jamq; Colores illi proxime antecedentes (purpureus, cæruleus, viridis, flavus, & rubeus purpuraſcens,)

facti

facti erant Annulus æqualis primo Annulorum illorum lucidorum in Quatuor primis supra Observationibus memoratorum; Annuliq; huic circumjecti, æquales Annulis illi circumjectis, comparate. Distantia autem duorum Luminis Radiorum inter se, & Diameter Annuli Albi, (qui jam tertius erat factus Annulus,) erant circiter 3 Unciarum.

Posthæc, Colores Annulorum in medio, valde diluti cæpti sunt videri. Et, si Distantia duorum illorum Luminis Radiorum inter se, adhuc Semuncia, vel Uncia adjecta, major usq; esset facta; utiq; Annuli isti in medio, evanescebant penitus; permanente tamen aliquandiu Annulo Albo antedicto, una cum singulis binisve Annulorum sibi utrinq; proxime adjacentium: Verum si duorum Radiorum Luminis Distantia illa inter se, etiam adhuc major esset facta; utiq; & Hi quoq; Annuli evanescebant. Nam Lumen quod e diversis partibus Foraminis in Fenestra, incidebat in Speculum in diversis Angulis Incidentiæ; fecit jam Annulos diversarum Magnitudinum, qui sese invicem diluebant expungebantque; id quod intellexi, intercipiendo partem aliquam istius Luminis: Etenim quum ea illius pars intercepta esset, quæ propius distaret ab Axe Speculi; annuli continuo videbantur contractiores; Quum pars ea, quæ longius ab isto Axe distaret; videbantur ii magis dilatati.

OBS. XII.

Cum Colores Prismate exhibiti, projicerentur per vices super Speculum; Annulus ille, qui in duabus proxime præmissis Observationibus Albus fuerat, una jam eademq; magnitudine erat in omnibus Coloribus: At Annuli extra eum jacentes, majores quidem erant in colore viridi quam in cæruleo, in flavo adhuc majores, maximiq; omnium in rubeo; Et e contrario, Annuli in-

tra eum jacentes, minores erant in colore viridi quam in cæruleo, in flavo adhuc minores, minimiq; omnium in rubeo. Etenim in Illo quidem Albo Annulo; quoniam Anguli Reflexionis radiorum, æquales essent Angulis suis Incidentiæ; utiq; Radii cujusq; reflexi *Vices* intra Vitrum post Reflectendum, æquales erant tum Longitudine tum Numero, *Vicibus* ejusdem Radii intra Vitrum ante Incidendum in Superficiem Reflectentem; Ac proinde, quando omnes quidem Radii omnium generum, tum cum in Vitrum ingrederentur, erant in Vice sua facilioris Transmissus; utiq; erant itidem in Vice facilioris Transmissus tum, cum ad eandem Superficiem post Reflectendum revertissent; & consequenter Transmittebantur iterum, exibantq; ad Annulum Album super Charta: Atq; hæc quidem causa est, quamobrem Annulus ille unam eandemq; haberet magnitudinem in singulis Coloribus, & in permixtione universorum Albus appareret. Atqui in aliis Annulis, quorum quidem Radii aliis Reflectuntur Angulis; utiq; Radii minime Refrangibiles, quoniam *Vicium* suarum Intervalla maxima habent, efficiunt ut Annuli, qui sint suo Colore, grandioribus quam cæteri augeantur vel minuantur intervallis, in Progressione sua utroque, ab Annulo illo Albo, sive ad exteriora versus, sive ad interiora; adeoque Annuli isto Colore, maximi sint extra, intra autem minimi: Atq; hæc quidem Causa est, quamobrem in Observatione proxime præmissa, cum Speculum illuminatum esset Lumine Albo, Annuli Exteriores, coloribus universis exhibiti, apparerent rubei extra, & cærulei intra; interiores autem, cærulei extra, & rubei intra.

Hæc sunt Phænomena crassiorum Vitri laminarum concavo-convexarum, quæ quidem una eademq; usquequaq; sint Crassitudine. Alia sunt earundem Phænomena, cum

eæ

eæ paulo craſſiores ſint ex una parte quam ex altera ; & alia adhuc, cum eæ magis minuſve concavæ ſint quam convexæ, vel cum ſint plano-convexæ, vel utrinq; convexæ: Etenim in iſtis omnibus caſibus, exhibent eæ Annulos quidem coloratos ; ſed varia ratione. Quæ quidem omnia, quatenus Ego quidem adhuc Obſervaverim, conſequuntur ex Propoſitionibus in Fine tertiæ Partis hujus Libri ſubjunctis ; adeoq; ad Veritatem Propoſitionum iſtarum confirmandam faciunt. Verum enimvero Phænomena illa, multipliciora ſunt ; & Computationes, quibus ea ex dictis Propoſitionibus deducuntur, perplexiores ; quam ut ea hoc in loco amplius perſequar. Satis habebo hanc Materiam eatenus Me in præſenti eſſe proſecutum, ut, quibus quidem ex cauſis id genus Phænomena oriantur, Invenerim ; hocq; Inveniendo, Propoſitiones in tertia Parte hujus Libri traditas ſatis Confirmarim.

O B S. XIII.

Ut Lumen reflexum a Lente Argento vivo faciem ſuam poſteriorem obtecta, exhibet Annulos Colorum ſupra deſcriptos: Ita id, tranſeundo itidem per Guttam Aquæ, ſimiles utiq; Colorum Annulos efficere debet. Nempe, inter primam Reflexionem Radiorum intra Guttam ; colorum alii Tranſmitti debent, ſicuti in Lente ; alii autem, Reflecti ad Oculum. Exempli gratia : Si Diameter guttulæ ſive globuli Aquæ, ſit circiter 500ma pars Unciæ ; ut adeo Radius rubeus, inter Tranſeundum per medium iſtum globulum, habeat intra globulum 250 Vices facilioris Tranſmiſſus; radii autem rubei omnes, qui radium illum medium certo interjecto intervallo ambiunt circumcirca, habeant intra globulum 249 Vices ; ſimileſq; radii omnes, majori quodam circumcirca interjecto intervallo, habeant 248 Vices ; radiiq; ſimiles, adhuc

huc

huc majori quodam circumcirca interjecto intervallo, 247 Vices; & ſic deinceps: Utiq; concentrici hi Radiorum circuli, poſt Tranſmiſſionem ſuam, Incidentes in Chartam Albam, depingent ſuper ea circulos rubeos concentricos; ita quidem, ſi id Luminis, quod per unum ſolum globulum Tranſmittatur, ſatis Forte ſit ut Senſu percipi queat: Et, ſimili ratione, Radii aliorum Colorum, Annulos itidem aliorum Colorum exhibebunt. Finge jam Die Sereno Solem collucere per tenuem Nubeculam ex iſtiuſmodi globulis Aquæ vel Grandinis conſtantem; globuloſq; iſtos eadem eſſe omnes magnitudine: Jamq; Sol per Nubeculam iſtam conſpectus, cinctus utiq; videbitur concentricis Colorum Annulis, talibus ac diximus; Eritq; Diameter primi Annuli rubei, graduum $7\frac{1}{4}$; ſecundi, graduum $10\frac{1}{4}$; & tertii, 12 33′; Et pro eo ut Aquæ globuli majores minoreſve fuerint, ita hi quoq; Annuli majores erunt facti vel minores. Hæc quidem eſt Theoria: Eiq; optime congruit Experientia. Etenim Menſe *Junio* 1692, Vidi per Reflexionem in Vaſe Aquæ ſtagnantis, tres *Halos*, Coronas, ſive Annulos coloratos circum Solem, ſpeciem præbentes trium parvarum Iridum, idemq; cum Sole Centrum habentes. Colores primæ ſive interioris Coronæ ſive *Halo*, erant cæruleus intra adverſus Solem, rubeus extra, & albus in medio inter cæruleum ac rubeum: Colores ſecundæ, erant purpureus ac cæruleus intra, extra rubeus palleſcens, & viridis in medio: Colores tertiæ, erant cæruleus palleſcens intra, & extra rubeus palleſcens. Hæ Coronæ, erant ſibi invicem proxime circumjectæ; adeo ut Colores ipſarum a Sole extrorſum, hoc eſſent continenter Ordine diſpoſiti: cæruleus, albus, rubeus; purpureus, cæruleus, viridis, flavus palleſcens, rubeus; cæruleus palleſcens, & rubeus palleſcens. Diameter ſecundæ Coronæ, dimenſa

ab

ab usq; medio flavi ac rubei ex una parte Solis, ad medium ejusdem Coloris ex altera parte, erat graduum 9⅓ circiter. Ad Diametros primæ atq; tertiæ dimetiendas, spatium temporis non habui: Videbatur autem Diameter primæ, esse circiter 5 aut 6 graduum; & tertiæ, circiter 12. Harum similes Coronæ, videntur nonnunquam & circum Lunam; Nam in principio *Anni* 1664, *Feb.* 19no. Vesperi, duas istiusmodi Coronas Lunam ambientes conspicatus sum. Diameter primæ, sive interioris, erat circiter trium graduum; & secundæ, circiter quinq; graduum cum dimidio. Proxime circum Lunam Circulus erat Albus; quem deinceps ambiebat Corona interior, quæ intra (proxime circulum illum Album) colore erat viridi subcæruleo, flavo autem ac rubeo extra; hancq; demum ambiebat Corona exterior, quæ colore erat cæruleo ac viridi intra, extra autem rubeo. Videbatur quoq; eodem tempore, *Halos*; intervallo graduum circiter 22, 35′, a Centro Lunæ: Erat ea Elliptica; ejusq; Diameter longior, perpendicularis erat Horizonti, in inferiore sui parte discedens longius a Luna. Audivi narratum, tres pluresve interdum Coronas colorum concentricas Lunam ex Ordine ambire visas fuisse. Utiq; quo magis æquales fuerint inter se Globuli antedicti Aquæ vel Glaciei; eo plures apparere debebunt Colorum coronæ; eoq; clariores videbuntur ipsarum Colores. Cæterum *Halos* illa, quæ Lunam intervallo graduum 22½ ambiebat, alius est generis. Equidem ex eo, quod illa Elliptica esset, longiusq; a Luna discederet in inferiore sui parte quam in superiore; colligere mihi videor, productam fuisse eam Refractione in Grandine aliqua vel Nive, Aeri innatante, & situ quidem ad Horizontem parallelo diffusa; Angulo Refringente, existente nimirum graduum circiter 58 vel 60.

OPTI-

OPTICES

LIBER TERTIUS.

Obſervationes circa Inflexiones Radiorum Luminis, & Colores inde generatos.

OBſervavit *Grimaldus*, ſi Solis Luminis Radius immittatur in Cubiculum tenebricoſum per Foramen perexiguum; futurum ut Umbræ corporum in iſto Lumine poſitorum, latiores ſint, quam deberent utiq; eſſe, ſi radii in rectis lineis prope corporum iſtorum extrema tranſirent; itemq; Umbras iſtas ternis inter ſe parallelis Luminis colorati limbis, faſciolis, ſive ordinibus, fimbriatas viſum iri: Verum ſi id foramen largius ſit factum; tum utiq; fimbrias illas in latitudinem ſe laxare, & inter ſe permiſceri invicem, ut adeo diſcerni amplius haud queant. Exiſtimarunt nonnulli, Umbras haſce latiores, fimbriaſq; coloratas, Ortum ſuum habere ex conſueta Aeris Refractione: At hi quidem de re haud ſatis explorata judicarunt: Etenim circumſtantiæ hujuſce Phænomeni, quatenus Ego quidem eas Obſervaverim, hujuſmodi fuerunt.

OBS. I.

In Lamella plumbea foramen exiguum Acicula feci, cujus latitudo eſſet $\frac{1}{42}$ Unciæ: Nam 21 quidem ejuſmodi acicularum in Ordinem compoſitæ, Semunciam explebant latitudine. Per id foramen immiſi in cubiculum meum tenebricoſum, Solis Luminis radium; comperiq; Umbras Capillorum, Filorum, Acicularum, Stramenti, alio-

aliorumq; id genus parvorum corporum, in illo Luminis radio poſitorum, multo eſſe latiores, quam deberent utiq; eſſe, ſi radii Luminis prope corporum iſtorum Extrema in lineis rectis tranſirent: Et nominatim Capillum humanum, cujus latitudo eſſet duntaxat $\frac{1}{280}$ Unciæ, in illo Lumine collocatum, intervallo circiter duodecim Pedum a Foramine, Umbram projeciſſe, quæ, intervallo quatuor Unciarum a Capillo, haberet in latitudinem $\frac{1}{60}$ partem Unciæ, hoc eſt, amplius quatuor partibus latior eſſet quam ipſe capillus; intervallo autem duorum Pedum a Capillo, haberet in latitudinem circiter $\frac{1}{28}$ Unciæ, hoc eſt, decem partibus latior eſſet quam ipſe Capillus; & intervallo decem Pedum, haberet in latitudinem $\frac{1}{8}$ Unciæ, hoc eſt, 35 partibus latior eſſet quam ipſe Capillus.

Nec refert utrum Capillus Aere circundatus ſit, an alia quavis materia pellucida. Etenim, cum laminam vitream perpolitam madefeciſſem, capillumq; in Aqua ſuper id vitrum poſuiſſem, aliamq; deinde laminam vitream perpolitam ſuperimpoſuiſſem, ut adeo Aqua repleret id omne Spatii quod inter Vitra interjaceret; Tenui laminas haſce in radio Luminis antedicto, ita ut Lumen per Vitra ad perpendiculum tranſiret; Jamq; Umbra Capilli, iiſdem iterum interjectis intervallis, eandem, ac ante, magnitudinem habebat. Porro Raſuræ, quæ forte in politis Vitri laminis ineſſent, Umbras itidem projiciebant, multo utique, quam fieri debuit, latiores: Itemq; Venæ in ejuſmodi politis Vitri laminis, Umbras latiores ſimiliter projiciebant. Quare nimia harum Umbrarum Latitudo, non utiq; ex Aeris Refractione, ſed omnino ex alia aliqua cauſa oriatur neceſſe eſt.

Sit igitur Circulus X, Capilli pars media: ADG, BEH, & CFI; tres radii, tranſeuntes prope unum la- *Fig.* 1.

 tus

tus extremum capilli, in diversis distantiis: K N Q, L O R, & M P S; alii tres radii, transeuntes prope alterum latus extremum capilli, in similibus distantiis: D, E, F, & N, O, P; loca ubi Radii Inflectuntur inter transeundum prope capillum: G, H, I, & Q, R, S; loca ubi Radii incidunt in Chartam G Q: I S, latitudo Umbræ capilli projectæ in Chartam: Et T I, V S; duo radii, transeuntes sine Inflectendo, (quum nimirum capillus submotus sit,) ad puncta I & S. Jam quidem manifestum est, Lumen id omne, quod inter binos illos radios T I & V S intervenit, Inflecti inter transeundum prope capillum, & detorqueri ex Umbra I S: Quippe siqua pars ejus Luminis non Inflecteretur; incideret utiq; in Chartam intra illam Umbram, eamq; ibi illuminaret; contra, quam Experientia comperimus. Et quoniam, quando Charta magno intervallo distet a Capillo, Umbra valde lata est; ideoq; radii T I & V S, magno intervallo distant inter se: sequitur utique, capillum Agere in Radios Luminis, etiam majusculo quidem interjecto intervallo præter se transeuntes. At vero Agit is fortius in Radios propius se transeuntes; eaq; Actio ita languescit gradatim, prout Radii majoribus interjectis intervallis transeunt; quomodo rem in Schemate expressam habes: Etenim hinc fit, ut Umbra capilli multo latior sit, pro ratione quidem distantiæ Chartæ a capillo, tum quum Charta propius a capillo distet, quam quum longius.

O B S. II.

Umbræ Corporum omnium, (Metallorum, Lapidum, Vitri, Ligni, Cornu, Glaciei, *&c.*) in hoc Lumine collocatorum, fimbriatæ erant ternis inter se parallelis Luminis colorati limbis, sive fasciis; Quarum quidem fimbriarum ea, quæ esset Umbræ contigua, latissima erat ac luminosissima; quæ autem ab Umbra maxime distaret,

ea

ea & anguſtiſſima erat, tamq; debilis, ut ægre cerni potuerit. Colores ipſarum difficile erat diſcernere & diſtinguere inter ſe; niſi quum Lumen exciperetur valde oblique Charta lævi, vel alio aliquo corpore albo, æquo ac plano; quod utiq; efficeret ut ii multo, quam alioqui, latiores apparerent. Tumq; Colores manifeſto ſe exhibebant conſpiciendos, hoc Ordine. Prima ſive interior Fimbria, colore erat violaceo ac cæruleo ſaturo, proxime Umbram; deinceps cæruleo claro, viridi, ac flavo, in media ſui parte; & rubeo, extra. Secunda Fimbria, ferme contigua erat primæ; & Tertia, ſecundæ; Ambæ autem, cæruleæ erant intra, & flavæ rubeæq; extra; verum Colores ipſarum languidi erant admodum, tertiæ præſertim. Colores itaq; ab uſq; Umbra, hoc erant Ordine diſpoſiti; Violaceus, indicus, cæruleus pallescens, viridis, flavus, rubeus; cæruleus, flavus, rubeus; cæruleus palleſcens, flavus palleſcens, & rubeus. Umbræ bullularum & raſurarum, quæ forte in politis laminis Vitri ineſſent, erant itidem ſimilibus Luminis colorati limbis fimbriatæ. Item, ſi laminæ Vitreæ, quales ad Specula ſolent adhiberi, ſectæ Adamante in Obliquum prope Extrema ſua, collocentur in antedicto Luminis radio; utiq; id Lumen, quod per parallelas tranſibit Vitri facies, fimbriatum erit iſtiuſmodi Colorum limbis, qua parte eæ planæ facies committuntur cum planitie illa in Obliquum ſecta Adamante; hocq; pacto apparebunt nonnunquam quatuor vel quinque Fimbriæ Colorum. Sint videlicet AB, CD, Facies Speculi parallelæ; & BD, planities ſecta in Obliquum Adamante, quæ ſcilicet cum facie AB in Angulo valde obtuſo committatur ad B. Tranſeat jam id omne Lumen, quod inter radios ENI & FBM intervenit, recta per planas Vitri facies inter ſe parallelas, incidatq; in Chartam inter I & M; *Fig. 2.*

Mm 2 quodq;

quodq; inter radios GO & HD intervenit, refringatur id omne per planitiem BD in obliquum sectam Adamante, incidatq; in Chartam inter K & L: Jamq; Lumen id, quod transit recta per planas Vitri facies inter se parallelas, inciditq; in Chartam inter I & M; fimbriatum erit tribus pluribusve limbis colorum, ad M. Simili deniq; ratione, siquis Solem per Plumam vel Tæniam nigram oculo proxime applicatam intueatur; videbit is multos Arcus coloratos; Umbris nimirum, quas Fibræ vel Fila illa tenuia in *Tunicam Retinam* projiciunt, ejusmodi Fimbrias colorum sibi adjunctas habentibus.

OBS. III.

Quum Capillus distaret a Foramine, intervallo duodecim Pedum; incideretq; Umbra ejus oblique in planam albamq; *Scalam Unciarum partiumq; Unciæ*, ultra capillum intervallo semipedali collocatam; itemq; eadem Umbra exciperetur deinceps ad perpendiculum super eadem *Scala*, interjecto Pedum novem intervallo; Dimensus sum latitudinem Umbræq; & Fimbriarum, quam potui accuratissime; inveniq; eas *Partibus Unciæ* descriptas, hujusmodi esse.

Intervallo

	Intervallo semipedali.	*Intervallo novempedali.*
Latitudo Umbræ.	$\frac{1}{54}$	$\frac{1}{9}$
Spatium quod inter medias partes luminis clariſſimi fimbriarum interiorum ex utraq; parte Umbræ interjaceret.	$\frac{1}{38}$ vel $\frac{1}{39}$	$\frac{7}{50}$
Spatium quod inter medias partes luminis clariſſimi fimbriarum mediarum ex utraq; parte Umbræ interjaceret.	$\frac{1}{23\frac{1}{2}}$	$\frac{4}{17}$
Spatium quod inter medias partes luminis clariſſimi fimbriarum exteriorum ex utraq; parte Umbræ interjaceret.	$\frac{1}{18}$ vel $\frac{1}{18\frac{1}{2}}$	$\frac{3}{10}$
Spatium quod inter medias partes luminis clariſſimi fimbriarum primæ & ſecundæ interjaceret.	$\frac{1}{120}$	$\frac{1}{21}$
Spatium quod inter medias partes luminis clariſſimi fimbriarum ſecundæ & tertiæ interjaceret.	$\frac{1}{170}$	$\frac{1}{31}$
Latitudo partis lucidæ (ſcilicet colorum viridis, albi, flavi, ac rubei,) fimbriæ primæ.	$\frac{1}{170}$	$\frac{1}{32}$
Latitudo Spatii obſcurioris, inter fimbrias primam & ſecundam.	$\frac{1}{240}$	$\frac{1}{45}$
Latitudo partis lucidæ, fimbriæ ſecundæ.	$\frac{1}{290}$	$\frac{1}{55}$
Latitudo Spatii obſcurioris, inter fimbrias ſecundam & tertiam.	$\frac{1}{340}$	$\frac{1}{63}$

Has

Has menſuras collegi, excipiendo Umbram capilli adeo Oblique ſuper *Scalam* intervallo ſemipedali objectam, ut illa duodecim partibus latior appareret, quam cum ad perpendiculum in eandem Scalam eodem interjecto intervallo incideret; tumq; deinceps Inſcribendo in Tabula, partes duodecimas latitudinum eo modo obſervatarum.

O B S. IV.

Quum Umbra Fimbriæq; projicerentur Oblique ſuper corpus album, æquum atq; planum; idq; corpus ab Capillo removeretur gradatim; Fimbria prima Senſu percipi cæpta eſt, clariorq; lumine reliquo videri, intervallo minore quam *Quartæ partis Unciæ unius* ab Capillo; & linea obſcura ſive parva umbra inter primam illam & ſecundam fimbriam, cerni cæpta eſt intervallo minore *Tertiæ partis Unciæ*. Fimbria ſecunda ſub aſpectum venire cæpit, intervallo minore *Unciæ dimidiatæ*; & umbra inter ſecundam illam ac tertiam fimbriam, intervallo minore quam *Unciæ integræ*; & tertia ipſa fimbria, intervallo minore *trium Unciarum*. Majoribus deinceps interjectis ab Capillo intervallis, multo adhuc manifeſtius ſub Senſum ceciderunt hæ fimbriæ; attamen eaſdem quam proxime latitudinum ſuarum intervallorumq; retinebant proportiones, ac quum apparerent primum. Etenim diſtantia inter mediam partem primæ fimbriæ, ac ſecundæ; ad diſtantiam inter mediam partem ſecundæ, ac tertiæ; erat ut tria ad duo, vel decem ad ſeptem: Harumq; duarum diſtantiarum poſterior, æqualis erat latitudini Luminis clari, ſive partis luminoſæ, Fimbriæ primæ: Eaq; latitudo, ad lati-

latitudinem Luminis clari Fimbriæ ſecundæ, erat ut ſeptem ad quatuor ; & ad intervallum obſcurum fimbriarum primæ ac ſecundæ, ut tria ad duo ; & deniq; ad ſimile intervallum obſcurum fimbriarum ſecundæ ac tertiæ, ut duo ad unum. Videbantur enim Fimbriarum latitudines, eſſe in Progreſſione Numerorum 1, $\sqrt{\frac{1}{3}}$, $\sqrt{\frac{1}{5}}$; earumq; intervalla in eadem eſſe utiq; Progreſſione, ac ipſæ; hoc eſt, fimbriæ ipſæ ſimulq; earum intervalla, eſſe in continua Progreſſione Numerorum 1, $\sqrt{\frac{1}{2}}$, $\sqrt{\frac{1}{3}}$, $\sqrt{\frac{1}{4}}$, $\sqrt{\frac{1}{5}}$, quamproxime. Atq; hæ quidem Proportiones eædem fere permanſerunt, in omnibus diſtantiis a Capillo: Nam Intervalla obſcura fimbriarum, pro ratione quidem fimbriarum ipſarum, æque lata erant tum, cum primum apparerent, ac quum poſtea longe diſtarent a Capillo ; quamvis non æque tenebroſa utique, et diſtincta.

O B S. V.

Cum Sol in Cubiculum meum tenebricoſum per Foramen $\frac{1}{4}$ Unciæ latum colluceret ; collocavi, interjecto duorum triumve Pedum intervallo, plagulam Chartæ conſpiſſatæ, denigratam ex utraq; ſui parte, & in cujus medio foramen erat quadratum circiter $\frac{3}{4}$ Unciæ quoquoverſus, per quod Radius Solis tranſmitteretur. Tum deinde ad id foramen Laminam Cultri præacuti Chartæ iſti conſpiſſatæ ita agglutinavi Pice, ut ea Luminis per foramen tranſmiſſi partem aliquam interciperet. Erant autem *Plana* Chartæ conſpiſſatæ & Laminæ Cultri, parallela inter ſe, & radiis luminis ad perpendiculum objecta. Jamq; cum hæc ita eſſent collocata, ut nihil Luminis in ipſam chartam conſpiſſatam incideret, ſed tranſmitteretur radius totus per foramen ad Cultrum,

trum, ibiq; partim incideret in laminam cultri, partim prope aciem ejus transiret; Excepi luminis partem eam, quæ prope aciem Cultri transierat, super charta alba deinceps, intervallo duorum triumve Pedum, ultra Cultrum collocata; ibiq; vidi duas Luminis languidioris radiationes, utroq; versus e Luminis Radio illo in Umbram, tanquam Caudas Cometarum, se emittentes. Verum, quoniam directum Solis Lumen, nimia sua claritate super Chartam, obscurabat languidiores hasce radiationes, adeo ut ægre eas discernere potuerim; pertudi adhuc & hanc Chartam, ut Solis lumen & illic per parvum foramen transmissum, incideret demum in pannum nigrum ulterius collocatum; jamq; binas illas radiationes super charta, manifesto admodum sum conspicatus. Erant eæ consimiles plane inter se; & propemodum pares etiam longitudine ac latitudine, & quantitate Luminis. Lumen ipsarum, qua parte id directo Solis Lumini adjacebat, satis erat Forte, circiter ad $\frac{1}{4}$ vel $\frac{1}{2}$ Unciæ; indeque, pro eo ac a directo illo Lumine recedebat, minuebatur gradatim, usquedum penitus ad Sensum evanesceret. Tota longitudo utriusvis harum radiationum, dimensa super Chartam intervallo trium Pedum a Cultro, erat circiter sex vel octo Unciarum; adeoq; subtendebat Angulum ad aciem Cultri, circiter 10 vel 12 vel summum 14 graduum. Nonnunquam tamen videbar mihi videre, lumen ipsarum ad tres vel quatuor gradus adhuc ulterius se emittere; verum adeo valde languidum illud, ut & id vix discernere potuerim, & etiam suspicatus sim insuper, posse id forsitan oriri (ex parte saltem) alia aliqua ex causa, quam duas ipsas videlicet radiationes. Etenim collocans Oculum meum eo in lumine, ultra extremitatem radiationis illius quæ esset post tergum cultri; oculumq; dirigens ad Cul-

Cultrum; discernere poteram super Acie ejus, lineam quandam Luminosam: Idq; non modo cum Oculus meus in eadem situs esset linea cum ipsis radiationibus illis; verum etiam cum extra lineam istam positus esset, sive ad mucronem cultri, sive ad manubrium versus. Videbatur linea illa Luminosa, contigua esse Aciei Cultri; angustiorq; erat, quam Lumen fimbriæ interioris; & angustissima quidem tum est visa, cum Oculus meus a directo Lumine longissime distaret; ideoq; transire videbatur inter lumen fimbriæ illius interioris, ac aciem ipsam cultri; quæq; ejus pars proxime Aciem transiret, eam esse maxime inflexam, quanquam non quidem omnem.

OBS. VI.

Collocavi alium Cultrum prope priorem, ita ut Acies ipsorum parallelæ essent inter se, & invicem obversæ; radiusq; luminis incideret in ambos simul cultros, ejusq; pars aliqua inter Acies ipsorum transmitteretur. Cumq; Acies ipsorum distarent jam inter se circiter $\frac{1}{400}$ parte Unciæ; Radius inter Acies transmissus dispertivit se medium in binas partes, Umbramq; reliquit binis istis sui partibus interjacentem. Umbra illa adeo nigra erat & tenebrosa, ut Lumen id omne prorsus, quod inter Cultros transiret, inflexum videretur, & vel in hanc vel in illam partem detortum. Et prout Cultri ad se invicem propius admoverentur; ita Umbra illa latior erat facta, radiationesq; antedictæ contrahebant sese in brevitatem ab interioribus suis extremitatibus propius Umbram; donec, cum Cultri tandem se inter se contingerent, Lumen totum penitus evanesceret in Umbram.

 Atq;

Atq; hinc quidem id colligo ; utiq; Luminis illud, quod eſt minus inflexum, proficiſciturq; ad interiores radiationum extremitates, tranſire videlicet præter Cultrorum Acies majuſculo interjecto intervallo ; idq; intervallum ſcilicet, tum quum Umbra inter binas illas radiationes apparere incipit, eſſe circiter $\frac{1}{800}$ partem Unciæ : Quod autem Luminis tranſit propius & propius Acies Cultrorum ; id utiq; magis adhuc magiſq; eſſe inflexum, proficiſciq; ad eas videlicet radiationum partes, quæ ſint a directo Lumine longius longiuſq; remotæ ; Quippe, quando Cultri ad ſe invicem propius admoveantur uſque dum contingant plane inter ſe, eæ ſemper radiationum partes evaneſcunt poſtremæ, quæ fuerint a directo Lumine maxime remotæ.

O B S. VII.

In Quinta Obſervatione, Fimbriæ non apparebant ; ſed, propter nimiam Foraminis in Feneſtra latitudinem, adeo latæ erant factæ, ut ſibi invicem intermiſcerentur, adeoq; in unum coirent continuum Lumen in principio radiationum. Verum in Sexta Obſervatione, prout Cultri ad ſe mutuo admoverentur propius, paulo antequam Umbra inter binas radiationes appareret, cerni cæptæ ſunt Fimbriæ ab interioribus extremitatibus radiationum ex utraq; parte directi Luminis ; tres videlicet ex una parte, factæ ab acie unius cultri ; & tres ex altera parte, factæ ab acie alterius cultri. Diſtinctiſſimæ tum erant, cum Cultri a Foramine in Feneſtra maximo diſtarent intervallo ; & quanto anguſtius factum eſſet id foramen, tanto adhuc diſtinctiores videbantur iſtæ Fimbriæ ; adeo ut, ultra ternas ſupra memoratas, cernere nonnunquam potuerim languidum

ali-

aliquod indicium etiam quartæ. Porro, pro eo ac Cultri propius ad se invicem admoverentur; ita Fimbriæ distinctiores perpetuo amplioresq; evadebant, usquedum evanescerent. Prima omnium evanescebat fimbria exterior, deinde media, postremo interior. Cumq; omnes porro evanuissent; lineaq; luminosa intermedia, valde lata esset facta, extendens sese utroq: in radiationes illas in Quinta supra Observatione memoratas; Cœpit deinceps apparere Umbra antedicta in medio hujus lineæ, eamq; mediam divisit in binas lineas luminosas, ipsaq; augebatur porro usque, donec totum Lumen evanesceret. Utiq; tanta erat hæc Fimbriarum amplificatio, ut radii qui ad Fimbriam interiorem proficiscuntur, viderentur amplius viginti partibus Magis esse inflexi tum, quum illa prope esset ut evanesceret, quam quum Cultrorum alter esset submotus.

Atq; ex hac quidem & superiore Observationibus inter se collatis, id colligo: utiq; Lumen primæ Fimbriæ transiisse præter Cultri Aciem, interjecto intervallo majore quam $\frac{1}{800}$ *partis Unciæ*; lumenq; secundæ Fimbriæ transiisse majore intervallo interjecto, quam fecerat lumen primæ; lumenq; tertiæ, majori adhuc intervallo quam lumen secundæ; lumen autem Radiationum illarum in Quinta & Sexta Observationibus descriptarum, transiisse propius Cultrorum Acies, quam fecerat ulla Fimbriarum.

OBS. VIII.

Cum duos Cultros ita acui jussissem, ut Acies eis admodum exactæ atq; rectæ essent datæ; mucronesq; ipsorum ita in Tabulam infixissem, ut Acies eorum & essent invicem obversæ, & concurrentes prope a Mu-

 cronibus

cronibus Angulum rectilineum continerent inter se; Manubria eorum deinceps, interposita Picis massula, interjunxi; ne posset Angulus iste torquendo variari. Distantia Acierum Cultrorum inter se, intervallo quatuor Unciarum a puncto Angulato ubi Acies istæ concurrebant, erat $\frac{1}{8}$ Unciæ; ideoq; Angulus, quem Acies inter se concurrentes continerent, erat circiter gradus 1, 54′. Cultros hoc modo conjunctos, collocavi in radio Solis immisso in Cubiculum meum tenebricosum per foramen $\frac{1}{42}$ parte Unciæ latum; collocabam autem eos ita, ut intervallo decem vel quindecim Pedum ab isto foramine distarent: Jamq; Excipiens id Lumen, quod inter Acies Cultrorum transmitteretur, valde oblique super Normam albam ac lævem, intervallo Semunciæ vel Unciæ a Cultris; vidi ibi fimbrias, quas effecerunt binæ Cultrorum Acies, porrectas secundum extremas cultrorum umbras, in lineis ad umbrarum istarum extremitates parallelis, nec quicquam (quod quidem Sensu percipi posset) se in latitudinem laxantes, donec concurrerent tandem in Angulis qui essent æquales Angulo isti quem continerent inter se binæ cultrorum Acies; ubi autem ita concurrebant & coibant, ibi sine decussando penitus terminabantur. Verum si Norma jam multo majori intervallo a Cultris distaret; fimbriæ exinde latiores fiebant aliquanto, prout ad se invicem propius accedebant; cumq; coirent, decussabantur deinceps, multoque quam antea fiebant usq; latiores.

Unde id colligo; utiq; distantias, quibus fimbriæ præter Cultrorum Acies transeunt, non augeri vel immutari appropinquatione mutua Cultrorum inter se; verum Angulos quidem, in quibus Radii ibi inflectuntur, multum augeri ista Cultrorum appropinquatione;

Cul-

Cultrumq; qui ſit propior alicui radio, eum quidem determinare quam in partem inflectendus ſit iſte radius ; cultrum autem alterum, ei inflexionem iſtam adaugere.

O B S. IX.

Cum Radii inciderent valde oblique ſuper Normam, intervallo $\frac{1}{3}$ Unciæ a Cultris ; Linea obſcura inter primam & ſecundam Fimbriam Umbræ Cultri unius, & linea obſcura inter primam & ſecundam Fimbriam Umbræ Cultri alterius, concurrebant inter ſe, intervallo $\frac{1}{5}$ Unciæ ab extremo illo Lumine quod inter Cultros in Acierum ſuarum concurſu tranſmittebatur. Ideoq; diſtantia Acierum Cultrorum inter ſe, qua parte hæ lineæ obſcuræ concurrebant, erat $\frac{1}{160}$ pars Unciæ. Nam ut quatuor Unciæ, ad $\frac{1}{8}$ partem Unciæ : ita eſt quævis longitudo Acierum Cultrorum, a puncto concurſus ſui dimenſa ; ad diſtantiam Acierum iſtarum inter ſe, qua parte eæ interjecto longitudinis iſtius intervallo a puncto concurſus diſtant : nimirum ita eſt $\frac{1}{5}$ pars Unciæ, ad $\frac{1}{160}$ partem Unciæ. Itaq; Lineæ illæ obſcuræ ſupra memoratæ, concurrunt in medio ejus Luminis, quod inter Cultrorum Acies tranſmittitur qua parte eæ diſtant inter ſe $\frac{1}{160}$ partem Unciæ : Parſq; dimidia ejus Luminis tranſit præter Aciem Cultri unius, intervallo non majore $\frac{1}{320}$ partis Unciæ ; incidenſq; in Chartam, exhibet ibi fimbrias Umbræ Cultri iſtius : Pars autem altera dimidia ejus Luminis, tranſit præter Aciem Cultri alterius, intervallo itidem non majori $\frac{1}{320}$ partis Unciæ ; incidenſq; in Chartam, exhibet ibi fimbrias Umbræ Cultri alterius. Verum ſi Charta illa, qua radii excipiantur, diſtet a Cultris intervallo majori quam $\frac{1}{3}$ partis

partis Unciæ; utiq; lineæ obſcuræ ſupra memoratæ, concurrent jam inter ſe majori intervallo, quam $\frac{1}{100}$ partis Unciæ, ab extremo illo Lumine quod inter Cultros in Acierum ſuarum concurſu tranſmittitur; ideoq; lumen quod incidit in Chartam qua parte Lineæ iſtæ obſcuræ concurrunt inter ſe, tranſmittitur jam ipſum quidem inter Cultros qua parte Acies ipſorum diſtant inter ſe amplius $\frac{1}{100}$ parte Unciæ.

Etenim alio quodam tempore, cum iidem bini Cultri collocati eſſent intervallo octo Pedum ac quinq; Unciarum a parvo foramine in Feneſtra, quod Acicula (ut ſupra) feceram; Lumen quod incidebat in Chartam qua parte Lineæ obſcuræ ſupra memoratæ concurrebant inter ſe, tranſmiſſum erat tunc inter Cultros qua parte Acies ipſorum diſtarent inter ſe intervallis in ſequenti Tabula expreſſis, quum nimirum Charta a Cultris diſtaret intervallis in eadem itidem Tabula adſcriptis.

Diſtantiæ

Distantiæ Chartæ a Cultris, mensura Unciaria expressæ.	*Distantiæ Acierum Cultrorum inter se, partibus Unciæ millesimis expressæ.*
$1\frac{1}{2}$	0'012.
$3\frac{1}{3}$.	0'020.
$8\frac{3}{5}$.	0'034.
32.	0'057.
96.	0'081.
131.	0'087.

Atq; hinc quidem id colligo ; Lumen, quod Fimbrias exhibet super Charta, non utiq; idem esse Lumen in omnibus distantiis Chartæ a Cultris ; sed quum Charta propius ad Cultros admota sit, tum utiq; fimbrias oriri ex radiis qui & propius præter Acies Cultrorum feruntur, & Inflectuntur Magis, quam quum Charta majori interjecto intervallo a Cultris distet.

O B S. X.

Quum Cultrorum Umbrarum Fimbriæ inciderent ad perpendiculum super Chartam magno intervallo objectam ; videbantur eæ Hyperbolarum forma ac specie, mensurasq; habebant illas quæ sequuntur. Sint C A & C B, lineæ super Chartam ductæ, Cultrorum aciebus parallelæ, & inter quas Lumen Omne inter Cultros transmissum incideret utiq;, si id inter Cultrorum Acies plane sine Inflectendo foret transmissum : *Fig. 3.*

Sitq;

Sitq; DE, linea recta per punctum C ducta; qua & Anguli ACD, BCE, inter ſe fiant æquales; & Lumen id omne, quod incidit in Chartam a Puncto ubi Cultrorum Acies concurrunt, terminetur: Porro, ſint *e i s*, *f k t*, & *g l v*, tres lineæ hyberbolicæ, repræſentantes Terminum Umbræ Cultri unius, lineam obſcuram inter Fimbrias primam & ſecundam iſtius Umbræ, & lineam obſcuram inter Fimbrias ſecundam et tertiam ejuſdem Umbræ: & *x i p*, *y k q*, & *z l r*, aliæ tres lineæ hyberbolicæ, repræſentantes Terminum Umbræ Cultri alterius, lineam obſcuram inter Fimbrias primam & ſecundam Umbræ iſtius, & lineam obſcuram inter Fimbrias ſecundam & tertiam ejuſdem Umbræ. Finge tres haſce Hyperbolas, ſimiles & æquales eſſe tribus prioribus, eaſq; in tranſverſum ſecare in punctis *i*, *k*, & *l*; Umbraſq; Cultrorum terminari, & a primis fimbriis luminoſis diſtingui, per lineas *e i s* & *x i p*; uſq; eo donec fimbriæ illæ inter ſe concurrant, & ſeſe mutuo in tranſverſum ſecent; tumq; deinde lineas iſtas Fimbriis ipſis incurrere, & tanquam totidem lineas tenebroſas ſecare eas in obliquum, Terminantes deinceps primas luminoſas fimbrias ab interiore ſui parte, eaſq; diſtinguentes ab alio quodam lumine, quod incipit porro apparere in *i*, illuminatq; totum ſpatium triangulum *i p* D E *s*, definitum lineis illis obſcuris & linea recta DE. Jam quidem harum Hyperbolarum Aſymptotos una, eſt linea ipſa DE; alteræ autem earundem Aſymptoti, parallelæ ſunt lineis CA & CB. Sit igitur *r v* linea ducta ubivis ſuper Chartam, parallela Aſymptoto DE; ſecetq; hæc linea lineas rectas AC in *m* & BC in *n*, & lineas ſex Hyperbolicas obſcuras in punctis *p*, *q*, *r*, *s*, *t*, *u*: Jamq; dimetiendo diſtantias *p s*, *q t*, *r v*; indeq; colligendo Longitudines Ordina-

dinatarum *n p*, *n q*, *n r*, vel *m s*, *m t*, *m v*; idq; in diversis distantiis lineæ *r v* ab Asymptoto D E; utiq; invenire poteris quot libuerit puncta harum Hyperbolarum; indeq; intelligere, lineas hasce curvas, esse utiq; Hyperbolas, parum admodum distantes ab Hyperbolis conicis: Item dimetiendo lineas C *i*, C *k*, C *l*; invenire poteris alia harum curvarum puncta.

Exempli gratia: Cum Cultri distarent a Foramine in Fenestra, decem pedibus; chartaq; a Cultris, pedibus novem; Angulusq; quem continebant inter se Cultrorum Acies, cui nimirum æqualis est Angulus A C B, subtenderetur Chorda quæ esset ad Semidiametrum ut 1 ad 32; lineaq; *r v* distaret ab Asymptoto D E, Uncia dimidiata: Dimensus sum lineas *p s*, *q t*, *r v*; inveniq; eas, 0'35, 0'65, 0'98 partes Unciæ comparate; Addendoq; ad earum dimidias lineam ½ *m n*, (quæ hic erat $\frac{1}{128}$ pars Unciæ, sive 0'0078;) Summæ *n p*, *n q*, *n r*, erant 0'1828, 0'3328, 0'4978 Unciæ. Dimensus sum quoq; distantias Fimbriarum, quæ porrigebant se inter *p q* & *s t*, *q r* & *t v*, & proxime ultra *r* & *v*; qua parte nimirum Lumen ipsarum cujusq; clarissimum erat; Inveniq; eas 0'5, 0'8, & 1'17 Uncias.

O B S. XI.

Cum Sol in Cubiculum meum tenebricosum colluceret per parvum rotundum foramen, quod in lamina plumbea feceram tenui Acicula, ut supra; collocavi ad id foramen Prisma, quo Lumen refringeretur, depingeretq; super opposito Pariete Imaginem coloratam talem, qualem in tertio Experimento primæ Partis primi Libri descripsimus. Tumq; Inveni Umbras corporum

omnium in lumine illo colorato inter Prisma & Parietem collocatorum, Fimbrias sibi habere ejus solummodo Coloris, qui esset Luminis in ista corpora eo tempore projecti. In Lumine rubeo saturo, Fimbriæ hæ erant ex toto rubeæ; nihil quicquam habentes, quod quidem Sensu percipi posset, coloris cærulei aut violacei. Contra, in Lumine cæruleo saturo, erant eædem ex toto cæruleæ; nihil sibi habentes, quod quidem Sensu percipi posset, coloris rubei vel flavi. Similiter, in viridi Lumine, erant eædem ex toto virides; excepto quod paululum tum in eis inesset coloris flavi ac cærulei, qui nimirum colores in viridi Prismatis Lumine erant adhuc aliqua portione admixti. Porro, Comparans inter se Fimbrias in Luminibus diversorum Colorum exhibitas; Observavi eas, quæ essent in Lumine rubeo exhibitæ, omnium esse maximas; quæ in Lumine violaceo, minimas; quæq; in Lumine viridi, magnitudine intermedias. Etenim, cum Fimbrias, quæ capilli humani Umbræ adhærerent, dimetirer in transversum Umbræ, intervallo sex Unciarum a Capillo; distantia inter partem mediam sive luminosissimam primæ sive interioris Fimbriæ ex una parte Umbræ, & partem eandem Fimbriæ consimilis ei ex opposito respondentis ex altera parte Umbræ, erat, in Lumine quidem rubeo saturo, $\frac{1}{37\frac{1}{2}}$ pars Unciæ; in Lumine autem violaceo saturo, $\frac{1}{46}$. Item similis distantia inter medias sive luminosissimas partes secundarum Fimbriarum, ex utraq; parte Umbræ, erat, in Lumine quidem rubeo saturo, $\frac{1}{22}$; in violaceo autem, $\frac{1}{27}$ pars Unciæ. Atq; hæ quidem Distantiæ Fimbriarum inter se, eandem plane proportionem retinebant in omnibus distantiis a Capillo

pillo, ſine ulla variatione quæ quidem Senſu percipi potuerit.

Itaq; Radii, ex quibus Fimbriæ iſtæ compoſitæ erant in Lumine rubeo, tranſibant præter Capillum majori interjecto intervallo, quam ii, ex quibus ſimiles compoſitæ erant Fimbriæ in Lumine violaceo. Quare Capillus, in Fimbriis iſtis conformandis, *Agebat* ſimiliter in Lumen rubeum, ſive Radios minime refrangibiles majori interjecto intervallo; ac in Lumen violaceum, ſive radios maxime refrangibiles, minori interjecto intervallo: Suaq; iſta videlicet *Actione*, digerebat Lumen rubeum in Fimbrias ampliores, violaceum in parviores, radioſq; coloribus intermediis in Fimbrias magnitudinibus comparate intermediis; Nihil interim omnino immutato Luminis ullum genus Colore.

Quum igitur Capillus in prima ac ſecunda harum Obſervationum, collocatus eſſet in Radio Albo Luminis Solaris; umbramq; projiceret, ternis Luminis colorati limbis fimbriatam; utiq; Colores iſti non oriebantur ex novis ullis modificationibus, quas Capillus ſcilicet radiis Luminis impreſſerit; ſed ex variis duntaxat Inflexionibus, quibus radii diverſorum generum a ſe invicem ſepararentur; qui quidem radii ante ſeparandum, compoſuerant, permixtione colorum ſuorum omnium inter ſe, Radium Album Luminis Solaris; verum quandocunq; ſint a ſe invicem ſeparati, conſtituunt Lumina diverſis illis coloribus, quibus ii exhibendis ſinguli Natura apti ſunt facti. In hac Undecima Obſervatione, ubi Colores jam erant ante a ſe invicem ſeparati, quam Lumen præter Capillum tranſiret; radii minime refrangibiles, qui, quandocunq; ſint a reliquis ſeparati, colorem rubeum exhibent, Inflectebantur majori jam intervallo diſtantes a Capillo;

 adeo

adeo ut ii ternas fimbrias rubeas exhiberent, majori intervallo distantes a media parte Umbræ Capilli: Radii autem maxime Refrangibiles, qui, quandocunq; sint a reliquis separati, colorem violaceum exhibent, Inflectebantur minori jam intervallo distantes a Capillo; adeo ut hi ternas fimbrias violaceas exhiberent, minori intervallo distantes a media parte Umbræ Capilli: Et Radii intermediis Refrangibilitatis gradibus, Inflectebantur intermediis jam intervallis distantes a Capillo; adeo ut illi Fimbrias intermediis coloribus exhiberent, intermediis intervallis distantes a media parte Umbræ Capilli. In Secunda autem Observatione, ubi Colores universi permixti sunt inter se in Lumine Albo prope Capillum jam transeunte; Colores illi separantur ibidem per varias Radiorum Inflexiones; Fimbriæque, quas ii singuli exhibent, apparent simul Omnes; Fimbriæq; interiores, contiguæ existentes inter se, conficiunt unam Fimbriam latam, ex coloribus universis Ordine dispositis constantem; colore violaceo nimirum jacente ab interiori parte fimbriæ, proxime Umbram; rubeo ab exteriori parte fimbriæ, remotissime ab Umbra; & cæruleo, viridi, ac flavo, in media parte fimbriæ: Item Fimbriæ mediæ, ex coloribus singulis Ordine itidem dispositis constantes, & contiguæ jacentes inter se, conficiunt similiter aliam Fimbriam latam, ex Coloribus universis compositam: Fimbriæq; exteriores denique, ex coloribus singulis Ordine dispositis constantes, & contiguæ jacentes inter se, conficiunt tertiam Fimbriam latam, ex universis itidem coloribus compositam. Hæ sunt ternæ illæ Fimbriæ Luminis colorati, quibus in secunda Observatione Corporum omnium Umbræ Terminantur.

Cum

Cum præmissas Observationes facerem, statueram mecum plerasq; earum majori cum accuratione iterare, aliasq; aliquas de novo insuper adjicere; quo id nimirum exploratum tandem haberemus, quem in modum & qua ratione Radii Luminis Inflectantur inter Transeundum prope Corporum omnium Extrema, ad conficiendas Fimbrias illas coloratas cum lineis suis obscuris interjectis. Verum ab hisce studiis Tum forte Avocatus sum; & non possum id Nunc in Animum meum inducere, ut ad studia hæc intermissa iterum me referam. Quare, cum hanc Instituti mei partem non absolverim; Concludam; Proponendo solummodo Quæstiones aliquas, quibus Alii postea in hac Materia ulterius prosequenda dirigi queant.

Quæstio 1. Annon Corpora *Agunt* in Lumen, interjecto aliquo intervallo; suaq; illa Actione, Radios ejus Inflectuut? Eoq; fortior *(cæteris Paribus)* est illa Actio, quo id intervallum est Minus?

Qu. 2. Annon Radii, qui differunt inter se Refrangibilitate, iidem Flexibilitate quoq; inter se differunt? & diversis suis singulorum Inflexionibus ita porro a se invicem Separantur, ut Ordinatim exinde in ternas illas Fimbrias coloratas digerantur, supra memoratas? *Item*, Quemnam in Modum Inflectuntur Radii, ad Fimbrias illas conformandas?

Qu. 3. Annon Radii Luminis, inter Transeundum prope Corporum Extremitates, Inflectuntur sæpius ultro citroque, Motu quodam undante ac sinuoso? Ternæq; Luminis colorati Fimbriæ supra memoratæ, ex ternis istiusmodi Inflexionibus oriuntur?

Qu. 4. Annon Radii Luminis, qui, in Corpora Incidentes, Reflectuntur vel Refringuntur, Inflecti incipiunt ante-

antequam ad Corpora ipſa perveniunt? Et Reflectuntur, Refringuntur, atq; Inflectuntur, una eademq; Vi, varie ſe in variis circumſtantiis exerente?

Qu. 5. Annon Corpora ac Lumen Agunt in ſe mutuo; Corpora videlicet in Lumen, emittendo id, Reflectendo, Refringendo, & Inflectendo; Lumen autem in Corpora, ad ea calefacienda ſcilicet, Motumq; vibrantem, in quo Calor conſiſtit, in Partibus ipſorum excitandum?

Qu. 6. Annon Corpora Nigra Calorem de Lumine ideo facilius, quam Corpora colorata, concipiunt; quia Luminis id, quod in illa Incidit, non Reflectitur extra, ſed Ingreditur in ipſa corpora, intraq; ea Reflectitur ac Refringitur ſæpius atq; iterum uſq; eo, donec reſtinguatur penitus & intercidat?

Qu. 7. Annon ejus Actionis, quæ mutua eſt inter Lumen & Corpora Sulphuroſa, Vis illa fortior & validior ſuperius memorata, partim in Cauſa eſt, quamobrem Corpora Sulphuroſa Ignem adeo concipiant facilius, & vehementius Ardeant, quam alia Corpora?

Qu. 8. Annon Corpora omnia Fixa, quum ſint ultra certum gradum Calefacta, emittunt Lumen & ſplendent? Eaq; Luminis emiſſio, per Motus Vibrantes partium ſuarum efficitur?

Qu. 9. Annon Ignis, corpus eſt eouſq; calefactum, ut copioſius Lumen emittat? Quid enim aliud eſt Ferrum Candens, niſi Ignis? Quidve aliud eſt Carbo Candens, niſi Lignum eouſq; calefactum, ut id Lumen emittat?

Qu. 10. Annon Flamma, vapor eſt, fumus, ſive exhalatio candefacta; hoc eſt, calefacta uſq; eo, ut Lumen emittat? Corpora enim Flammam non concipiunt, niſi ſi emittant Fumum copioſum; qui porro Fumus, ardet in Flamma. *Ignis Fatuus* eſt Vapor ſine Calore lucens: Et nonne eadem differentia eſt, inter iſtum Vaporem & Flam-

Flammam; ac inter Lignum putridum fine Calore lucens, & Carbones candentes? Inter Diftillandum Spiritus calidos, fi Caput Alembici fubmoveatur; vapor, qui ex Alembico afcendit, ignem concipiet de Candela, & in Flammam convertetur; eaq; Flamma ferpet per Vaporem, ab ufq; candela ad Alembicum. Aliqua corpora Motu vel Fermentatione calefacta, fi utiq; Calor ifte fit magnus, Fumum emittunt copiofum; Siq; corpora ea fatis admodum incalefcunt, utiq; Fumi ifti lucebunt & fefe in Flammam convertent. Metalla liquefacta Flammam non concipiunt, inopia Fumi copiofi; *Zinetum* fi excipias, quod & Fumum emittit copiofum, eoque & Flammas fundit. Corpora omnia quæ Flammam alunt, ut Oleum, Sebum, Cera, Lignum, Carbones foffiles, Pix, & Sulphur; abfumuntur Flamma fua, & in Fumos candentes abeunt: Qui quidem Fumus, fi extinguatur Flamma, valde utiq; craffus fit, & fub Afpectum cadit, & nonnunquam etiam late olet; Verum in Flamma amittit is omnem Odorem fuum Ardendo; Et pro hujus quidem Fumi Natura, Flamma ipfa Colores infuper varios trahit; ut flamma Sulphuris, cæruleum; Cupri, cujus partes Sublimato referatæ fuerint, viridem; Sebi, flavum; & Camphoræ, album. Utiq; Fumus, inter tranfeundum per Flammam, fieri non poteft quin candefcat; & Fumus candefactus, non poteft non habere Speciem Flammæ. Pulvis Tormentarius, quum ignem concipit, abit in Fumum flammantem: Carbo nimirum & Sulphur, ignem concipiunt facillime; nitrumq; accendunt; Nitriq; Spiritus inde in Vaporem rarefactus, proruit cum explofione; fimiliter ac Aquæ Vapor, ex Æolipila. Sulphur quoque, ut eft volatile, convertit fe itidem in Vaporem; id quod explofionem illam adauget. Adhæc, acidus Sulphuris vapor, (is videlicet, qui *fub Campana* diftil-

diſtillat in Oleum Sulphuris,) introdans ſeſe in corpus fixum Nitri, Spiritum Nitri etiamnum expedit ac laxat, ingentemq; excitat fermentationem ; qua porro & Calor augetur, Nitriq; corpus fixum rarefit in Fumum, Exploſioq; etiam adhuc vehementior fit atq; acutior. Etenim ſi Sal Tartari inſuper admiſceatur Pulveri Tormentario ; eaq; permixtio calefiat gradatim, uſque dum ignem concipiat ; utiq; Exploſio porro adhuc etiam amplius violenta atq; acuta reddetur : Id quod nulla alia ſane ex cauſa oriri poteſt, quam ex Actione Vaporis pulveris tormentarii in ſalem Tartari. Exploſio itaq; Pulveris tormentarii, oritur ex celeri ac violenta Actione, qua tota Permixtio ſubito & vehementer calefacta, rarefit utique, & convertit ſe in Fumum ſive Vaporem : Qui deniq; Vapor, Actionis iſtius violentia eodem tempore candefactus, Flammæ nimirum ſpeciem exhibet.

Qu. 11. Annon Corpora Magna Calorem ſuum conſervant diutiſſime, partibus ſuis ſe mutuo nimirum calefacientibus ? & Nonne fieri poteſt, ut Corpus Magnum, Denſum atq; Fixum, quum calefactum ſit ultra certum gradum, Lumen utiq; emittat adeo copioſe, ut Emiſſione illa ac Reactione Luminis ſui, & Reflexionibus Refractionibuſq; radiorum intra occultos ſui meatus, incaleſcat adhuc uſq; amplius ; caloris nimirum plura perpetuo momenta ex hiſce cauſis trahens, quam refrigerationis ex aliis cauſis ; donec ad certum tandem Caloris gradum perveniat, qualis eſt Calor Solis ? *Item*, Annon Sol & Stellæ fixæ, ingentes ſunt Terrarum Globi, vehementer calidi ; quorum utiq; Calor conſervatur Corporum ipſorum Magnitudine, & mutua Actione ac Reactione quæ eſt inter Ipſa & Lumen quod emittunt ; & quorum partes quidem ne in Fumos abeant, facti

non

& quorum partes quidem ne in Fumos abeant, facit non modo ſua ipſorum adeo Fixa admodum natura, verum etiam ingens pondus denſitaſque Atmoſphærarum ſibi circumcirca incumbentium, & ingenti Niſu undiq; comprimentium, & condenſantium Vapores atq; Exhalationes quotquot ſeſe uſpiam emiſerint?

Qu. 12. Annon Radii Luminis, incidendo in Fundum Oculi, excitant Vibrationes quaſdam in *Tunica retina*; Quæ quidem Vibrationes, propagatæ inde per ſolidas Nervorum Opticorum fibras in Cerebrum uſque, Senſum ibi Videndi excitent? Nam, quandoquidem Corpora Denſa conſervant Calorem ſuum diutius; & ut quodq; corpus denſiſſimum eſt, ita Calorem ſuum diutiſſime conſervat; utiq; Vibrationes partium ſuarum natura ſunt durabili, adeoq; propagari poſſunt in longinqua uſq;ſpatia per ſolidas materiæ uniformis ac denſæ fibras, ad tranſmittendos in Cerebrum videlicet Motus Senſuum omnium Organis impreſſos. Etenim Motus is, qui poſſit diu in una eademq; parte alicujus corporiſſe conſervare; poterit itidem in longinquum propagari, ex una parte in aliam; modo id corpus homogeneum ſit ſcilicet, ne adeo Motus iſte reflectatur forte, vel refringatur, vel interrumpatur & perturbetur per inæqualitatem aliquam in Corpore.

Qu. 13. Annon Radii diverſorum generum, Vibrationes excitant diverſa Magnitudine; quæ ſcilicet Vibrationes, pro ſua cujuſq; magnitudine, Senſus diverſorum excitent Colorum; ſimili fere ratione, ac Vibrationes Aeris, pro ſua itidem ipſarum diverſa Magnitudine, Senſus Sonorum excitant diverſorum? Et nominatim, annon radii maxime refrangibiles, Vibrationes excitant breviſſimas, ad Senſum movendum Coloris violacei ſaturi; radii minime refrangibiles, Vibrationes longiſ-

longissimas, ad Sensum coloris rubei saturi; & radii generum omnium intermediorum, Vibrationes comparate intermedias, ad Sensum colorum diversorum intermediorum excitandum?

Qu. 14. Annon fieri potest, ut Harmonia & Discordia Colorum, oriatur e proportionibus Vibrationum propagatarum per Nervorum Opticorum fibras in Cerebrum; similiter ac Harmonia & Discordia Sonorum, oritur e proportionibus Vibrationum Aeris? Sunt enim alii Colores Oculis grati, ut Auri & Indici; alii autem, minus grati.

Qu. 15. Annon Imagines rerum objectarum, ambobus Oculis visarum, coeunt in unum eo in loco, ubi Nervi Optici, antequam in Cerebrum ingrediantur, conveniunt ac conjunguntur: Fibris nimirum, quæ sunt in dexteriori parte utriusq; Nervi, coeuntibus illo in loco, & progredientibus deinceps conjunctim ad Cerebrum per Nervum qui est a dexteriori parte Capitis; Fibrisque, quæ sunt in sinisteriori parte utriusq; Nervi, coeuntibus itidem eodem in loco, & progredientibus deinceps conjunctim ad Cerebrum per Nervum qui est a sinisteriori parte Capitis; Duobus autem Nervis illis posterioribus, in Cerebro demum ita in unum convenientibus, ut Fibræ ipsorum Unam duntaxat ibi Imaginem constituant; Cujus videlicet Imaginis dimidium id, quod sit a dexteriori parte Sensorii, veniat a dextra parte amborum Oculorum, per dextram partem amborum Nervorum Opticorum, ad locum ubi Nervi illi coeunt, indeq; per Nervum a dexteriori parte Capitis in ipsum Cerebrum; dimidium autem alterum, quod sit a sinisteriori parte Sensorii, veniat similiter a sinistra parte amborum Oculorum? Etenim Nervi Optici eorum Animalium, quorum ambo Oculi eodem spectant, (ut Hominum,

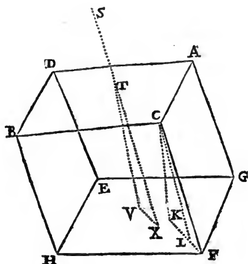
minum, Canum, Ovium, Boum, &c,) coeunt in unum antequam in Cerebrum ingrediantur; At Nervi Optici illorum Animalium, quorum ambo Oculi non ſpectant eodem, (ut Piſcium & Chamæleontis,) utique non coeunt in unum; ſiquidem vera audivi.

Qu. 16. Siquis in loco tenebricoſo alterutrum Oculi ſui Angulum digito comprimat, Oculumq; interea in partem contrariam avertat; videbit is Circulum coloribus variegatum, eorum ſimilibus, qui in Pluma Caudæ Pavoniæ aſpiciuntur. Annon hi Colores oriuntur ex ſimilibus Motibus excitatis jam digiti preſſu in fundo Oculi, ac alias Lumine ibi excitari ſolent ad Senſum Videndi movendum? Et quum Aliquis Oculi percuſſu, Fulgorem quendam quaſi Luminis coruſcantem ſibi videre videtur; annon iſtiuſmodi Motus in *Tunica retina* tum excitantur iſto Percuſſu?

Qu. 17. Annon aliæ ſunt adhuc Radiorum Luminis Proprietates congenitæ, præter eas quæ jam ante deſcriptæ ſunt? Utiq; aliam congenitam Proprietatem, aperit nobis Refractio *Cryſtalli Iſlandicæ*; quam quidem primo deſcripſit *Eraſmus Bartholinus*; accuratius autem poſtea *Hugenius*, in Libro ſuo *de Lumine* Gallice edito. Eſt Cryſtallus iſta, Lapis pellucidus & fiſſilis; aquam, vel *cryſtallum de rupe*, pelluciditate æquiparans; coloris expers; caloris adeo patiens, ut etiam candefieri poſſit, nec tamen in poſterum tranſlucere deſinat; & calore vehementiſſimo in Calcem redigitur, nec tamen liqueſcit. In Aqua diem unum vel alterum macerata, polituram ſuam naturalem amittit. Panno affricta, attrahit ſibi ſtramenta, & alia corpora levia; inſtar electri, aut vitri: Et, cum *Aqua forti*, ebullitionem ciet. Videtur eſſe Lapis ejus generis, quod vulgo *Talcum* ap-

pellant.

pellant. Invenitur ea fere ſpecie, quæ eſt Parallelepipedi obliqui; lateribus ſex parallelogrammis, & octo Angulis ſolidis. Parallelogrammorum Anguli obtuſi, ſunt graduum 101, 52′; acuti autem, graduum 78, 8′.



Angulorum ſolidorum duo, ſibi invicem ex adverſo oppoſiti, E & C, continentur ternis Angulis obtuſis; reliqui autem ſex, Angulis obtuſis ſingulis, & binis acutis. Findit ſe facile in Plana, quæ ſint Laterum cuivis parallela; in alia autem Plana, non item. Findit ſe in ſuperficiem politam & nitentem, non illam quidem perfecte planam, ſed aſperam aliquantillum & inæqualem. Interraditur facillime; &, propter nimiam mollitiem, ægre admodum perpolitur. Politur melius ſuper vitro lævi & ſpeculari, quam ſuper Metallo: Oportebit autem deinceps Oleo vel Ovi Albumine defricari, ad raſuras implendas

plendas & lævigandas ; Quo demum pacto, valde perlucida evadet & expolita. Verum ad plurima quidem Experimenta, nihil opus eſt ut poliatur. Si hujus Lapidis Cryſtallini fruſtum, Libro typis impreſſo imponatur; literæ ſingulæ, per cryſtallum iſtam inſpectæ, gemina quadam Refractione videbuntur binæ. Et, ſiquis Luminis radius in quamlibet ejus ſuperficiem incidat, vel ad perpendiculum, vel quovis Angulo; dividitur is continuo, gemina iſta Refractione, in duos radios. Quorum quidem radiorum uterq; eodem eſt colore, ac ipſe radius incidens ; Et inter ſe etiam pares, ad quantitatem Luminis, vel ferme pares videntur. Duarum iſtarum Refractionum altera eo modo efficitur, quomodo ex uſitatis Optices Legibus effici debet ; ita nimirum, ut Sinus Incidentiæ ex Aere in hanc Cryſtallum, eam habeat rationem ad Sinum Refractionis, quam habent 5 ad 3 : Altera, quæ appellari poteſt *Refractio inuſitata*, efficitur ſequenti Lege.

Sit ADBC, Superficies Cryſtalli refringens; C, Angulorum ſolidorum ad iſtam ſuperficiem maximus; GEHF, Superficies ex adverſo oppoſita ; & CK, linea iſti Superficiei perpendicularis. Hæc linea perpendicularis, cum Cryſtalli acie extrema CF, angulum continet graduum 19, 3′. Junge KF ; & in ea ſume KL ita, ut Angulus KCL ſit graduum 6, 40′; angulus autem LCF, graduum 12, 23′. Quo facto, ſi jam linea ST repræſentet radium aliquem Luminis incidentem ad T, quovis Angulo, in Superficiem refringentem ADBC ; eſto TV radius refractus ; Is autem, quis ſit, invenietur ex data illa proportione Sinuum, 5 ad 3, ſecundum uſitatas Optices Leges. Ducatur deinde VX, parallela & æqualis lineæ KL ; ducatur autem ita, ut jaceat illa

ad easdem partes a V, ad quas L jacet a K; Et junge TX; Eritq; hæc linea TX, radius refractus alter, *inusitata* videlicet *Refractione* delatus a T ad X.

Jam si igitur radius ille incidens ST, incidat utiq; ad perpendiculum in superficiem refringentem; erunt bini isti radii TV & TX, in quos ille refringendo erit dispertitus, paralleli facti lineis CK & CL: Altero nimirum istorum radiorum se ad perpendiculum per crystallum transmittente, quomodo ex usitatis Optices legibus fieri debet; Altero autem TX, per *Refractionem inusitatam*, divergente a linea perpendiculari, & continente cum ea Angulum VTX, graduum circiter 6⅔; uti experientia quidem compertum est. Atq; hinc Planum VTX, eiq; similia Plana, quæ quidem parallela sunt Plano CFK, appellari poterunt *Plana perpendicularis Refractionis*: Et Plaga ea, quo spectant lineæ KL & VX, a K & V ductæ, appellari poterit *Plaga inusitatæ Refractionis*.

Simili ratione, *Crystallus de rupe* geminam habet Refractionem. Verum differentia duarum Refractionum minor est, nec tam manifesta, quam in *Crystallo Islandica*.

Quum radius ST, qui in primam *Crystalli Islandicæ* superficiem inciderat, dispertitus est in duos radios TV & TX; iiq; duo radii, ad posteriorem Crystalli superficiem perveniunt; Radius ille TV, qui in prima superficie refractus fuerat *ratione usitata*, idem, in secunda superficie, *usitata* iterum *ratione* integer refringetur; Radiusq; alter TX, qui in prima superficie refractus fuerat *ratione inusitata*, idem, in secunda superficie, *inusitata* iterum *ratione* integer refringetur: Adeo

ut

ut hi ambo radii emersuri sint e secunda illa superficie, in lineis primo incidenti radio ST parallelis.

Quod si duarum *Crystalli Islandicæ* portionum altera post alteram ita sit collocata, ut posterioris Superficies singulæ, sint prioris Superficiebus singulis comparate parallelæ; jam radii illi, qui in prioris Crystalli superficie prima, refringebantur *ratione usitata*, iidem *usitata* iterum *ratione* refringentur in posterioribus Superficiebus omnibus: Et qui radii in prioris Crystalli superficie prima, refringebantur *ratione inusitata*, iidem *inusitata* iterum *ratione* in posterioribus omnibus Superficiebus refringentur. Quod idem quoq; similiter evenit, quocunq; modo ad se invicem inclinatæ fuerint Crystallorum superficies; dummodo *Plana* sua *Refractionis perpendicularis*, sint inter se parallela.

Est igitur congenita quædam radiorum Luminis differentia, qua fit ut, in hoc quidem Experimento, radiorum alii perpetuo refringantur *ratione usitata*, alii autem perpetuo *ratione inusitata*. Etenim si differentia ista non esset congenita, sed oriretur ex novis modificationibus, quæ quidem in prima Refractione radiis imprimerentur; utiq; ea novis itidem modificationibus, in tribus sequentibus Refractionibus, porro immutaretur. Immutatur autem nequaquam; Sed eadem manet perpetuo, unumq; ac eundem in radiis effectum obtinet in Refractionibus illis universis. Quare *Refractio inusitata*, pendet ex congenita quadam Radiorum proprietate. Idq; adhuc inquirendum restat, annon etiamnum aliæ sint aliquæ proprietates congenitæ Radiorum, quas humana nondum observavit perspicacia.

Qu. 18.

Qu. 18. Annon Radiorum Luminis diversa sunt *latera*, diversis proprietatibus congenitis prædita? Etenim, si *Plana perpendicularis Refractionis* secundæ Crystalli, posita sint ad rectos angulos cum *Planis perpendicularis Refractionis* primæ Crystalli; jam radii qui in trajectu primæ Crystalli refringebantur *ratione usitata*, iidem omnes in trajectu secundæ refringentur *ratione inusitata*; & qui radii in trajectu primæ Crystalli refringebantur *ratione inusitata*, iidem omnes in trajectu secundæ refringentur *ratione usitata*. Quare non sunt duo diversa radiorum inter se natura sua differentium genera, quorum alteri quidem perpetuo & in omni positu refringantur *ratione usitata*, alteri autem semper & in omni positu refringantur *ratione inusitata*: Sed duo illa radiorum genera in Experimento jam supra in 17ma *Quæstione* memorato, hoc solum inter se differebant, quod radii, pro diverso suo positu, diversis suis lateribus spectabant *Plagam inusitatæ Refractionis* crystalli. Nam, in præsenti Experimento, unus idemq; radius refringitur alias *usitata ratione*, alias *inusitata*; pro eo, quo positu latera ipsius sint ad crystallos conversa. Si eadem radii alicujus latera, spectent ad easdem partes utriusq; Crystalli; jam radius iste refringetur una eademq; ratione in utraq; Crystallo: Sin autem radii latus id, quod conversum sit ad *Plagam inusitatæ Refractionis* prioris Crystalli, distet nonaginta gradibus ab eo ejusdem radii latere, quod spectet ad *Plagam inusitatæ Refractionis* secundæ Crystalli; (quod quidem effici potest, ita convertendo secundam Crystallum, ut illa diverso jam positu priorem crystallum, & consequenter radios ipsos Luminis, spectet;) jam radius iste refringetur diversis rationibus in diversis Crystallis. Ut definire possis, utrum radii, qui incidunt in secundam

dam

dam Cryſtallum, refringendi ſint ratione *uſitata*, an vero *inuſitata*; nihil aliud opus eſt, quam ut ſecunda illa Cryſtallus ita convertatur, ut ejus *Plaga inuſitatæ Refractionis* ſit ab hoc vel illo radii latere poſita. Quare unuſquiſq; Radius ita conſiderari poterit, ut in eo quatuor concipiantur plagæ ſive latera; quorum quidem duo inter ſe ex adverſo oppoſita, faciant ut Radius toties refringatur *ratione inuſitata*, quoties alterutrum eorum converſum ſit ad cryſtalli *Plagam inuſitatæ Refractionis*; reliqua autem duo, quoties eorum quidem alterutrum converſum ſit ad *Plagam inuſitatæ Refractionis*, non tamen efficiant ut radius alia ulla, præterquam *uſitata*, ratione refringatur. Quorum itaq; laterum priora quidem duo, appellari poterunt *Latera inuſitatæ Refractionis*; poſteriora autem duo, *Latera uſitatæ Refractionis*. Et quoniam hæ *Diſpoſitiones* in radiis inerant, antequam ii in ſecundam, tertiam, & quartam binarum Cryſtallorum ſuperficiem inciderent; nec quicquam omnino immutabantur hæ diſpoſitiones, (quod quidem percipi potuerit,) refractione radiorum in tranſitu ſuo per iſtas ſuperficies; radii autem refringebantur unis eiſdemq; legibus in unaquaq; ſuperficierum quatuor: Videtur utique, haſce *Diſpoſitiones* radiis fuiſſe congenitas, nec prima refractione quicquam omnino fuiſſe immutatas; verum earum quidem ipſarum efficientia, radios in *primam* ſuperficiem Cryſtalli *primæ* incidentes, refractos fuiſſe; alios quidem *ratione uſitata*, alios vero *inuſitata*; pro eo ac ipſorum *Latera uſitatæ vel inuſitatæ Refractionis*, tunc temporis ſpectarent *Plagam inuſitatæ Refractionis* iſtius Cryſtalli.

Habent

Habent igitur ſinguli radii Luminis, bina latera inter ſe ex adverſo oppoſita, quibus quidem lateribus congenita eſt Proprietas ea, e qua pendet *Refractio inuſitata*; alia autem bina latera, Proprietatis iſtius expertia. Idq; adhuc inquirendum reſtat, annon etiamnum aliæ Proprietates ſint Luminis, quibus Latera radiorum differant & inter ſe diſtinguantur.

Hactenus Laterum radiorum differentiam ita explicavi, ut radios in primam Cryſtallum *ad perpendiculum* poſuerim incidentes. Verum, ſi *oblique* incidant, idem plane erit Experimenti exitus. Qui radii in prima Cryſtallo refringuntur *ratione uſitata*, iidem in ſecunda Cryſtallo refringentur *ratione inuſitata*; quoties binarum Cryſtallorum *Plana perpendicularis Refractionis*, ſint inter ſe ad rectos angulos poſita: Et contra.

Si binarum Cryſtallorum *Plana perpendicularis Refractionis*, ſint inter ſe neq; *parallela*, neq; ad *perpendiculum* poſita, ſed Angulum acutum contineant; Jam duorum iſtorum radiorum e prima Cryſtallo emergentium uterq; dividetur inſuper in binos radios, in ingreſſu ſecundæ Cryſtalli. Etenim, in hoc caſu, radioli, ex quibus uterq; duorum iſtorum radiorum conſtat, habebunt alii *latera ſua uſitatæ Refractionis*, alii autem *latera ſua inuſitatæ Refractionis*, converſa ad *Plagam inuſitatæ Refractionis* ſecundæ Cryſtalli.

Qu. 19. Annon errantes ſunt Hypotheſes illæ omnes, quas uſq; adhuc in id confinxerunt Philoſophi, ut Phænomena Luminis per novas radiorum *modificationes* explicarent? Non enim pendent phænomena illa ex *novis modificationibus*, (quomodo commenti ſunt Phyſici;) ſed ex *congenitis & immutabilibus* Radiorum *proprietatibus*.

Qu. 20.

Qu. 20. Annon errantes ſunt Hypotheſes illæ omnes, quibus Lumen in *Preſſu* quodam, ſeu *Motu per Medium fluidum propagato*, conſiſtere fingitur? Nam in his omnibus Hypotheſibus phænomena Luminis uſq; adhuc ita explicarunt Philoſophi, ut ea ex *novis quibuſdam* radiorum *modificationibus* oriri poſuerint. Quæ eſt Opinio errans.

Si Lumen conſiſteret in *Preſſu* ſolummodo, propagato ſine Motu actuali; utiq; non poſſet id agitare & calefacere corpora, quæ id refringunt & reflectunt. Si Lumen conſiſteret in *Motu*, propagato ad omnia intervalla in *puncto temporis*; utiq; ad Motum iſtum generandum opus eſſet Vi infinita, ſingulis momentis, in particulis ſingulis lucentibus. Et, ſi Lumen conſiſteret vel in *Preſſu* vel in *Motu*, propagato per Medium fluidum; ſive in *momento* id fieret, ſive in *ſpatio temporis*; utiq; futurum eſſet, ut id in Umbram ſeſe inflecteret. Etenim *Preſſus* vel *Motus* in Medio fluido, ultra quodvis obſtaculum, quod partem aliquam Motus impediat, propagari non poteſt in *lineis rectis*; ſed omnino ſeſe inflectet & diffundet quaquaverſus, in Medium quieſcens quod ultra id obſtaculum jaceat. Vis Gravitans, deorſum tendit: Attamen Aquæ Preſſus, qui ex Vi Gravitatis oritur, tendit quaquaverſus vi æquabili; & pari facilitate, paribuſq; etiam viribus, propagatur per curvas vias, ac per rectas. Undæ in ſuperficie aquæ, dum oras lati cujuſvis obſtaculi prætérlabuntur, inflectunt ſeſe & dilatant diffunduntq; gradatim, in Aquam ultra id obſtaculum quieſcentem. Undæ, pulſus, ſeu vibrationes Aeris, in quibus Soni conſiſtunt, inflectunt ſe manifeſto, licet non tantum quantum undæ Aquæ. Nam Sonus Campanæ vel Tormenti

bellici

bellici audiri poteſt trans Montem, cujus interpoſitu corpus id quod Sonum emittit, ne poſſit oculis cerni, intercluditur; & Soni propagantur pari facilitate per tubas incurvas, ac per rectas. At Lumen nunquam compertum eſt vias incurvas ingredi, nec ſeſe in Umbram inflectere. Nam Stellæ fixæ, Planetarum cujuſvis interpoſitu, continuo evaneſcunt; itemq; Solis partes aliquæ, interpoſitu Lunæ, Mercurii, aut Veneris. Radii, qui proxime ipſas alicujus corporis extremitates tranſeunt, inflectuntur quidem aliquantillum, corporis iſtius Actione; quomodo ſupra eſt expoſitum: Verum hæc quidem Inflexio, non ad Umbram verſus, ſed ad contrarias fit partes; idq; in ipſa duntaxat tranſitione Radii prope corpus extremum: Simul ac id corpus prætervectus ſit, recta deinceps progreditur.

Inuſitatam Cryſtalli Iſlandicæ Refractionem ope *Preſſus* vel *Motus propagati* explicare, nemo (quod ſciam) uſq; adhuc conatus eſt, præter unum *Hugenium*; qui quidem ad hunc finem *duo* diverſa in iſta Cryſtallo ineſſe *Media vibrantia* confinxit. Verum ipſe, poſtquam Refractiones iſtius Cryſtalli, quænam eſſent, in binis fruſtis adpoſitis expertus fuiſſet; eaſq tales, quales ſupra expoſitæ ſunt, comperiſſet; faſſus eſt ſe ad eas explicandas, quo ſe verteret, plane jam neſcire. Etenim *Preſſus* vel *Motus* a lucente Corpore per Medium uniforme propagati, neceſſe eſt ut ſint ab omni ſui parte conſimiles. At Radios Luminis, per Experimenta illa in binis Cryſtallis facta, conſtat in diverſis ſuis lateribus diverſas habere Proprietates. Suſpicatus eſt *Hugenius*, Ætheris pulſus, inter tranſeundum per primam Cryſtallum, acquirere ſibi poſſe novas quaſdam

modi-

modificationes; quibus utiq; efficeretur, ut iidem in secunda Crystallo, per *hoc* vel *illud* deinceps Medium, pro positu istius Crystalli, propagarentur: At quales illæ Modificationes essent, explicare non potuit; nec * quicquam omnino comminisci, quod sibi ipsi posset facere satis. Quod si is illud porro intellexisset, utiq; *inusitatam Refractionem* non ex novis modificationibus, sed ex congenitis & immutabilibus radiorum proprietatibus pendere; jam & hoc ei visum fuisset nihilo minus difficile explicatu, quemadmodum dispositiones istæ, quas ille a prima crystallo radiis impressas existimavit, in eis jam ante, quam in istam Crystallum inciderent, inesse potuerint; &, in universum, qui fieri possit, ut omnes radii, quos corpora lucida emittunt, dispositiones istas in se ab initio & ab usq; prima sua origine habeant. Mihi sane hæc res nullos omnino videtur habere posse explicatus, si Lumen nihil sit aliud quam Pressus quidam vel Motus per Ætherem propagatus.

* *Mais pour dire comment cela se fait, je n'ay rien trouvé jusqu'icy, qui me satisfasse.* Hugen. de la Lumiere, c. 5. pag. 91.

Porro, ex his Hypothesibus, illud etiam nihilo minus difficile est explicatu, qui fieri possit, ut radii sint alternatim in *Vicibus facilioris Reflexionis* & *facilioris Transmissus.* Nisi quis hoc forte sibi comminisci velit; utiq; in omni loco inesse *duo Media ætherea vibrantia*; quorum quidem alterius vibrationes, Lumen constituant; vibrationes autem alterius, quoniam celeriores fingentur, efficiant, quoties prioris vibrationes illas prævertunt, ut illæ prioris vibrationes sint in istis *Vicibus.* Verum *duo* ibi confingere *Ætherum* genera, ubi nulla ratio cogat ut vel unum quidem admittamus; existimare porro, duo Ætherum genera ita in omni spatio una inesse posse, ut tamen invicem non inter-

 miscEantur,

miſceantur, nec in unum Medium coeant; comminiſci denique, duo illa Ætherum genera diſtinctas ita habere poſſe vibrationes, ut tamen duo Luminis genera non conſtituant; hæ quidem mihi videntur difficultates inexplicabiles. Præterea, nulla eſſe omnino iſtiuſmodi Media fluida, inde colligo, quod Planetæ & Cometæ regulari adeo & diuturno Motu per ſpatia cæleſtia undiq; & quaquaverſum & in omnes partes ferantur. Inde enim liquet, ſpatia cæleſtia omnis ſenſibilis reſiſtentiæ, & conſequenter omnis ſenſibilis materiæ, expertia eſſe.

Etenim Vis reſiſtens Mediorum fluidorum, oritur partim ex *Attritu* partium Medii, & partim ex *Vi inertiæ* Materiæ. Quæ pars reſiſtentiæ corporis ſphærici, oritur ex *Attritu* partium Medii; ea eſt ut *Factum* ex Diametro & Velocitate corporis iſtius ſphærici, quam proxime: Quæ autem illius reſiſtentiæ pars, oritur ex *Vi inertiæ* Materiæ; ea eſt ut Quadratum ejuſdem *Facti*. Atq; hac quidem differentia, diſtingui poterunt inter ſe bina illa Reſiſtentiæ genera in quovis Medio. Diſtincta autem illa cum fuerint, apparebit reſiſtentiam corporum, quæ quidem idonea ſint magnitudine, & idonea aliqua velocitate moveantur in Aere, Aqua, Argento vivo, vel quovis iſtiuſmodi Fluido, oriri fere totam ex *Vi inertiæ* partium Fluidi.

Jam quidem ea pars Reſiſtentiæ cujuſvis Medii, quæ oritur ex *Tenacitate* vel *Attritu* partium Medii, diminui poterit, dividendo Materiam in minores partes, efficiendoq; ut partes eæ magis lubricæ fiant & lævigatæ: At vero ea Reſiſtentiæ pars, quæ oritur ex *Vi inertiæ*, proportione reſpondet Denſitati Materiæ; & diminui nequit, nec dividendo materiam, nec alia ulla ratione, niſi ita ſi Denſitas ipſa diminuatur. Atq; hiſce de cauſis,

Mediorum

Mediorum fluidorum *Densitas* proportione respondet *Resistentiæ* ipsorum quamproxime. Qui Liquores parum inter se differunt *Densitate*; ut Aqua, Spiritus Vini, Spiritus resinæ Terebinthinæ, Oleum calidum, & similia; iidem etiam parum inter se differunt *Vi resistente*. Aqua tredecim vel quatuordecim partibus levior est, quam Argentum vivum; & consequenter 13 vel 14 partibus rarior: Et ejusdem *Vis* quidem *resistens*, tanto vel circiter tanto minor est quam Argenti vivi; uti in *Pendulis* quidem experiendo comperi. Aer apertus, quem spiritu ducimus, octingentis vel nongentis partibus levior est quam Aqua; & consequenter totidem partibus rarior: Et ejusdem *Vis* quidem *resistens*, eadem vel fere eadem proportione minor est quam Aquæ; uti in *Pendulis* similiter experiendo comperi. Porro in tenuiori Aere, *Vis resistens* usq; diminuitur; donec tandem, rarescente ulterius Aere, minor ea facta sit quam quæ sensu omnino percipi queat. Nam Plumulis in aperto Aere cadentibus, multum quidem resistitur: At eædem in Vitro alto, e quo Aer quam poterat maxime exhaustus fuerit, pari celeritate, ac Plumbum ipsum vel Aurum, cadere cernuntur. Unde videtur sane *Resistentia* usq; diminui, qua proportione *Densitas* ipsa diminuitur Fluidi. Neq; enim ullis Experimentis comperio, corpora quæ moventur in Argento vivo, Aqua, vel Aere, aliam sibi ullam offendere Resistentiam sensibilem, præter eam quæ ex illorum ipsorum Fluidorum sensibilium *Densitate* & *Tenacitate* oritur: Quam tamen aliam aliquam Resistentiam omnio offendere deberent, si occultos Fluidorum istorum meatus, & quidem alia etiam Spatia omnia, pervaderet aliud adhuc subtilius Fluidum, quod & ipsum Vim aliquam resistendi

ſiſtendi haberet. Jam, ſi Reſiſtentia in Vaſe, e quo Aeris quam poterat plurimum exhauſtum fuerat, centum duntaxat partibus minor eſſet, quam in aperto Aere; utiq; illa ipſa circiter decies centenis millibus partium minor foret, quam reſiſtentia Argenti vivi. Atqui Reſiſtentia in iſtiuſmodi Vaſe evacuato, multo quam dictum eſt minor eſſe videtur; multoq; etiam adhuc minor in cæleſtibus ſpatiis, intervallo ducentorum vel trecentorum milliarium in altitudinem, vel adhuc longius a Terra. Oſtendit enim D. Boylius, Aerem in vaſis vitreis amplius decies millies ſolito rariorem fieri poſſe. Spatia autem cæleſtia multo magis vacua ſunt Aere, quam ullum ſpatium quod nos quidem hic poſſimus evacuaſſe. Etenim, cum Aer compreſſus ſit Atmoſphæræ incumbentis pondere; Denſitas autem Aeris, proportionalis ſit Vi eum comprimenti; Sequitur utique, poſito calculo, Aerem, intervallo circiter ſeptem milliarium a Terra in altitudinem, quadruplo rariorem eſſe, quam in ſuperficie Terræ; intervallo quatuordecim milliarium, decies & ſexies rariorem quam in ſuperficie Terræ; intervallo milliarium 21, 28, *vel* 35, circiter 64, 256, *vel* 1024 partibus rariorem eſſe, comparate; & intervallo milliarium 70, 140, *vel* 210, partibus circiter 1000000, 1000000000000, *vel* 1000000000000000000 rariorem eſſe; & ſic deinceps.

Calor multum facit ad fluiditatem, diminuendo tenacitatem corporum. Fluida reddit multa corpora, quæ alioqui fluida non ſunt; augetq; fluiditatem liquorum tenacium, ut Olei, Balſami, Mellis; eorumque vim reſiſtentem eo pacto imminuit. At Aquæ vim reſiſtentem non multum imminuit; quod utique facere deberet, ſiquidem Aquæ Reſiſtentiæ pars aliqua notatu digna oriretur ex *Attritu* vel *Tenacitate* partium ſuarum.

Quare

Quare Aquæ Vis resistens oritur præcipue ex *Vi inertiæ* materiæ suæ. Et consequenter, si Spatia cælestia æque densa essent, ac Aqua; haberent utiq; Vim resistendi non multo minorem, quam Aqua: Si æque densa essent, ac Argentum vivum; vim resistendi haberent non multo minorem, quam Argentum vivum: Si perfecte planeq; densa essent, sive Materiæ plena, sine ullo omnino spatio vacuo; quantumvis licet fluida & subtilis esset ea materia; vim resistendi tamen haberent majorem, quam Argentum vivum. Globus plane solidus, in istiusmodi Medio, amitteret amplius dimidiam Motus sui partem, interea dum spatium ternas sui diametros longum percurreret. Et globus non plane solidus, (qualia sunt Planetarum corpora,) citius sisteretur. Quo itaq; locus sit diuturnis & regularibus Planetarum Cometarumq; Motibus, omnino necesse est ut spatia cælestia omni materia sint vacua; nisi forte excipiendi erunt tenuissimi aliqui vapores, exhalationes, vel effluvia, quæ oriantur ex Atmosphæris Terræ, Planetarum & Cometarum. Materia illa ficta & commentitia, qua cæli sint repleti, nullo modo utilis est ad explicanda phænomena Naturæ; quando Planetarum quidem & Cometarum Motus, ope Gravitatis, melius explicantur sine illa; gravitasq; per illam nondum fuit explicata. Nihil aliud facere posset istiusmodi materia, nisi ut magnorum illorum corporum Motus interturbaret & retardaret, efficeretq; ut Naturæ Ordo langueseret; Et, in occultis corporum meatibus, nihil aliud quam sisteret partium suarum Motus vibrantes, in quibus calor ipsorum & vis omnis actuosa consistit. Porro, ut ad nullam rem utilis est istiusmodi materia; e contrario autem impediret operationes Naturæ, languidioresq;

eas

eas redderet; ita nulla firma ratio est, quæ nos adducat ut esse omnino aliquam credamus; Ideoq; penitus rejicienda est. Quod si illa rejecta erit; rejicientur simul Hypotheses eæ, quibus Lumen in Pressu vel Motu per istiusmodi *Medium* propagato consistere fingitur. Istiusmodi autem Medium ut rejiciamus, Auctores nobis sunt antiquissimi illi & celeberrimi Græciæ Phœniciæq; Philosophi; qui Principia Philosophiæ suæ, Spatium inane, Atomos, & Gravitatem Atomorum posuerunt; Tacite attribuentes Vim Gravitatis, alii alicui *Causæ* a Materia diversæ. Cujus quidem *Causæ* Physici Recentiores, in rebus Naturæ speculandis, nullam rationem habuerunt; hypothesium commenta confingentes, quibus Phænomena omnia sine ejusdem ope explicarent; & contemplationem ejus, in *Metaphysicam* rejicientes: Cum, e contrario, Philosophiæ naturalis id revera præcipuum sit & Officium & Finis, ut ab Effectis ratiocinatione progrediamur ad Causas, donec ad ipsam demum *Causam primam* perveniamus; nec Mundi *Mechanismum* solummodo explicemus, verum etiam insuper & præcipue ut hasce & hujusmodi Quæstiones tandem expediamus; *Quidnam inest in Spatiis Materia vacuis?* & *Unde est quod Sol & Planetæ ad se invicem gravitent, sine Materia interjecta? Qui fit, ut Natura nihil Agat frustra?* & *Unde orta est eximia illa Mundi universi Species & Pulchritudo? Quem in finem facti sunt Cometæ?* & *Unde est quod Cometæ in Orbibus valde admodum Eccentricis undiq; & quaquaversum ferantur in omnes cæli partes; cum Planetarum cursus sit unus omnium, unaq; Directione in Orbibus concentricis ferantur eodem omnes?* Et *Quidnam est quod impedit, quominus Sol & Stellæ fixæ in se mutuo irruant? Qui*

fit,

sit, ut Corpora Animalium tam exquisita sint Arte atq; Consilio fabricata? & Quos ad fines conformatæ sunt diversæ ipsorum Partes? Fierine potuit, ut Oculus sine scientia Optices fuerit constructus? aut Auris, sine Intelligentia Sonorum? Qui fit, ut Motus Corporis obsequantur Imperio Voluntatis? & Unde est Instinctus ille quem vocant, in Animalibus? Annon Sensorium Animalium, est locus cui Substantia sentiens adest, & in quem sensibiles rerum species per nervos & cerebrum deferuntur, ut ibi præsentes a præsente sentiri possint? Atq; his quidem rite expeditis, *Annon ex phænomenis constat, esse Entem Incorporeum, Viventem, Intelligentem, Omnipræsentem, qui in Spatio infinito, tanquam Sensorio suo, res Ipsas intime cernat, penitusq; perspiciat, totasq; intra se præsens præsentes complectatur; quarum quidem rerum Id quod in nobis sentit & cogitat, Imagines tantum ad se per Organa Sensuum delatas, in Sensoriolo suo percipit & contuetur?* Utiq; si verus omnis in hac Philosophia factus progressus, non quidem statim nos ducit ad *Causæ primæ* cognitionem; at certe propius propiusq; nos ad eam perpetuo adducit, eaque re permagni est æstimandus.

Quest. 21. Annon Radii Luminis exigua sunt Corpuscula, e corporibus lucentibus emissa, & refracta Attractionibus quibusdam, quibus Lumen & Corpora in se mutuoAgunt? Etenim istiusmodi corpuscula per Media uniformia transmitti debebunt in lineis rectis, sine inflectendo in Umbram; Quo utiq; modo transmittuntur Radii Luminis. Poterunt quoq; diversas habere proprietates, istasq; proprietates inter transeundum per diversa Media immutabiles conservare: Quæ & ipsa itidem radiorum Luminis est Natura. Corpora pellucida Agunt in Radios Luminis, per intervallum aliquod interjectum; quum eos refringunt, reflectunt, & inflectunt: Radiiq; vicissim corporum istorum particulas, per interjectum

 aliquod

aliquod intervallum, agitant, ad ea calefacienda: Atq; hæc quidem Actio & Reactio, quæ est per intervallum aliquod interjectum, ad *vim Attrahentem* valde admodum videtur similitudine accedere. Si Refractio efficiatur Attractione Radiorum; consequens erit, ut Sinus Incidentiæ debeant ad Sinus Refractionis in data esse proportione; sicuti in *Principiis* nostris *Philosophiæ* ostensum est: Atq; hæc quidem regula, experientia comprobatur. Radii Luminis inter transeundum e Vitro in Vacuum, inflectuntur ad Vitrum versus; &, si nimium oblique in Vacuum incidant, revertuntur in Vitrum, & ex toto reflectuntur: Atq; hujus quidem Reflexionis causa attribui non potest Resistentiæ Vacui, sed omnino Vi alicui in Vitro, quæ Radios jam in Vacuum exeuntes retrahat & reducat. Etenim, si posterior Vitri superficies, Aqua, vel Oleo limpido, vel Melle liquido & pellucido, vel Solutione Argenti vivi madefiat; jam radii, qui alioqui reflecterentur, transibunt in istum Liquorem; Ex quo apparet, Radios non ante reflecti, quam ad postremam ipsam Vitri superficiem pervenerint, perq; eam exire incipiant. Si ex ea egredientes, incidant jam in Liquorum aliquem prædictorum; utique progredi, qua cæperint, pergunt; quia Vitri Attractio paribus fere virium momentis e contraria parte æquatur, & ne effectum suum obtineat impeditur, Attractione liquoris sibi adhærentis: Sin autem radii e posteriore illa superficie egredientes, incidant in Spatium Vacuum, quod, cum Vim Attrahentem nullam habeat, Vitri Attractionem æquiparare & irritam reddere non possit; jam Vitri Attractio eos vel detorquendo refringit, vel reducendo reflectit. Atq; hoc quidem adhuc clarius apparere poterit, committendo inter se bina Prismata Vitrea, vel bina Vitra Telescopiorum prælongorum Objectiva, quorum quidem alterum planum

sit

fit, alterum autem aliquantulum convexum; eaq; ita comprimendo, ut nec plane se inter se contingant, nec nimio tamen intervallo distent: Jam enim id Luminis, quod in Vitri prioris superficiem posteriorem incidat, qua parte Vitra ista inter se intervallo non amplius $\frac{1}{1000000}$ partis Unciæ distent, transmittetur per superficiem illam, perq; Aerem vel Vacuum Vitris interjectum, & in vitrum secundum ingredietur; quomodo expositum est in *Observationibus* 1ma 4ta & 8va *Primæ Partis Libri Secundi:* Sin autem Vitrum secundum submoveatur; jam id Luminis, quod e secunda superficie primi vitri egreditur in Aerem vel Vacuum vitris interjectum, non utiq; illac progredietur, verum revertetur in vitrum primum, & reflectetur: Ex quo apparet, radios vi aliqua, quæ insit in primo vitro, retrahi; quippe cum nihil sit aliud, quod efficere possit, ut ii revertantur. Porro, ad *Colorum* varietatem omnem, diversosq; *Refrangibilitatis* gradus producendos, nihil aliud opus est, quam ut Radii Luminis sint Corpuscula diversis magnitudinibus; quorum quidem ea, quæ sint minima, colorem constituant violaceum, utiq; tenebricosissimum & languidissimum colorum; eademq; omnium facillime, superficierum refringentium actione, de via recta detorqueantur: reliqua autem, ut eorum quodq; in magnitudinem excedit, ita colores exhibeant fortiores & clariores, utiq; cæruleum; viridem, flavum, & rubeum; itemq; eadem proportione difficilius usq; & difficilius de via detorqueantur. Adhæc, quo radii Luminis *alternas* habeant facilioris Reflexionis & facilioris Transmissus *vices*, nihil aliud opus est, quam ut ii exigua sint corpuscula, quæ vel Attractione sua, vel alia aliqua

Vi, Vibrationes quasdam in corporibus illis, in quæ Agunt, excitent; quæ quidem Vibrationes, radiis celeriores existentes, prævertant eos successive & ita agitent, ut velocitatem ipsorum augeant imminuantq; alternis, adeoq; *Vices* illas in ipsis generent. Deniq; *inusitata illa Crystalli Islandicæ Refractio*, valde admodum verisimile est, ut efficiatur Vi aliqua Attrahente, quæ insit in certis Lateribus tum radiorum Luminis tum particularum Crystalli. Nam, si non Virtus aliqua sive Vis istiusmodi, in alteris inesset Lateribus particularum *Crystalli*, in alteris non item; quæ quidem vis, radios detorqueret & flecteret ad partes Refractionis inusitatæ; utiq; fieri non posset, ut radii qui in Crystallum ad perpendiculum incidant, eo versus, potius quam aliorsum, tum in ingressu tum in egressu suo ita refringerentur, ut ad perpendiculum itidem emergerent per contrarium jam Situm Plagæ inusitatæ Refractionis in Superficie secunda; crystallo nimirum usq; in radios agente, postquam ii per illam transmissi, jamjam in Aerem, vel, si placet, in Vacuum emergunt. Et, quoniam Crystallus, ista vi sua, non agit in radios, nisi tum cum & Radiorum latera inusitatæ Refractionis altera ad Plagam istam crystalli sint conversa; apparet in *Radiorum* quoq; Lateribus illis inesse vim sive virtutem aliquam, quæ correspondeat vi isti quæ est in Crystallo, eo fere modo quo binorum Magnetum poli sibi invicem respondent. Quæ quidem Magnetum virtus, sicut augeri & imminui potest, nec nisi in solis Magnetibus atq; in Ferro invenitur; ita vis hæc refringendi radios ad perpendiculum incidentes, major est in Crystallo Islandica, in Crystallo de rupe minor, necdum in aliis corporibus observata est ulla. Non hoc ita intelligi velim, ut hanc virtutem Mag-

Magneticam esse affirmare videar. Videtur ea diversi esse generis. Hoc tantum affirmare velim; utique, quæcunq; demum ea vis sit, vix concipi posse qui fieri queat ut radii Luminis, nisi sint illi exigua corpuscula, vim aliquam habeant in binis Laterum suorum permanentem, quæ eadem in alteris eorum Lateribus eodem tempore non insit; idq; nulla habita ratione, quo positu ipsi respiciant spatium sive Medium per quod transmittantur.

Qu. 22. Annon *Corpora crassa* & *Lumen* in se mutuo converti & transmutari possunt? & Annon fieri potest, ut Corpora vim suam actuosam accipiant a particulis Luminis, quæ in eis componendis insunt? Etenim corpora omnia fixa, quum sint calefacta, Lumen emittunt tamdiu, dum satis calida permanent; Et Lumen vicissim immittit se & inhæret in corporibus, quoties radii ejus in particulas ipsorum impingunt; quomodo supra est expositum. Nullum Corpus, quod sciam, minus aptum est ad lucendum, quam Aqua: Attamen Aqua distillationibus repetitis convertit se in Terram fixam; uti experiendo comperit D. Boylius; Jamq; Terra illa, idonei caloris patiens facta, Lucem æque, ac alia corpora, calefaciendo emittit. Ut Corpora transmutentur in Lumen, & Lumen in Corpora, valde admodum congruens est Naturæ ordini & rationi, quæ in istiusmodi Conversionibus quasi delectari videtur. Aqua, quæ est Sal admodum fluidus, volatilis & saporis expers, calore convertitur in Vaporem, qui est genus quoddam Aeris; frigore autem in glaciem, quæ est Lapis durus, pellucidus, fragilis, & ad liquandum aptus: Atq; hic quidem lapis, revertitur in Aquam calore; vapor autem, frigore. Terra, calore fit ignis; & frigore, revertitur

in

in Terram. Corpora densa, fermentescendo rarefiunt in varia genera Aeris; & Aer iste fermentatione, nonnunquam etiam sine fermentatione, revertitur in Corpora densa. Argentum vivum speciem habet & formam, interdum Metalli fluidi, interdum Metalli duri & fragilis; interdum Salis pellucidi & rodentis, quem Sublimatum appellant; interdum Terræ pellucidæ, volatilis, albæ & sapore carentis, quam Mercurium dulcem vocant; interdum Terræ rubræ, opacæ & volatilis, quam Cinnabarin appellant; interdum Præcipitati rubri, vel albi; & interdum Salis fluidi: Distillando, convertit se in Vaporem: Agitatum in Vacuo, lucet instar ignis: Et, post has omnes transmutationes, revertitur iterum in Argentum vivum. Ova ex corporibus minoribus, quam ut Sensu percipi queant, explicant se paulatim in magnitudinem, & in Animalia convertuntur: Gyrini, in Ranas; Vermiculi, in Muscas. Aves omnes, Bestiæ, Pisces, Insecta, Arbores, & universum Herbarum genus, cum singulis suis inter se valde diversis partibus, accrescunt ex Aqua & Tincturis aquosis & Salibus: Eademq; omnia putrescendo, revertuntur in Humores aquosos. Porro, Aqua in aperto Aere aliquot dies exposita, Tincturam inducit, quæ (instar Tincturæ Hordei macerati & incocti,) progrediente tempore, Sedimentum habet & Spiritum; ante putrescendum autem, alimentum præstat tum Animalibus tum Plantis. Inter has autem tot tamq; varias mirasq; transmutationes, quidni & Lumen similiter vertat Natura in Corpora, & Corpora in Lumen?

Jam quidem eorum corporum, quæ sunt ejusdem generis & virtutis, quanto est quodq; minutius, tanto fortiorem habet, pro ratione magnitudinis suæ, Vim Attra-

Attrahentem. Fortior comperta eſt ea Vis in parvis Magnetibus, pro ratione ponderis ſui, quam in majoribus: Nam parvorum Magnetum particulæ, cum ſint inter ſe proximiores, vires ſuas facilius in unum conjungunt. Quocirca Radii Luminis, cum ſint Corporum omnium (quod ſciamus) minutiſſima, expectandum erit ut Vires Attrahentes habere reperiantur omnium fortiſſimas. Quam fortes autem eæ ſint, regula ſequente colligi poterit. Attractio radii Luminis, pro quantitate materiæ ſuæ, eſt ad gravitatem quam corpus aliquod projectum habet pro quantitate itidem materiæ ſuæ, in compoſita ratione velocitatis radii Luminis ad velocitatem corporis illius projecti, & flexuræ ſeu curvaturæ lineæ quam radius deſcribit in loco Refractionis ad flexuram ſeu curvaturam lineæ quam id corpus projectum deſcribit; ita videlicet, ſi Inclinatio radii ad ſuperficiem refringentem, eadem ſit quæ eſt corporis illius projecti ad Horizontem. Atq; ex hac quidem proportione colligo, Attractionem radiorum Luminis eſſe amplius 1000000000000000 partibus majorem quam Gravitatem corporum in ſuperficie Terræ, pro quantitate materiæ quæ in eis ineſt; ſi ſcilicet Lumen e Sole in Terram circiter ſeptem vel octo minutorum ſpatio pervenit. Et in ipſo radiorum Contactu, eorum vis multo adhuc major eſſe poteſt. Tanta autem vis in radiis, non poteſt non ingentes effectus obtinere in illis materiæ particulis, quibuſcum in corporibus componendis conjuncti ſint; ad efficiendum, ut particulæ illæ ſe invicem attrahant, & inter ſe moveantur. Quæ res ut melius intelligatur, Quæſtionem ſequentem proponam.

Qu. 23. Annon exiguæ corporum particulæ certas habent virtutes, potentias, sive vires; quibus, per interjectum aliquod intervallum, agant, non modo in radios Luminis, ad eos reflectendos, refringendos, & inflectendos; verum etiam mutuo in se ipsæ, ad producenda pleraque Phænomena Naturæ? Satis enim notum est, corpora in se invicem Agere per Attractiones gravitatis, virtutisq; magneticæ & electricæ. Atq; hæc quidem exempla, Naturæ ordinem & rationem, quæ sit, ostendunt; ut adeo verisimillimum sit, alias etiam adhuc esse posse vires Attrahentes. Etenim Natura valde consimilis & consentanea est sibi. Qua causa efficiente hæ Attractiones peragantur, in id vero hic non inquiro. Quam ego *Attractionem* appello, fieri sane potest ut ea efficiatur *Impulsu*, vel alio aliquo modo nobis ignoto. Hanc vocem *Attractionis* ita hic accipi velim, ut in universum solummodo vim aliquam significare intelligatur, qua Corpora ad se mutuo tendant; cuicunq; demum causæ attribuenda sit illa vis. Nam ex phænomenis Naturæ illud nos prius edoctos oportet, quænam corpora se invicem Attrahant, & quænam sint Leges & Proprietates istius Attractionis; quam in id inquirere par sit, quanam efficiente causa peragatur Attractio. Attractiones gravitatis, virtutisq; magneticæ & electricæ, ad satis magna se extendunt illæ quidem intervalla; adeoq; etiam sub vulgi sensum notitiamq; ceciderunt: At vero fieri potest, ut sint præterea aliæ quoq; aliquæ, quæ tam angustis finibus contineantur, ut usq; adhuc omnem observationem fugerint.

Nam, quum *Sal Tartari* fluit *per deliquium*, annon hoc efficitur Attractione aliqua, quæ est mutua inter particulas *Salis Tartari*, & particulas *Aquæ*, quæ Va-

porum

porum ſpeciem habentes circum in Aere volitant? Et cur non *Sal vulgaris*, vel *Sal nitrum*, vel *Vitriolum*, fluit itidem *per deliquium*; niſi quod iſtiuſmodi Attractionis expers ſit? Et cur *Sal* ipſe *Tartari*, poſtquam Aquam, pro quantitate ſui, certa portione ex Aere exhauſerit, deinceps non amplius imbibit; niſi quod, poſtquam Aqua ſaturatus ſit, vi illa attrahente deinceps careat? Et unde eſt, niſi ab hac vi attrahente, quod *Aqua*, quæ per ſe ipſa vel leni admodum tepore diſtillat, e *Sale Tartari* tamen diſtillando elici non poteſt niſi magno calore? Et annon ejuſmodi vi attrahenti, quæ inter particulas *Olei Vitrioli* & particulas *Aquæ* mutua ſit, attribuendum eſt, quod *Oleum Vitrioli* Aquam ſatis magna portione ad ſe ex Aere eliciat; cum autem ſemel ſaturatum ſit, deinceps non amplius imbibat; & in diſtillando, Aquam ægre admodum dimittat? Et quum *Aqua* & *Oleum Vitrioli* in unum vas infuſa, concaleſcunt intermiſcendo; annon ex calore illo apparet, magnum excitum eſſe Motum in particulis Liquorum? & annon ex motu illo apparet, binorum iſtorum Liquorum particulas inter miſcendum magna cum vi coaleſcere, & conſequenter ad ſe invicem Motu cum accelerato irruere? Et quum *Aqua fortis* vel *Spiritus Vitrioli*, *ſcobi ferreæ* ſuperfuſus, magno eam cum calore & ebullitione diſſolvit; annon calor & ebullitio iſta oritur ex violento partium Motu? & annon ex Motu iſto apparet, acidas Liquoris particulas in partes Metalli magna cum vi irruere, & violenter ſe in occultos earum meatus ingerere; donec inter exteriores metalli grumulorum particulas, & maſſulas ipſas, ſeſe introdantes, & exterioribus illis particulis factæ jam undiq; circumfluæ, disjungant eas ſingulatim a maſſulis ſuis, efficiantq; ut ſolutæ in

Aqua innatent? & quum acidæ Liquoris particulæ, quæ per se solæ satis leni calore distillarent, a Metalli tamen particulis distillando avelli & separari non possunt, nisi forte ingenti admodum & violento calore; annon hoc illud confirmat, utiq; esse inter eas istiusmodi Attractionem mutuam?

Quum *Spiritus Vitrioli*, *Sali vulgari* vel *Sali Nitro* affusus, ebullitionem ciet, & coalescit cum Sale; &, in distillando, Spiritus *Salis vulgaris* vel *Salis Nitri* multo facilius, quam antea, ascendit; *Spiritus Vitrioli* autem pars acida, infra in Vase restat; Annon hinc colligi potest, fixum Alkali Salis, acidum Vitrioli Spiritum fortius utique, quam suum ipsius Spiritum Salis, sibi attrahere; &, quoniam utrumq; simul detinere non potest, suum ipsius dimittere? Et quum *Oleum Vitrioli* e *Nitro* pari pondere distillatur, & ex utrisq; elicitur *Spiritus Nitri compositus*; isteq; Spiritus, dupla portione, affusus *Oleo Caryophyllorum*, vel *Oleo ex Cari Seminibus*, vel *Oleo* cuivis ponderoso ex *Plantarum* vel *Animalium* partibus, vel *Oleo resinæ Terebinthinæ* cum admixto *Balsamo Sulphuris* parva portione ad spissamentum, concalescit usq; adeo inter commiscendum, ut etiam Flammam ex se continuo concipiat; annon permagnus ille & subitaneus calor hoc indicat, utiq; binos istos Liquores maxima cum vi permisceri inter se, eorumq; particulas inter miscendum ad se invicem motu cum accelerato irruere, & violentissimo impetu inter se confligere & collidi? Et annon eidem causæ tribuendum est, quod *Spiritus Vini* probe *rectificatus*, & *composito illi Spiritui* jam dicto affusus, flamma subitanea coruscat? & quod *Pulvis fulminans*, quem vocant, ex Sulphure, Nitro, & Sale Tartari compositus, ictu magis subito magisq; violento,

lento, quam etiam *pulvis* ipse *tormentarius*, disploditur? acidis nimirum Sulphuris Nitriq; Spiritibus ad se invicem & ad Salem Tartari tanto cum impetu irruentibus, ut concussu & collisu suo pulverem simul omnem vehementi ebullitione rarefaciant, & in Vaporem atq; Flammam disjiciant? Utique, ubi corporum inter se permixtorum dissolutio cum lentiori fit Motu, ibi ebullitio & ipsa quoq; lenta est, & cum leniori calore; ubi dissolutio celerior fit, ibi & ebullitio quoq; major est, & cum majori calore; & ubi dissolutio fit tota simul, ibi ebullitio quoq; fit quasi in momento temporis per subitam violentamq; explosionem, & cum calore nihilo minore quam ignis ipsius & flammæ. Sic quum *compositus ille Spiritus Nitri* supra dictus Drachmæ unius pondo, in *Olei ex Cari Seminibus* pondo dimidiam Drachmam superinfusus erat in Vacuo; flammam continuo concepit mistura illa, cum displosu instar Pulveris tormentarii; diffregitq; Vitrum Aere evacuatum, in quo inclusa fuerat; quanquam habebat id quidem in amplitudinem Uncias sex, in altitudinem octo. Quinimo *Sulphur* ipsum crassum & impuratum, si in pulverem redigatur, & cum *scobe ferrea* pari pondere commixtum, adjecto aquæ paululo, in firmitatem farinæ aqua subactæ depsatur; aget in Ferrum, & intra quinq; aut sex horarum spatium, concalescet ita ut manibus tractari nequeat, & etiam flammam emittet. Atq; ex his quidem omnibus Experimentis; si eodem tempore consideremus quam multum sit Sulphuris intra Terram, & quam calidæ sint partes interiores Terræ, fontesq; fervidos contemplemur, montesq; ardentes, mephitesq; subter Terram subitaneas & vapores inflammabiles, coruscationes metallicas, terræ Motus, exhalationes æstuosas & suffocantes, ventorum Turbines,

 bines,

bines, immanesq; aquæ marinæ in cælum usq; elatos & contortos vortices; utiq; intelligere poterimus, omnino ita comparatam esse Terram, ut in visceribus ejus abundent Vapores sulphurosi, qui cum mineralibus fermentescere debeant, & interdum ignem concipere, cum subita coruscatione & displosu; &, si forte in cavernis subterraneis arcte inclusi contineantur, vehementer conquassare Terram, & cavernas ejus disrumpere, quemadmodum cuniculi pulvere tormentario repleti terram suffossam mira cum violentia disjiciunt; Quod cum accidit, tum vapores explosione ista generatos per occultos Terræ meatus expirare, æstuososq; sentiri & suffocantes; procellasque, turbines & tempestates ciere, efficereq; nonnunquam ut terræ Tractus de locis suis transportentur, ebulliatq; Mare, & guttatim subvehantur in cælum Aquæ, quæ deinceps acervatim & verticoso pondere corruant, quasi e nubibus effusæ. Præterea, Exhalationes quædam sulphurosæ omni tempore, quando Terra sit siccior, in Aerem ascendentes, fermentescunt ibi cum Acidis nitrosis; & nonnunquam ignem concipientes, Fulmina generant, & Tonitrua, aliaq; Meteora ignea: Abundat enim Aer Vaporibus acidis fermentescendo aptis; uti videre est ex eo, quod Ferrum & Cuprum rubiginem in Aere tam facile contrahant, Ignisq; accendatur sufflando, Cordisq; Pulsus in Animalibus respiratione conservetur. Jam vero hi, quos diximus, Motus, tanti sunt tamq; violenti, ut ex eis satis appareat, utiq; in fermentationibus particulas corporum, quæ ferme quieverant, novis motibus cieri a Principio aliquo præpotente, quod in eas nonnisi tum Agat, quum inter se valde propinquæ sint; efficiatq; ut eæ concurrant inter se & collidantur magna Vi, motuq; illo

con-

concalescant, & diffringentes conterentesq; se invicem, evanescant in Aerem, Vaporem, & Flammam.

Quum *Sal Tartari per deliquium* in *Solutionem cujusvis Metalli* infusus, Metallum præcipitat, efficitq; ut id Limi specie in fundo subsidat; Annon ex hoc apparet, acidas Liquoris particulas fortius utiq; a Sale Tartari, quam a Metallo, attrahi; adeoq; fortiori illa Attractione, ad Salem Tartari e Metallo transduci? Similiter, quum *Solutio Ferri in Aqua forti*, dissolvit *Cadmiam* injectam, suumq; *Ferrum* dimittit; vel quum *Solutio Cupri*, dissolvit *Ferrum* sibi immissum, dimittitq; *Cuprum*; vel quum *Solutio Argenti*, dissolvit *Cuprum*, *Argentumq*; suum dimittit; vel quum *Solutio Argenti vivi in Aqua forti*, superfusa *Ferro*, *Cupro*, *Stanno* vel *Plumbo*, dissolvit id *Metallum*, & *Argentum vivum* dimittit; Annon hoc indicat, acidas *Aquæ fortis* particulas fortius utiq; ad *Cadmiam* attrahi, quam ad *Ferrum*? fortiusq; ad *Ferrum*, quam ad *Cuprum*? & ad *Cuprum*, quam ad *Argentum*? itemq; fortius ad *Ferrum*, *Cuprum*, *Stannum* vel *Plumbum*, quam ad *Argentum vivum*? Et annon eidem causæ tribuendum est, quod ad *Ferrum* dissolvendum saturandumque, plus *Aquæ fortis* opus sit, quam ad *Cuprum*; & ad *Cuprum* plus opus sit, quam ad *reliqua Metalla*; itemq; quod *Ferrum* Metallorum omnium facillime dissolvatur, rubiginemq; facillime contrahat; deinceps autem, *Cuprum*?

Quum *Oleum Vitrioli* commixtum est cum *Aquæ* paululo, vel fluxit *per deliquium*; & inter distillandum Aqua illa ægre ascendit, subvehitq; secum partem aliquam Olei Vitrioli, specie ac forma Spiritus Vitrioli; isteq; Spiritus, Ferro, Cupro, vel Sali Tartari affusus, coalescit

coalescit cum illo, & dimittit Aquam; Annon hoc ostendit, Spiritum illum acidum attrahi quidem ab Aqua, fortius autem attrahi a corpore fixo quam ab aqua, ideoq; dimittere Aquam, ut cum corpore fixo coalescat? Et annon eidem causæ tribuendum est, quod *Aqua* & *Spiritus acidi* in *Aceto*, *Aqua forti*, & *Spiritu Salis*, cohærent & in distillando simul ascendunt; sin autem id *Menstruum*, *Sali Tartari*, vel *Plumbo*, vel *Ferro*, vel *cuivis corpori fixo*, quod id dissolvere queat, superfusum sit; tum Spiritus illi acidi fortiore Attractione adhærent corpori fixo, & dimittunt Aquam? Et annon mutuæ itidem Attractioni tribuendum est, quod *Spiritus Fuliginis* & *Salis marini* coalescant, & constituant particulas *Salis ammoniaci*; quæ minus, quam antea, volatiles sunt, quippe crassiores & minus aquæ sibi admixtum habentes? item quod particulæ *Salis ammoniaci*, inter sublimandum, subvehant secum particulas *Stibii*, quæ per se solæ sublimari nolunt? & quod particulæ *Argenti vivi*, coalescentes cum particulis acidis *Spiritus Salis*, constituant *Mercurium sublimatum*; cum particulis autem *Sulphuris*, *Cinnabarin*? & quod particulæ *Spiritus Vini* & *Spiritus Urinæ* probe rectificatorum, coalescant; &, dimittentes aquam quæ eas dissolverat, in corpus firmum durescant? & quod inter sublimandum *Cinnabarin* e *Sale Tartari* vel *Calce viva*, *Sulphur*, fortiori attractione *Salis* vel *Calcis*, dimittat *Argentum vivum*, ipsumq; una cum corpore fixo in Vase restet? & quod, cum *Mercurius sublimatus* sublimetur e *Stibio*, vel e *Regulo Stibii*, *Spiritus Salis* dimittat *Argentum vivum*; & coalescat cum *Metallo illo Stibii*, quod quidem eum fortius attrahit; & restet cum illo, usq; dum calor tantus sit, ut is utrumq; simul sursum impellere

possit

poſſit; tumq; *Spiritus iſte Salis* ſubvehat ſecum *illud Metallum*, ſpecie & forma Salis valde fuſilis, quem *Butyrum Stibii* appellant; idq; licet *Spiritus Salis* per ſe ſolus non multo minus volatilis ſit quam Aqua, & *Stibium* per ſe ſolum non minus fixum quam Plumbum?

Quum *Aqua fortis* diſſolvit *Argentum*, non autem *Aurum*; & *Aqua regia* diſſolvit *Aurum*, non autem *Argentum*; Annon recte dici poteſt, *Aquam fortem* ſatis quidem ſubtilem eſſe ad penetrandum Aurum æque ac Argentum; carere autem vi illa Attrahente, qua ſe inferre & introdare poſſit? & *Aquam regiam* ſatis quidem ſubtilem eſſe, ad penetrandum Argentum æque ac Aurum; carere autem vi illa Attrahente, qua ſe introdare poſſit? Nam *Aqua regia* nihil eſt aliud, niſi *Aqua fortis* cum admixto *Spiritu Salis* vel *Sale ammoniaco*: Atq; etiam *Sal* ipſe *vulgaris* in *Aqua forti* diſſolutus, efficit ut illa Aurum deinceps diſſolvere poſſit; quamvis *Sal* quidem iſte, ſit corpus craſſum. Cum igitur *Spiritus Salis* præcipitat *Argentum* de *Aqua forti*; annon hoc inde fit, quod is attrahat *Aquam fortem*, ſeq; ei admiſceat; non autem attrahat *Argentum*, fortaſſe etiam id a ſe repellat? Cumq; *Aqua* præcipitat *Stibium* de *Sublimato Stibii & Salis ammoniaci*, vel de *Butyro Stibii*; annon hoc inde fit, quod ea *Salem ammoniacum* vel *Spiritum Salis* diſſolvat, illiq; ſe admiſceat, & vim illius imminuat; non autem attrahat ſibi *Stibium*, fortaſſe etiam id a ſe repellat? Et annon ex eo, quod nulla ſit Attractio mutua inter particulas *Aquæ* & *Olei*, *Argenti vivi* & *Stibii*, *Plumbi* & *Ferri*; fit, ut corpora iſta inter ſe non permiſceantur? attractione autem debili, ut *Argentum vivum* & *Cuprum* ægre quidem commiſceantur?

antur? & attractione forti, ut *Argentum vivum* & *Stannum*, *Stibium* & *Ferrum*, *Aqua* & *Sales*, facile permisceantur inter se? Et in universum, annon eidem isti Principio tribuendum est, quod Calor *congreget* corpora quæ sint *ejusdem generis*, *separet* autem ea quæ sint *generum diversorum*?

Quando *Arsenicum* cum *Sapone Regulum* producit, cum *Mercurio sublimato* autem *Salem* volatilem, fusilem, & *Butyro Stibii* similem; annon hoc ostendit, *Arsenicum* compositum esse ex partibus fixis & volatilibus arcte inter se mutua attractione cohærentibus, ita ut partes volatiles ascendere nequeant, quin eodem tempore fixas quoq; secum subvehant? Similiter, quum *Spiritus Vini* & *Oleum Vitrioli* pari pondere simul *digesta* sunt; &, distillando, duos reddunt Spiritus volatiles & fragrantes, qui quidem inter se permisceri nolunt; restat autem infra in Vase, *Terra* fixa & nigra; Annon hoc indicat, *Oleum Vitrioli* compositum esse ex partibus volatilibus & fixis, arcte inter se mutua attractione cohærentibus, ita ut ambæ simul ascendant, formam habentes *Salis* volatilis, acidi, & fluidi; donec *Spiritus Vini* interveniens, attrahat sibi & separet partes volatiles a fixis? Proinde, quandoquidem & *Oleum Sulphuris per Campanam* ejusdem est naturæ ac *Oleum Vitrioli*, annon recte inferri potest, utiq; & *Sulphur* itidem compositum esse ex partibus volatilibus & fixis, arcte inter se mutua attractione cohærentibus, ita ut ambæ simul inter sublimandum ascendant? Nam & dissolvendo *Flores Sulphuris* in *Oleo resinæ Terebinthinæ*, deinde solutionem istam distillando, compertum est *Sulphur* constare ex *Oleo* crasso, volatili & inflammabili,

sive

five *Bitumine* pingui, *sale* acido, *Terra* valde fixa, & *Metalli* paululo: Quorum quidem corporum priora tria, æqua fere portione inveniebantur; quartum autem tam parva admodum portione, ut observatu dignum vix esset. *Sal* ille acidus, in Aqua dissolutus, idem est ac *Oleum Sulphuris per Campanam*,; permultusq; cum fit in Visceribus Terræ, maximeq; in *Marchasitis*, coalescit inde cum cæteris corporibus ex quibus constant *Marchasitæ*; cum *Bitumine* scilicet, *Ferro*, *Cupro* & *Terra*; cumq; illis conflat *Alumen*, *Vitriolum* & *Sulphur*. Cum *Terra sola* nimirum, *Alumen*; cum *Metallo solo*, vel *Metallo & Terra*, *Vitriolum*; & cum *Bitumine & Terra*, *Sulphur*. Ex quo fit, ut *Marchasitæ* tribus illis mineralibus abundent. Et annon mutuæ attractioni attribuendum est, quod Materiæ diversæ, ex quibus hæc constant mineralia, coeant & cohæreant ad ea conflanda? & quod *Bitumen* subvehat secum reliquam *Sulphuris* materiam, quæ fine illo sublimari non posset? Idemq; de omnibus, vel fere omnibus, quotquot usquam sunt corpora crassa, quæri potest. Nam & *Animalium* & *Plantarum* partes omnes compositæ sunt ex materiis volatilibus & fixis, fluidis & solidis; uti ex eorum Analysi quidem apparet: Itemq; *Sales* & *Mineralia*; quantum Chymici, quidem compositionem eorum usq; adhuc pervestigare potuerint.

Quum *Mercurius sublimatus* sublimatur denuo cum *Argento vivo*, fitq; *Mercurius dulcis*; qui est Terra alba, saporis expers, & in Aqua haud dissolubilis: Cumq; *Mercurius dulcis*, sublimatus iterum cum *Spiritu Salis*, revertitur in *Mercurium sublimatum*: Et quum *Metalla* paululo Acidi corrosa, convertuntur in rubiginem; quæ est Terra saporis expers, & in Aqua non dissolu-

 bilis;

bilis; Terraq; iſta pluſculo Acidi macerata, fit Sal metallicus: Cumq; *Lapides* quidam, ut *Fluor Plumbi*, idoneo Menſtruo diſſoluti, Sales fiunt: Annon hæc omnia oſtendunt, *Sales* conſtare ex *Terra ſicca* & *Acido aquoſo* attractione conjunctis? terramq; non poſſe Salem fieri, niſi accedat tantum Acidi, quantum ad id ſufficiat, ut illa diſſolvi deinceps poſſit in Aqua?

Annon *Acidorum* ſapor ille acerbus & pungens, oritur ex forti attractione, qua particulæ acidæ irruant in particulas Linguæ, eaſq; agitent? Et quum *Metalla*, in *Menſtruis acidis* diſſoluta ſunt; *Acidaq*; cum Metallo conjuncta, alia jam ratione agunt; adeo ut Permixtio illa Saporem jam alium habeat, multo quam antea mitiorem, nonnunquam etiam dulcem; Annon hoc inde fit, quod corpuſcula acida particulis metallicis adhæreſcentia, multum eo pacto de vi ſua actuoſa imminuant? Et, ſi *Acidum* minore portione adſit, quam ut *Compoſitum* efficiat in Aqua diſſolubile; annon *Acidum* illud, ad *Metallum* arcte adhæreſcendo, vim ſuam actuoſam Saporemq; omnem amittet? fietq; corpus ex utriſq; compoſitum, *Terra* ſaporis expers? Quæ enim corpora humore Linguæ non diſſolvuntur, ea Senſum Guſtus non afficiunt.

Quemadmodum Gravitas efficit, ut *Mare* denſiorem & ponderoſiorem Terræ globum circumfluat; ita attractione effici poteſt, ut *Acidum aquoſum* denſiores & compactiores particulas terreſtres circumfluat, ad componendas particulas *Salis*. Neq; enim alioqui fieri poſſet, ut *Acidum* loco *Medii* foret inter Terram & Aquam vulgarem, ad efficiendum ut *Sales* diſſolvantur in *Aqua*: Neq; futurum eſſet, ut *Sal Tartari* tam facile extraheret *Acidum* e *Metallis* diſſolutis; aut *Metalla*,

talla, *Acidum* ex *Argento vivo.* Utique, quomodo in ingenti illo Terrarum Marisq; globo, corpora quæq; denſiſſima gravitate ſua ſubſidunt in Aqua, ſemperq; conantur ad Centrum Globi accedere; eodem modo in particulis *Salis*, materia denſiſſima ſemper conabitur ad particulæ Centrum accedere: Adeo ut particula *Salis*, comparari queat quadantenus ad *Chaos*; denſa videlicet, dura, ſicca & terreſtris a Centro; rara autem, mollis, humida & aquoſa a Superficie. Atq; huic quidem cauſæ tribuendum videtur, quod Sales natura ſunt adeo durabili. Nempe deſtrui vix poſſunt, niſi ita ſi aquoſæ ipſorum partes vel Vi abſtrahantur; vel leni calore, inter putreſcendum, in occultos meatus Terræ illius, quæ eſt ad Centra particularum, inſidere permittantur; uſq; dum partes terreſtres diſſolvantur tandem Aqua, & ſeparentur in minores particulas, quæ, qua ſint exiguitate, efficere queant ut Totum putrefactum nigro videatur colore. Porro, hinc quoq; fieri poteſt, ut partes Animalium & Plantarum ſuas ſingularum formas conſervent, & nutrimentum in ſuam cujuſq; ipſarum ſimilitudinem convertant; molli nimirum & humido nutrimento facile immutante texturam ſuam per lenem calorem & Motum, donec ſimile tandem factum ſit denſæ illi, duræ, ſiccæ & durabili Terræ, quæ eſt in Centro uniuſcujuſq; particulæ: Quum vero Nutrimentum ineptum ſit ad aſſimilandum; vel Terra illa, quæ eſt in Centris particularum, debilior facta eſt, quam ut id in ſimilitudinem ſui convertere poſſit; tum Motus ille omnis deſinit in putredinem & Mortem.

Si *Sal quivis* vel *Vitriolum* parva admodum portione diſſolvatur in permulta *Aqua*; particulæ *Salis* vel *Vi-*

trioli non utiq; ad imum sident, licet specifice graviores sint quam *Aqua*; sed diffundent se æquabiliter per totam Aquam; ita ut illa æque salsa futura sit a summo, ac ab imo: Annon hoc indicat, partes *Salis* vel *Vitrioli* a se mutuo recedere, & sese expandere conari quaquaversus, tamq; longe a se invicem sejungi, quam patitur aquæ, in qua innatant, spatium? & annon Conatus iste ostendit, utiq; habere eas Vim quandam *repellendi*, qua a se invicem diffugiunt? aut saltem fortius eas Aquam attrahere, quam semet ipsas mutuo? Etenim, quemadmodum corpora illa omnia in Aqua ascendunt, quæ Telluris Gravitate minus sunt attracta, quam est Aqua ipsa: ita omnes *Salis* particulæ, quæ in Aqua innatant, minusq; ab una qualibet Salis particula sunt attractæ, quam est Aqua ipsa; recedant necesse est a particula illa, & Aquæ fortius attractæ locum dent.

Quum Liquor Sale quovis imbutus, *evaporatus est*, quod aiunt, *ad cuticulam*; & deinde refrixit; Sal continuo concrescit in figuras aliquas regulares. Ex quo apparet, Salis particulas, antequam concrescerent, jam in Liquore illo æquis interjectis intervallis, certisq; ordinibus dispositas innatasse; Et consequenter eas in se invicem *Egisse* Vi aliqua, quæ æqualis sit in intervallis æqualibus, in inæqualibus inæqualis. Nam tali quidem Vi, illæ se in consimiles Ordines usquequaq; disponent; sine ea autem, circumnatabunt dispersim quaquaversus; itemq; sine ullo ordine, ut forte ceciderit, concurrent. Et quoniam particulæ *Crystalli Islandicæ* agunt omnes consimili ratione in Radios Luminis, ad *Refractionem* illam *inusitatam* efficiendam; annon credibile est particulas illas, in frustis ejus Crystalli formandis, non modo certis se ordinibus ita disposuisse,

ut,

ut, extremitatibus suis eodem cunctis spectantibus, in figuras regulares concrescerent; verum etiam ita insuper, ut & *latera* quoq; sua quoad vires Attrahentes homogenea, quasi *polari quadam virtute* eodem omnes converterint?

Corporum omnium *durorum* homogeneorum particulæ, quæ se inter se plane contingunt, magna vi inter se cohærent. Quod qui fieri possit, ut explicarent Philosophi, commenti sunt alii *Atomos hamatas*; quod est utiq; id ipsum pro responso afferre, quod erat quæsitum: Alii finxerunt corporum particulas inter se conglutinatas esse *Quiete*; hoc est, plane *Nihilo*. Ego sane ex cohærentia corporum, illud malim inferre, utiq; particulas ipsorum *attrahere* se invicem Vi aliqua, quæ in ipso contactu perquam sit magna, parvis interjectis intervallis chymicos illos Effectus supra memoratos obtineat, ad spatia autem a particulis aliquanto remotiora (quod quidem Sensu percipi possit) non omnino pertineat. Corpora omnia composita esse videntur ex particulis *duris*: Alioqui enim Fluida non congelarent; quod quidem faciunt *Aqua*, *Oleum*, *Acetum*, & *Spiritus sive Oleum Vitrioli*, Frigore; *Argentum vivum*, fumis Plumbi; *Spiritus Nitri & Argentum vivum*, dissolvendo Argentum vivum, & evaporando Phlegma; *Spiritus Vini & Spiritus Urinæ*, Phlegma eorum auferendo, eosq; inter se permiscendo; & *Spiritus Urinæ & Spiritus Salis*, eos simul sublimando, ad conficiendum Salem Ammoniacum. Quin & ipsi etiam Radii Luminis, corpora dura esse videntur; Neq; enim alioqui possent in diversis suis lateribus diversas retinere proprietates. Quare *Duritia*, universæ Materiæ simplicis proprietas haberi potest:

poteſt: Saltem hoc nihilo minus evidens eſt, quam *Impenetrabilitatem* ipſam Materiæ eſſe univerſæ Proprietatem. Nam omnia Corpora, quæ quidem nos Experientia norimus, vel ſunt *dura*, vel *dureſcere* poſſunt: Neq; vero alia ulla certa ratione novimus Corpora univerſa *impenetrabilia* eſſe, niſi quod Experientia ampliſſima nos id docuerit, ſine ulla unquam oblata exceptione. Jam, ſi corpora quidem compoſita tam ſunt *dura*, quam experientia comperimus eorum nonnulla eſſe; & occultorum tamen meatuum permultum in ſe habent, conſtantq; ex particulis adpoſitis ſolummodo inter ſe; utiq; ſimplices ipſæ particulæ, quæ occultos meatus in ſe nullos habent, neq; unquam in partes diviſæ fuerunt, longe adhuc duriores ſint neceſſe eſt. Etenim iſtiuſmodi duræ particulæ, in unum congeſtæ, fieri vix poteſt ut ſe inter ſe contingant niſi in perpaucis punctis; ideoq; omnino multo minore vi ad eas diſjungendas opus erit, quam ad confringendum particulam ſolidam, cujus utiq; partes omnes ſe inter ſe contingunt in totis ſuperficiebus ſuis, ſine ullis meatibus aut intervallis interjectis, quæ earum cohærentiam minus firmam reddere poſſint. Qui autem iſtiuſmodi prædure particulæ, adpoſitæ ſolummodo inter ſe, ſeq; invicem in perpaucis tantum punctis contingentes, cohæreſcere queant; idq; tanta vi, quanta Experientia novimus; utique, niſi Cauſa ſit aliqua quæ efficiat ut eæ ad ſe invicem *attrahantur* vel *apprimantur*, concipi vix poteſt. Porro, rem eandem inde quoq; infero, quod bina *Marmora* perpolita cohæreant etiam in Vacuo; & quod *Argentum vivum* in *Barometro* ſubſiſtat ad altitudinem 50, 60, vel 70 Unciarum, vel etiam amplius eo; ita ſcilicet, ſi prius ab Aere omni probe depurgatum

fue-

fuerit, & in tubum cauta manu infuſum, ut adeo partes ejus ſint uſquequaq; contiguæ & ſibi invicem & Vitro. Nonnulli exiſtimant, *Marmora* illa compreſſa eſſe *Æthere* quodam ambiente, *Argentumq; vivum* eodem *Æthere* ſurſum in Tubum impelli. Verum ſi *Ætheri* iſti tranſitus patet vel per *Argentum vivum* vel per *Vitrum*; fieri non poteſt ut is *Argentum vivum* ſurſum in Tubum impellat: Et, ſi tranſitus ei per neutrum patet, jam non poterit is permittere ut *Argentum vivum* ſubſidat; quomodo illud ſubſidit quidem, ſi Vitrum ſuccutiatur, adeoq; Argentum vivum a ſe disjungat; ſive *Argentum vivum* habeat in ſe bullulas aliquas Aeris, quæ impediant quominus partes ejus contingant & cohæreant inter ſe. Atq; etiam idem Experimentum obſervatum fuit in Aqua, ab omni prius Aere probe depurgata. Quum *Argentum vivum* congelatum ſit fumis Plumbi, vel *Aqua* Frigore; partes Liquoris congelati ita cohærent, ut Corpus durum conſtituant: Atq; Experimento quidem jam memorato de Liquoribus in *Barometro* ad tam inſolitam uſq; altitudinem ſuſpenſis, apparet partes corporum etiam fluidorum cohærere inter ſe. Unde facile intelligi poteſt, quæcunq; demum cauſa efficiat ut partes glaciei & metallorum durorum cohæreant inter ſe, eandem itidem efficere ut partes eorundem corporum etiam liquefactorum cohæreant; licet fortaſſis minus firme: Nam particulæ quidem corporum liquefactorum, inter ſe huc illuc perpetuo ſublabuntur.

Jam quidem fieri poteſt, ut Materiæ particulæ exiguiſſimæ, Attractionibus fortiſſimis inter ſe cohæreant, conſtituantq; particulas majuſculas, quarum Vis illa attrahens debilior ſit; harumq; particularum majuſcularum

cularum permultæ, inter ſe itidem cohærentes, particulas majores conſtituant, quarum Vis attrahens adhuc ſit debilior; Et ſic deinceps continuata ſerie, donec ad maximas tandem deventum ſit particularum illarum, e quibus *Operationes Chymicæ* & *Colores* corporum naturalium pendent; quæq; inter ſe cohærentes, corpora demum conſtituant magnitudine ſub Senſum cadente. Quorum deniq; corporum ſiquod ſit compactum, flectatq; ſe, &, cum prematur, intro cedat, ſine ullo partium ſuarum ſublapſu; jam id corpus *durum* eſt & *elaſticum*, revertens ad figuram ſuam Vi ea, quæ ex mutua partium ſuarum attractione oritur. Si partes ejus, inter ſe ſublabuntur; jam corpus id *molle* eſt, & *Mallei ictibus cedens*. Si partes facillime labantur, & magnitudine ſint ea, qua Calore facile agitari queant; calorq; ſatis magnus ſit, ad eas agitandas; (licet multo fortaſſe minor, quam ad id opus eſt, ne *Aqua* congeletur;) jam corpus illud *fluidum* eſt: Et, ſi adhæreſcendo aptum ſit, appellatur *humidum*. *Guttæ* autem corporis cujuſq; fluidi, ut *Figuram globoſam* induere conentur, facit mutua partium ſuarum Attractio; eodem modo, quo Terræ Mariaq; in rotunditatem undiq; conglobantur, partium ſuarum Attractione mutua, quæ eſt Gravitas.

Quandoquidem Metalla in Acidis diſſoluta, parvam ſolummodo Acidi portionem ad ſe attrahunt; liquet Vim eorum attrahentem, non niſi ad parva circum intervalla pertingere. Et ſicuti in *Algebra*, ubi *Quantitates affirmativæ* evaneſcunt & deſinunt, ibi *negativæ* incipiunt; ita in *Mechanicis*, ubi *Attractio* deſinit, ibi *Vis repellens* ſuccedere debet. Talis autem Vis aliqua ut ſit, conſequi videtur ex *Reflexionibus* & *Inflexionibus*
Radio-

Radiorum Lucis: Nam in utroq; horum casuum, repelluntur Radii a corporibus, sine immediato contactu corporis reflectentis vel inflectentis. Videtur etiam consequi ex *Emissione* Luminis: Nam Radius, simul ac e lucente corpore per vibrantem partium ipsius Motum excussus sit, & e sphæra Attractionis ejus evaserit; ingenti admodum velocitate propellitur. Etenim eadem Vis,quæ in Reflexione ad radium *repellendum* valet, possit etiam ad eundem *emittendum* valere. Porro, videtur etiam consequi ex *Productione Aëris* & Vaporum: Nam particulæ e corporibus excussæ per calorem vel fermentationem, simul ac e Sphæra Attractionis corporis sui evaserint, recedunt deinceps & ab illo & a se invicem magna cum Vi; rursumq; accedere fugiunt: ita ut nonnunquam amplius decies centies millies tantum spatii occupare noscantur, quam quantum cum corporis densi formam haberent; Quæ tam ingens Contractio & Expansio, animo sane concipi vix potest, si particulæ Aeris fingantur elasticæ & ramosæ, vel viminum lentorum intra se in circulos intortorum instar esse, vel ulla alia ratione, nisi ita si *Vim repellentem* habent, qua a se mutuo fugiant. Corporum fluidorum particulæ, quæ quidem non nimis firme inter se cohæreant, eaque sint parvitate, qua facillime agitationes illas suscipiant, in quibus Liquorum fluiditas consistit; facillime separantur & in Vapores rarefiunt, sive, ut loquuntur Chymici, *volatiles* sunt; leni videlicet calore rarescentes, & levi itidem frigore condensatæ. At illæ, quæ sint crassiores, adeoq; difficilius agitentur, vel fortiori inter se Attractione cohæreant; non nisi fortiori calore separari possunt, fortasse etiam non nisi accedente fermentatione. Atq; hæc quidem sunt Corpora illa, quæ

Chymici *fixa* appellant; quæq; fermentatione rarefacta, verus fiunt & permanent *Aer*: Iis nimirum particulis a se invicem maxima cum Vi recedentibus,& difficillime in unum coactis; quæ eædem,cum inter se contingant, cohærent arctissime. Et quoniam particulæ veri & durabilis Aeris, crassiores sunt & e corporibus densioribus exoriuntur, quam particulæ Vaporum; hinc fieri possit ut verus Aer sit ponderosior Vaporibus,& humida Atmosphæra levior quam sicca, siquidem quantitate sint pares. Ex eo, quod particulæ Aeris a se invicem & a corporibus densis recedere conentur,fit etiam ut Aer rarior sit in tubis vitreis exilibus, quam in amplioribus spatiis; & per Raritatem illam vi minore, quam apertus Aer, premat superficiem Aquæ in quam inferior tubuli demersa sit extremitas; adeoq; permittat, ut Aqua illac in tubulum ascendat; Quæ est *Philtrationis* causa: uti olim explicavit D.*Hookius*. Porro,eidem *Vi repellenti* tribuendum videtur, quod Muscæ in Aqua inambulent, nec tamen pedes suos madefaciant; & Vitra Objectiva longorum Telescopiorum, alterum alteri impositum, inter se tamen non facile contingant; & Pulveres sicci ægre fieri queat ut se inter se contingant & cohæreant, nisi ita si vel igne liquefiant, vel madefiant Aqua, quæ utiq; exhalando possit particulas ipsorum in unum cogere; & bina deniq; Marmora perpolita, quæ, quoties plane inter se contingunt, cohærent, ægre tamen tam arcte comprimi tamq; apte conjungi queant, ut cohærescant.

Atq; hæc quidem omnia si ita sint, jam Natura universa valde erit simplex & consimilis sui: Perficiens nimirum magnos omnes *corporum cælestium* Motus, Attractione Gravitatis, quæ est mutua inter corpora illa

illa omnia ; & minores fere omnes *particularum ſuarum* Motus, alia aliqua Vi attrahente & repellente, quæ eſt inter particulas illas mutua. *Vis inertiæ*, eſt Principium paſſivum, quo Corpora in Motu ſuo vel Quiete perſtant, recipiunt Motum Vi moventi ſemper proportione reſpondentem, & reſiſtunt tantum quantum ſibi reſiſtitur. Ab hoc ſolo Principio nullus unquam in rerum Univerſitate oriri potuiſſet Motus. Alio aliquo Principio omnino opus erat ad movenda Corpora ; & jam, cum moventur, alio itidem Principio opus eſt, ad Motum ipſorum conſervandum. Nam ex variis binorum Motuum compoſitionibus, manifeſtum eſt non ſemper eandem eſſe in Mundo quantitatem Motus. Etenim ſi duo globi, virgula tenui conjuncti, motu uniformi circa commune ſuum Gravitatis centrum revolvant, interea dum Centrum illud Motu uniformi feratur in linea recta, ducta in Plano Motus ipſorum circularis ; utiq; Summa Motuum binorum illorum globorum, quoties illi erunt in linea recta a communi ſuo Gravitatis centro deſcripta, major erit quam Summa Motuum ipſorum tum, cum erunt illi in linea quæ ſit ad lineam illam rectam perpendicularis. Quo quidem exemplo apparet, Motum & naſci poſſe & perire. Verum, per tenacitatem corporum fluidorum, partiumq; ſuarum attritum, viſq; elaſticæ in corporibus ſolidis imbecillitatem ; multo magis in eam ſemper partem vergit natura rerum, ut pereat Motus, quam ut naſcatur : Et quidem is perpetuo imminuitur. Nam corpora, quæ vel tam perfecte dura ſint, vel tam plane mollia, ut vim elaſticam nullam habeant; non utiq; a ſe invicem repercutientur. Impenetrabilitas illud duntaxat

efficiet, ut eorum Motus ſiſtatur. Si duo iſtiuſmodi corpora inter ſe æqualia, motibus æqualibus & adverſis recta in ſpatio vacuo concurrant; utiq; per Leges Motus, eo ipſo in loco, ubi concurrunt, ſiſtentur; motumq; ſuum omnem amittent; & quieſcent uſq;, niſi vi elaſtica prædita ſint, motumq; novum inde accipiant. Si vis elaſticæ tantum habeant, quantum ad id ſatis ſit, ut repercutiantur cum $\frac{1}{4}$ vel $\frac{1}{2}$ vel $\frac{3}{4}$ vis illius, qua concurrebant; amittent utique $\frac{3}{4}$ vel $\frac{1}{2}$ vel $\frac{1}{4}$ Motus ſui, comparate. Atque hoc quidem experiundo comprobari poterit, ſi duo Pendula æqualia ex æqualibus altitudinibus ita ſint dimiſſa, ut in ſe invicem recta incurrant. Si enim Pendula illa ſint ex Plumbo, vel Argilla molli; jam Motum ſuum omnem, vel fere omnem, amittent: Sin ex materia aliqua elaſtica ſint; jam Motus tantum duntaxat retinebunt, quantum a vi illa elaſtica denuo acceperint. Si tria Vaſa rotunda & æqualia impleta ſint, alterum quidem Aqua, alterum Oleo, tertium autem Pice liquefacta; hiq; omnes Liquores conſimili ratione agitati ſint, ut Motu vorticoſo cieantur; Utiq; Pix, propter tenacitatem ſuam, Motum ſuum omnem perbrevi amittet; Oleum, quippe minus tenax, Motum ſuum diutius conſervabit; Aqua autem, cum ſit minime omnium tenax, Motum ſuum omnium diutiſſime conſervabit; Veruntamen & ipſa ſuum brevi tempore amittet. Ex quo facile intelligi poteſt, ſi plures *Vortices* ex liquefacta Pice inter ſe eſſent contigui; tantaq; hi amplitudine, quanta *Carteſiani* illi; fore tamen, ut & ipſi & partes ſuæ omnes, propter tenacitatem ſuam & lentorem, Motum ſuum cito ſecum invicem communicarent, donec inter ſe omnes plane quieſcerent. Vortices ex Oleo,

Oleo, vel Aqua, vel alia aliqua materia adhuc magis fluida, possent quidem diutius Motum suum retinere; verum, nisi materia illa omnis plane tenacitatis expers esset, interq; partes ejus neq; Attritus esset ullus, neq; communicatio Motus, (quod fingi sane non potest;) omnino futurum esset, ut Motus perpetuo decresceret. Quoniam igitur varii illi Motus, qui in Mundo conspiciuntur, perpetuo decrescunt universi; necesse est prorsus, quo ii conservari & recrescere possint, ut ad actuosa aliqua principia recurramus: Qualia utiq; sunt *Gravitatis causa*, qua Planetæ & Cometæ Motus suos in perpetuis Orbibus conservant, Corporaq; omnia Motum magnum sibi acquirunt cadendo; & *Fermentationis* causa, qua Cor & Sanguis Animalium Motu & Calore perpetuo confoventur, partes interiores Terræ perpetuo calefiunt, corpora permulta ardent & lucent, Montes ignem concipiunt, cavernæ Telluris ictibus subitis disjiciuntur, & Sol ipse perpetuum vehementer candet & lucet & Luce sua omnia calefacit ac fovet. Nam admodum paullum Motus in mundo invenimus, præterquam quod vel ex his Principiis actuosis, vel ex imperio *Voluntatis*, manifesto oritur.

Atq; his quidem omnibus bene perspectis & consideratis, illud mihi videtur denique simillimum veri; utiq; Deum Optimum Maximum, in principio rerum, materiam ita creasse, ut primigeniæ ejus particulæ, e quibus deinceps oritura esset corporea omnis natura, solidæ essent, firmæ, duræ, impenetrabiles inertes & mobiles; iis magnitudinibus & figuris, iisq; insuper proprietatibus, eoq; numero & quantitate pro ratione Spatii in quo futurum erat ut moverentur; quo possent ad eos fines, ad quos creatæ fuerant, optime deduci. Quæ

porro

porro particulæ primigeniæ, quippe plane ſolidæ, longe longeq; duriores ſint, quam ulla corpora ex iiſdem deinceps cum occultis interjectis meatibus compoſita; imo tam perfecte duræ, ut nec deteri poſſint unquam, nec comminui; ne adeo ulla in conſueto Naturæ curſu Vis ſit, quæ id in plures partes dividere queat, quod Deus ipſe in prima rerum fabricatione Unum fecerit. Tamdiu dum particulæ illæ integræ permanent, poterunt ſane per omnia ſecula ex iis compoſita eſſe corpora ejuſdem ſemper naturæ & texturæ: Verum ſi illæ deteri aut comminui poſſent; jam futurum ſane eſſet, ut rerum natura, quæ ex iis pendet, immutaretur. Aqua & Terra, ex particulis imminutis & detritis, particularumq; fragminibus compoſitæ, non utiq; eandem hodie naturam texturamq; haberent, ac Aqua & Terra in principio ex particulis integris compoſitæ. Quare, ut Rerum Natura poſſit durare, exiſtimandum eſt corporum omnium mutationes, in variis ſolummodo ſeparationibus, noviſq; conjunctionibus & Motibus durabilium illarum particularum conſiſtere. Nam Corpora compoſita diſrumpuntur, non particularum ipſarum ſolidarum fractura, ſed ſeparatione earum, qua parte eæ commiſſuris inter ſe junctæ erant, & paucis tantum in punctis ſe inter ſe contingebant.

Porro, videntur mihi hæ particulæ primigeniæ, non modo in ſe *Vim inertiæ* habere, Motuſq; *Leges paſſivas* illas, quæ ex Vi iſta neceſſario oriuntur; verum etiam *Motum* perpetuo accipere a certis *Principiis actuoſis*; qualia nimirum ſunt Gravitas, & Cauſa Fermentationis & cohærentiæ corporum. Atq; hæc quidem Principia conſidero, non ut *occultas Qualitates*, quæ ex *Specificis* rerum *Formis* oriri fingantur; ſed ut *univerſales* Naturæ *Leges*,

Leges, quibus res ipſæ ſunt formatæ. Nam Principia quidem talia revera exiſtere, oſtendunt Phænomena Naturæ; licet ipſorum Cauſæ quæ ſint, nondum fuerit explicatum. Affirmare ſingulas rerum Species, ſpecificis præditas eſſe Qualitatibus occultis, per quas eæ Vim certam in Agendo habeant; hoc utiq; eſt Nihil dicere. At ex Phænomenis Naturæ, duo vel tria derivare generalia Motus Principia; & deinde explicare quemadmodum proprietates & actiones rerum corporearum omnium ex Principiis iſtis conſequantur; id vero magnus eſſet factus in Philoſophia progreſſus, etiamſi Principiorum iſtorum Cauſæ nondum eſſent cognitæ. Quare Motus Principia ſupra dicta proponere non dubito, cum per Naturam univerſam illa latiſſime pateant.

Jam quidem, ope Principiorum iſtorum, res corporeæ univerſæ videntur compoſitæ fuiſſe ex duris ſolidiſq; Particulis ſupra dictis, varie inter ſe in prima rerum fabricatione ſociatis & conjunctis, Nutu & Conſilio Agentis intelligentis. Decuit enim eum, qui res omnes creavit, eaſdem diſponere quoq; & in ordinem collocare. Quæ ſi vera rerum origo fuit; jam indignum erit Philoſopho, alias Mundi condendi rationes exquirere, vel comminiſci quemadmodum e Chao per meras Leges Naturæ mundus univerſus oriri potuerit; quamvis, formatus cum ſit, poſſit is jam per iſtas Leges in multa quidem ſecula perdurare. Nam dum Cometæ moventur in Orbibus valde eccentricis, undiq; & quoquoverſum in omnes cœli partes; utiq; nullo modo fieri potuit, ut cæco fato tribuendum ſit, quod Planetæ in orbibus concentricis Motu conſimili ferantur eodem omnes; exceptis nimirum irregularitatibus quibuſdam

vix

vix notatu dignis, quæ ex mutuis Cometarum & Planetarum in ſe invicem actionibus oriri potuerint, quæq; veriſimile eſt fore ut longinquitate temporis majores uſq; evadant, donec hæc Naturæ Compages manum emendatricem tandem ſit deſideratura. Tam miram uniformitatem in Planetarum Syſtemate, neceſſario fatendum eſt Intelligentia & Conſilio fuiſſe effectam. Idemq; dici poſſit de uniformitate illa, quæ eſt in Corporibus *Animalium*. Habent videlicet Animalia pleraq; omnia, bina Latera, dextrum & ſiniſtrum, forma conſimili; & in Lateribus illis, a poſteriore quidem corporis ſui parte, pedes binos; ab anteriori autem parte, binos armos, vel pedes, vel alas, humeris affixas; interq; humeros Collum, cui affixum eſt Caput; in eoq; capite binas aures, binos oculos, naſum, os & linguam; ſimiliter poſita omnia, in omnibus fere Animalibus. Deinde Partes illæ Corporis, tam exquiſita Arte atq; Conſilio fabricatæ, Oculi, Aures, Cerebrum, Muſculi, Glandes, Cor, Pulmones, Diaphragma, Larynx, Manus, Alæ, Veſicæ ad natandum, Membranæ pellucidæ Animalium quorundam Oculis inſtar Conſpicillorum obductæ, aliaq; Senſus & Motus Organa, Inſtinctuſq; in Animalibus brutis & inſectis; horum ſane omnium conformatio prima, nulli rei tribui poteſt, niſi Intelligentiæ & Sapientiæ Entis Potentis ſemperq; Viventis; quod ſit ubiq; ſcilicet præſens, poſſitq; Voluntate ſua corpora omnia in infinito ſuo *Senſorio* movere, adeoq; cunctas Mundi univerſi partes ad arbitrium ſuum fingere & refingere, multo magis quam Anima noſtra, quæ eſt in Nobis Imago Dei, voluntate ſua ad corporis noſtri membra movenda valet. Porro, quoniam Spatium diviſibile eſt in infinitum; Materia autem, non eſt neceſ-

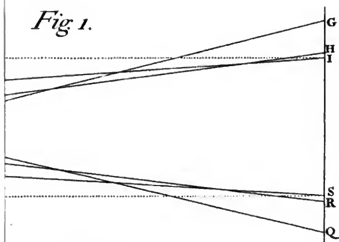
necessario in omnibus partibus Spatii; illud insuper concedi necesse est, utiq; posse Deum creare Materiæ particulas variis magnitudinibus & figuris, vario quoq; numero & quantitate pro ratione Spatii in quo insunt, forte etiam & diversis densitatibus diversisq; viribus; eoq; pacto variare Leges Naturæ, Mundosq; condere diversa Specie, in diversis Spatii universi partibus. Certe in his omnibus nihil est, quod vel secum ipsum, vel cum ratione pugnet.

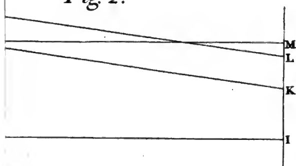
Quemadmodum in Mathematica, ita etiam in Physica, investigatio rerum difficilium ea Methodo, quæ vocatur *Analytica*, semper antecedere debet eam quæ appellatur *Synthetica*. Methodus *Analytica* est, experimenta capere, phænomena observare; indeq; ex rebus compositis, ratiocinatione colligere simplices; ex Motibus, vires moventes; & in universum, ex effectis, causas; ex causisq; particularibus, generales; donec ad generalissimas tandem sit deventum. Methodus *Synthetica* est, causas investigatas & comprobatas assumere pro Principiis, eorumq; ope explicare Phænomena ex iisdem orta, istasq; explicationes comprobare. In duobus prioribus Libris hujus Optices, Methodo *Analytica* usus sum ad investigandum & comprobandum congenitas Radiorum Luminis differentias, quoad refrangibilitatem, reflexibilitatem & calorem; eorumq; alternas facilioris Reflexionis & facilioris Transmissus Vices; corporumq; proprietates, tum opacorum tum pellucidorum, e quibus Reflexiones Coloresq; Radiorum pendent: Atq; hæc quidem Inventa, quum sint comprobata, poterunt in Methodo *Synthetica* ut Principia assumi, ad explicanda Phænomena ex iisdem fluentia: Cujus porro Methodi exemplum dedi, sub finem Libri

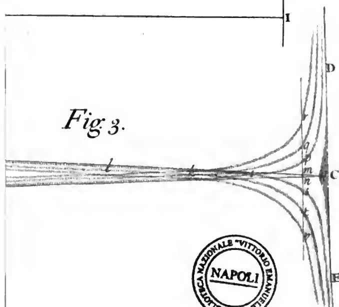
primi. In tertio hoc Libro, inchoavi solummodo *Analysin* earum rerum, quæ adhuc investigandæ restant, circa Lumen circaq; effectus quos id obtinet in corporibus naturalibus: Multa attingens leviter, &, quæ submonui, aliis examinanda relinquens, & promovenda usq; Experimentis atq; Observationibus Curiosorum.

Quod si *Philosophia Naturalis*, hanc Methodum persequendo, tandem aliquando ab omni parte absoluta erit facta atq; perfecta Scientia; utiq; futurum erit, ut & *Philosophiæ Moralis* fines itidem proferantur. Nam quatenus ex Philosophia naturali intelligere possimus, quænam sit prima rerum Causa, & quam potestatem & jus ea in nos habeat, & quæ beneficia ei accepta sint referenda; eatenus Officium nostrum erga eam, æque ac erga nosmetipsos invicem, quid sit, per Lumen Naturæ innotescet. Omnino, si Deorum falsorum cultus non occæcasset animum gentibus, longius se inter eas extendisset Philosophia Moralis, quam ad *Cardinales* illas quatuor, quas vocant, Virtutes: Et qui Animarum Transmigrationem, Solisq; & Lunæ Heroumque mortuorum Cultum docebant; id sane multo potius docuissent, qua ratione optime colendus esset verus noster & beneficentissimus Author.

FINIS.


Fig. 1.
G
H
I
S
R
Q


Fig. 2.
M
L
K
I


Fig. 3.
D
C
E
n



ENUMERATIO

LINEARUM

TERTII ORDINIS.

ENUMERATIO
LINEARUM
TERTII ORDINIS.

Lineæ Geometricæ ſecundum numerum dimenſionum æquationis qua relatio inter Ordinatas & Abſciſſas definitur, vel (quod perinde eſt) ſecundum numerum punctorum in quibus a linea recta ſecari poſſunt, optime diſtinguuntur in Ordines. Qua ratione linea primi Ordinis erit Recta ſola, eæ ſecundi ſive quadratici ordinis erunt ſectiones Conicæ & Circulus, & eæ tertii ſive cubici Ordinis Parabola Cubica, Parabola Neiliana, Ciſſois veterum & reliquæ quas hic enumerare ſuſcepimus. Curva autem primi generis, (ſiquidem recta inter Curvas non eſt numeranda) eadem eſt cum Linea ſecundi Ordinis, & Curva ſecundi generis eadem cum Linea Ordinis tertii. Et Linea Ordinis infiniteſimi ea eſt quam recta in punctis infinitis ſecare poteſt, qualis eſt Spiralis, Cyclois, Quadratrix & linea omnis quæ per radii vel rotæ revolutiones infinitas generatur. I. *Linearum Ordines.*

Secti-

II.
Proprietates Sectionum Conicarum competunt curvis superiorum generum.

Sectionum Conicarum proprietates præcipuæ a Geometris passim traduntur. Et consimiles sunt proprietates Curvarum secundi generis & reliquarum, ut ex sequenti proprietatum præcipuarum enumeratione constabit.

III.
Curvarum secundi generis Ordinatæ, Diametri, Vertices, Centra, Axes.

Nam si rectæ plures parallelæ & ad conicam sectionem utrinq; terminatæ ducantur, recta duas earum bisecans bisecabit alias omnes, ideoq; dicitur *Diameter* figuræ & rectæ bisectæ dicuntur *Ordinatim applicatæ* ad Diametrum, & concursus omnium Diametrorum est *Centrum* figuræ, & intersectio Curvæ & diametri *Vertex* nominatur, & diameter illa *Axis* est cui ordinatim applicatæ insistunt ad angulos rectos. Et ad eundem modum in Curvis secundi generis, si rectæ duæ quævis parallelæ ducantur occurrentes Curvæ in tribus punctis: recta quæ ita secat has parallelas ut summa duarum partium ex uno secantis latere ad curvam terminatarum æquetur parti tertiæ ex altero latere ad curvam terminatæ, eodem modo secabit omnes alias his parallelas curvæq; in tribus punctis occurrentes rectas, hoc est, ita ut summa partium duarum ex uno ipsius latere semper æquetur parti tertiæ ex altero latere. Has itaq; tres partes quæ hinc inde æquantur, *Ordinatim applicatas*, & rectam secantem cui ordinatim applicantur *Diametrum*, & intersectionem diametri & curvæ *Verticem*, & concursum duarum diametrorum *Centrum* nominare licet. Diameter autem ad Ordinatas rectangula si modo aliqua sit, etiam *Axis* dici potest, & ubi omnes diametri in eodem puncto concurrunt istud erit *Centrum generale*.

Hyper-

Hyperbola primi generis duas *Asymptotos*, ea secundi tres, ea tertii quatuor & non plures habere potest, & sic in reliquis. Et quemadmodum partes lineæ cujusvis rectæ inter Hyperbolam Conicam & duas ejus Asymptotos sunt hinc inde æquales : sic in Hyperbolis secundi generis si ducatur recta quævis secans tam Curvam quam tres ejus Asymptotis in tribus punctis , summa duarum partium istius rectæ quæ a duobus quibusvis Asymptotis in eandem plagam ad duo puncta Curvæ extenduntur, æqualis erit parti tertiæ quæ a tertia Asymptoto in plagam contrariam ad tertium Curvæ punctum extenditur. IV. *Asymptoti & earum proprietates.*

Et quemadmodum in Conicis sectionibus non Parabolicis quadratum Ordinatim applicatæ , hoc est, rectangulum Ordinatarum quæ ad contrarias partes Diametri ducuntur, est ad rectangulum partium Diametri quæ ad Vertices Ellipseos vel Hyperbolæ terminantur, ut data quædam linea quæ dicitur *Latus rectum*, ad partem diametri quæ inter Vertices jacet & dicitur *Latus transversum :* sic in Curvis non Parabolicis secundi generis Parallelepipedum sub tribus Ordinatim applicatis est ad Parallelepipedum sub partibus Diametri ad Ordinatas & tres Vertices figuræ abscissis, in ratione quadam data : in qua ratione si sumantur tres rectæ ad tres partes diametri inter vertices figuræ sitas, singulæ ad singulas, tunc illæ tres rectæ dici possunt *Latera recta* figuræ, & illæ partes Diametri inter Vertices *Latera transversa*. Et sicut in Parabola Conica quæ ad unam & eandem diametrum unicum tantum habet Verticem, rectangulum sub Ordinatis æquatur rectangulo sub parte Diametri quæ ad Ordinatas & Verticem abscinditur & recta V. *Latera recta & transversa.*

 qua-

quadam data quæ *Latus rectum* dicitur, sic in Curvis secundi generis quæ non nisi duos habent Vertices ad eandem Diametrum, Parallelepipedum sub Ordinatis tribus æquatur Parallelepipedo sub duabus partibus Diametri ad Ordinatas & Vertices illos duos abscissis, & recta quadam data quæ proinde *Latus rectum* dici potest.

VI. *Ratio contentorum sub Parallelarum segmentis.*

Deniq; sicut in Conicis sectionibus ubi duæ parallelæ ad Curvam utrinq; terminatæ secantur a duabus parallelis ad Curvam utrinq; terminatis, prima a tertia & secunda a quarta, rectangulum partium primæ est ad rectangulum partium tertiæ ut rectangulum partium secundæ ad rectangulum partium quartæ: sic ubi quatuor tales rectæ occurrunt Curvæ secundi generis, singulæ in tribus punctis, parallelepipedum partium primæ rectæ erit ad parallelepipededum partium tertiæ, ut parallelepipedum partium secundæ ad parallelepipedum partium quartæ.

VII. *Crura Hyperbolica & Parabolica & eorum plaga.*

Curvarum secundi & superiorum generum æque atq; primi crura omnia in infinitum progredientia vel *Hyperbolici* sunt generis vel *Parabolici*. Crus *Hyperbolicum* voco quod ad Asymptoton aliquam in infinitum appropinquat, *Parabolicum* quod Asymptoto destituitur. Hæc crura ex tangentibus optime dignoscuntur. Nam si punctum contactus in infinitum abeat, tangens cruris Hyperbolici cum Asymptoto coincidet & tangens cruris Parabolici in infinitum recedet, evanescet & nullibi reperietur. Invenitur igitur Asymptotos cruris cujusvis quærendo tangentem cruris illius ad punctum infinite distans. Plaga autem cruris infiniti invenitur quærendo positionem rectæ cujusvis quæ tangenti parallela est ubi punctum

ctum : contactus in infinitum abit. Nam hæc recta in eandem plagam cum crure infinito dirigitur.

Lineæ omnes Ordinis primi, tertii, quinti, septimi & imparis cujusq, duo habent ad minimum crura in infinitum versus plagas oppositas progredientia. Et lineæ omnes tertii Ordinis duo habent ejusmodi crura in plagas oppositas progredientia in quas nulla alia earum crura infinita (præterquam in Parabola Cartesiana) tendunt. Si crura illa sint Hyperbolici generis, sit G A S eorum Asymptotos & huic parallela agatur recta quævis C B c ad Curvam utrinque (si fieri potest) terminata eademq; bisecetur in puncto X, & locus puncti illius X erit Hyperbola Conica (puta $X\phi$) cujus una Asymptotos est A S. Sit ejus altera Asymptotos A B, & æquatio qua relatio inter Ordinatam B C & Abscissam A B definitur, si A B dicatur x & B C y, semper induet hanc formam $xyy + ey = ax^3 + bxx + cx + d$. Ubi termini, e, a, b, c, d, designant quantitates datas signis suis + & — affectas, quarum quælibet deesse possunt modo ex earum defectu figura in sectionem conicam non vertatur. Potest autem Hyperbola illa Conica cum asymptotis suis coincidere, id est punctum X in recta A B locari : & tunc terminus $+ey$ deest.

VIII. *Reductio Curvarum omnium generis secundi ad æquationum casus quatuor. Casus primus.*

Fig. 1.

At si recta illa C B c non potest utrinq; ad Curvam terminari sed Curvæ in unico tantum puncto occurrit : age quamvis positione datam rectam A B asymptoto A S occurrentem in A, ut & aliam quamvis B C asymptoto illi parallelam Curvæque occurrentem in puncto C, & æquatio qua relatio inter Ordinatam

IX. *Casus secundus.*

B C

B C & Abſciſſam A B definitur, ſemper induet hanc formam $xy = ax^3 + bxx + cx + d$.

X. *Caſus tertius.* Quod ſi crura illa oppoſita Parabolici ſint generis, recta C B c ad Curvam utrinque, ſi fieri poteſt, terminata in plagam crurum ducatur & biſecetur in B, & locus puncti B erit linea recta. Sit iſta A B, terminata ad datum quodvis punctum A, & æquatio qua relatio inter Ordinatam B C & Abſciſſam A B definitur, ſemper induet hanc formam, $yy = ax^3 + bxx + cx + d$.

XI. *Caſus quartus.* At vero ſi recta illa C B c in unico tantum puncto occurrat Curvæ, ideoq; ad Curvam utrinq; terminari non poſſit: ſit punctum illud C, & incidat recta illa ad punctum B in rectam quamvis aliam poſitione datam & ad datum quodvis punctum A terminatam A B: & æquatio qua relatio inter Ordinatam B C & Abſciſſam A B definitur ſemper induet hanc formam, $y = ax^3 + bxx + cx + d$.

XII. *Nomina formarum.* Enumerando curvas horum caſuum, Hyperbolam vocabimus *inſcriptam* quæ tota jacet in Aſymptoton angulo ad inſtar Hyperbolæ conicæ, *circumſcriptam* quæ Aſymptotos ſecat & partes abſciſſas in ſinu ſuo amplectitur, *ambigenam* quæ uno crure infinito inſcribitur & altero circumſcribitur, *convergentem* cujus crura concavitate ſua ſeinvicem reſpiciunt & in plagam eandem diriguntur, *divergentem* cujus crura convexitate ſua ſeinvicem reſpiciunt & in plagas contrarias diriguntur, *cruribus contrariis præditam* cujus crura in partes contrarias convexa ſunt & in plagas contrarias infinita, *Conchoidalem* quæ vertice concavo & cruribus divergentibus ad aſymptoton applicatur, *anguineam* quæ flexibus contrariis aſymptoton ſecat

&

& utrinq; in crura contraria producitur, *cruciformem* quæ conjugatam decussat, *nodatam* quæ seipsam decussat in orbem redeundo, *cuspidatam* cujus partes duæ in angulo contactus concurrunt & ibi terminantur, *punctatam* quæ conjugatam habet Ovalem infinite parvam id est punctum, & *puram* quæ per impossibilitatem duarum radicum Ovali, Nodo, Cuspide & Puncto conjugato privatur. Eodem sensu Parabolam quoq; *convergentem*, *divergentem*, *cruribus contrariis præditam*, *cruciformem*, *nodatam*, *cuspidatam*, *punctatam* & *puram* nominabimus.

In casu primo si terminus ax^3 affirmativus est, Figura erit Hyperbola triplex cum sex cruribus Hyperbolicis quæ juxta tres Asymptotos quarum nullæ sunt parallelæ, in infinitum progrediuntur, binæ juxta unamquamq; in plagas contrarias. Et hæ Asymptoti si terminus bxx non deest, se mutuo secabunt in tribus punctis triangulum (D d δ) inter se continentes, sin terminus bxx deest, convergent omnes ad idem punctum. In priori casu cape $AD = \frac{b}{2a}$, & $Ad = A\delta = \frac{b}{2\sqrt{a}}$, ac junge D d, D δ, & erunt A d, D d, D δ tres Asymptoti. In posteriori duc ordinatam quamvis B C, Ordinatæ principali A G parallelam, & in ea utrinq; producta cape hinc inde B F & B F sibi mutuo æquales & in ea ratione ad A B quam habet $\sqrt{a}$ ad 1, jungeq; A F, A f, & erunt A G, A F, A f tres Asymptoti. Hanc Hyperbolam vocamus redundantem, quia numero crurum Hyperbolicorum Sectiones Conicas superat.

XIII. *De Hyperbola redundante & ejus tribus Asymptotis*

Fig. 1.

Fig. 30.

In Hyperbola omni redundante, si neque terminus ey desit, neque sit $bb - 4ac$ æquale $\pm ae\sqrt{a}$, curva nullam habebit diametrum, sin eorum alterutrum accidat

XIV. *D[illegible] Hyperbola diametri [illegible] in crur[illegible] rum.*

 cidat

cidat curva habebit unicam diametrum, & tres si utrumque. Diameter autem semper transit per intersectionem duarum Asymptoton, & bisecat rectas omnes quæ ad Asymptotos illas utrinq; terminantur & parallelæ sunt Asymptoto tertiæ. Estq; abscissa A B diameter Figuræ quoties terminus ey deest. Diametrum vero absolute dictam hic & in sequentibus in vulgari significatu usurpo, nempe pro abscissa quæ passim habet ordinatas binas æquales ad idem punctum hinc inde insistentes.

XV. *Hyperbolæ novem redundantes quæ diametro destituuntur & tres habent Asymptotos triangulum capientes.*

Si Hyperbola redundans nullam habet diametrum, quærantur Æquationis hujus $ax^4 + bx^3 + cxx + dx + \frac{1}{4}ee = 0$ radices quatuor seu valores ipsius x. Et sunto A P, A ϖ, A π, A p. Erigantur ordinatæ P T, ϖ τ, π ι, p t, & hæ tangent Curvam in punctis totidem T, τ, ι, t, & tangendo dabunt limites Curvæ per quos species ejus innotescet.

Fig. 1, 2. Nam si radices omnes A P, A ϖ, A π, A p, sunt reales, ejusdem signi & inæquales, Curva constat ex tribus Hyperbolis, (inscripta, circumscripta & ambigena) *cum Ovali.* Hyperbolarum una jacet versus D, altera versus d, tertia versus δ, & Ovalis semper jacet intra triangulum D d δ, atq; etiam inter medios limites τ & ι, in quibus utiq; tangitur ab ordinatis π ι & ϖ τ. Et hæc est species prima.

Fig. 3, 4. Si e radicibus duæ maximæ A π, A p, vel duæ minimæ A P, A ϖ, æquantur inter se, & ejusdem sunt signi cum alteris duobus, Ovalis & Hyperbola circumscripta sibi invicem junguntur coeuntibus earum punctis contactus ι & t vel T & τ, & crura Hyperbolæ se te decussando in Ovalem continuantur, figuram *nodatam* efficientia. Quæ species est secunda.

Si

Si e radicibus tres maximæ A p, A π, A ϖ, vel tres minimæ A π, A ϖ, A P æquentur inter se, Nodus in *cuspidem* accutissimum convertetur. Nam crura duo Hyperbolæ circumscriptæ ibi in angulo contactus concurrent & non ultra producentur. Et hæc est species tertia. *Fig.* 5, 6.

Si e radicibus duæ mediæ A ϖ & A π æquenter inter se, puncta contactus π & γ coincidunt, & propterea Ovalis interjecta in punctum evanuit, & constat figura ex tribus Hyperbolis, inscripta, circumscripta & ambigena cum *puncto* conjugato. Quæ est species quarta. *Fig.* 7.

Si duæ ex radicibus sunt impossibiles & reliquæ duæ inæquales & ejusdem signi (nam signa contraria habere nequeunt,) *puræ* habebuntur Hyperbolæ tres sine Ovali vel Nodo vel cuspide vel puncto conjugato, & hæ Hyperbolæ vel ad latera trianguli ab Asymptotis comprehensi vel ad angulos ejus jacebunt & perinde speciem vel quintam vel sextam constituent. *Fig.* 7, 8, 13, 14.

Si e radicibus duæ sunt æquales & alteræ duæ vel impossibiles sunt vel reales cum signis quæ a signis æqualium radicum diversa sunt, figura *cruciformis* habebitur, nempe duæ ex Hyperbolis seinvicem decussabunt idq; vel ad verticem trianguli ab Asymptotis comprehensi, vel ad ejus basem. Quæ duæ species sunt septima & octava. *Fig.* 9, 10, 15, 16.

Si deniq; radices omnes sunt impossibiles, vel si omnes sunt reales & inæquales & earum duæ sunt affirmativæ & alteræ duæ negativæ, tunc duæ habebuntur Hyperbolæ ad angulos oppositos duarum *Fig.* 11, 12.

Asymp-

Asymptotôn cum Hyperbola *anguinea* circia Asymptoton tertiam. Quæ specis est nona.

Et hi sunt omnes radicum casus possibiles. Nam si duæ radices sunt æquales inter se, & aliæ duæ sunt etiam inter se æquales, Figura evadet Sectio Conica cum linea recta.

XVI. *Hyperbolæ duodecim redundantes cum unicatantum Diametro.* Si Hyperbola redundans habet unicam tantum Diametrum, sit ejus Diameter Abscissa A B, & æquationis hujus $ax^3 + bxx + cx + d = 0$ quære tres radices seu valores x.

Fig. 17. Si radices illæ sunt omnes reales & ejusdem signi, Figura constabit ex *Ovali* intra triangulum D d δ jacente & tribus Hyperbolis ad angulos ejus, nempe circumscripta ad angulum D & inscriptis duabus ad angulos d & δ. Et hæc est species decima.

Fig. 18. Si radices duæ majores sunt æquales & tertia ejusdem signi, crura Hyperbolæ jacentis versus D sese decussabunt in forma *Nodi* propter contactum Ovalis. Quæ species est undecima.

Fig. 19. Si tres radices sunt æquales, Hyperbola ista fit *cuspidata* sine Ovali. Quæ species est duodecima.

Fig. 20. Si radices duæ minores sunt æquales & tertia ejusdem signi, Ovalis in *punctum* evanuit. Quæ species est decima tertia. In speciebus quatuor novissiimis Hyperbola quæ jacet versus D Asymptotos in sinu suo amplectitur, reliquæ duæ in sinu Asymptotôn jacent.

Fig. 20. *Fig.* 21. *Fig.* 22. *Fig.* 23. Si duæ ex radicibus sunt impossibiles habebuntur tres Hyperbolæ *puræ* sine Ovali decussatione vel cuspide. Et hujus casus species sunt quatuor, nempe decima quarta si Hyperbola circumscripta jacet versus D & decima

decima quinta ſi Hyperbola inſcripta jacet verſus D, decima ſexta ſi Hyperbola circumſcripta jacet ſub baſi dδ trianguli Ddδ, & decima ſeptima ſi Hyperbola inſcripta jacet ſub eadem baſi.

Si duæ radices ſunt æquales & tertia ſigni diverſi *Fig.* 24.
figura erit *cruciformis*. Nempe duæ ex tribus Hy- *Fig.* 25.
perbolis ſeinvicem decuſſabunt idq; vel ad verticem trianguli ab Aſymptotis comprehenſi vel ad ejus baſem. Quæ duæ ſpecies ſunt decima octava & decima nona.

Si duæ radices ſunt inæquales & ejuſdem ſigni & tertia eſt ſigni diverſi, duæ habebuntur Hyperbolæ in oppoſitis angulis duarum aſymptotôn cum *Conchoidali* intermedia. Conchoidalis autem vel jace- *Fig.* 27.
bit ad eaſdem partes aſymptoti ſuæ cum triangulo *Fig.* 26.
ab aſymptotis conſtituto, vel ad partes contrarias; & hi duo caſus conſtituunt ſpeciem vigeſimam & vigeſimam primam.

XVII. *Hyperbolæ duæ redundantes cum tribus Diametris.*

Hyperbola redundans quæ habet tres diametros, conſtat ex tribus Hyperbolis in ſinubus aſymptotôn jacentibus, idq; vel ad angulos trianguli ab aſymptotis comprehenſi vel ad ejus latera. Caſus prior dat *Fig.* 28.
ſpeciem vigeſimam ſecundam,& poſterior ſpeciem vi- *Fig.* 29.
geſimam tertiam.

XVIII. *Hyperbolæ novem redundantes cum Aſymptotis tribus ad commune punctum convergentibus.*

Si tres aſymptoti in puncto communi ſe mutuo decuſſant, vertuntur ſpecies quinta & ſexta in vigeſimam quartam, ſeptima & octava in vigeſimam quintam, & nona in vigeſimam ſextam ubi Anguinea non tranſit per concurſum aſymptoton, & in vigeſimam ſeptimam ubi tranſit per concurſum illum, quo *Fig.* 30. *Fig.* 31.
caſu termini *b* ac *d* deſunt, & concurſus aſympto- *Fig.* 32.
tôn eſt centrum figuræ ab omnibus ejus partibus *Fig.* 33.

 oppo-

oppofitis æqualiter diftans. Et hæ quatuor fpecies Diametrum non habent.

Fig. 34. *Fig.* 35. *Fig.* 36. *Fig.* 37. Vertuntur etiam fpecies decima quarta ac decima fexta in vigefimam octavam, decima quinta ac decima feptima in vigefimam nonam, decima octava & decima nona in tricefimam, & vigefima cum vigefima prima in tricefimam primam. Et hæ fpecies unicam habent diametrum.

Fig. 38. Ac deniq; fpecies vigefima fecunda & vigefima tertia vertuntur in fpeciem tricefimam fecundam cujus tres funt Diametri per concurfum afymptotôn tranfeuntes. Quæ omnes converfiones facillime intelliguntur faciendo ut triangulum ab afymptotis comprehenfum diminuatur donec in punctum evanefcat.

XIX. *Hyperbolæ fex defectivæ diametrum non habentes.*

Si in primo æquationum cafu terminus ax^3 negativus eft, Figura erit Hyperbola defectiva unicam habens afymptoton & duo tantum crura Hyperbolica juxta afymptoton illam in plagas contrarias infinite progredientia. Et afympotos illa eft Ordinata prima & principalis AG. Si terminus ey non deeft figura nullam habebit Diametrum, fi deeft habebit unicam. In priori cafu fpecies fic enumerantur.

Si æquationis hujus $ax^4 = bx^3 + cxx + dx + \frac{1}{4}ee$, *Fig.* 39. radices omnes $A\pi$, AP, Ap, $A\varpi$, funt reales & inæquales, Figura erit Hyperbola anguinea afymptoton flexu contrario amplexa, cum *Ovali* conjugata. Quæ fpecies eft tricefima tertia.

Si radices duæ mediæ AP & Ap æquentur inter *Fig.* 40. fe, Ovalis & Anguinea junguntur fefe decuffantes in forma *Nodi*. Quæ eft fpecies tricefima quarta.

Si

Si tres radices ſunt æquales, Nodus vertetur in *cuſpidem* accutiſſimum in vertice Anguineæ. Et hæc eſt ſpecies triceſima quinta. *Fig.* 41.

Si e tribus radicibus ejuſdem ſigni duæ maximæ A*p* & Aϖ ſibi mutuo æquantur, Ovalis in *punctum* evanuit. Quæ ſpecies eſt triceſima ſexta. *Fig.* 43.

Si radices duæ quævis imaginariæ ſunt, ſola manebit Anguinea *pura* ſine Ovali, decuſſatione, cuſpide vel puncto conjugato. Si Anguinea illa non tranſit pet punctum A ſpecies eſt triceſima ſeptima, ſin tranſit per punctum illud A (id quod contingit ubi termini *b* ac *d* deſunt,) punctum illud A erit centrum figuræ rectas omnes per ipſum ductas & ad Curvam utrinq; terminatas biſecans. Et hæc eſt ſpecies triceſima octava. *Fig.* 42. *Fig.* 43.

XX. *Hyperbolæ ſeptem defectivæ, diametrum habentes.*

In altero caſu ubi terminus ey deeſt & propterea figura Diametrum habet, ſi æquationis hujus $ax^3 = bxx + cx + d$ radices omnes AT, At, Aτ, ſunt reales, inæquales & ejuſdem ſigni, figura erit Hyperbola Conchoidalis cum *Ovali* ad convexitatem. Quæ eſt ſpecies triceſima nona. *Fig.* 45.

Si duæ radices ſunt inæquales & ejuſdem ſigni & tertia eſt ſigni contrarii, *Ovalis* jacebit ad concavitatem Conchoidalis. Eſtq; ſpecies quadrageſima. *Fig.* 44.

Si radices duæ minores AT, At, ſunt æquales & tertia Aτ eſt ejuſdem ſigni, Ovalis & Conchoidalis jungentur ſeſe decuſſando in modum *Nodi*. Quæ ſpecies eſt quadrageſima prima. *Fig.* 46.

Si tres radices ſunt æquales, Nodus mutabitur in *Cuſpidem* & figura erit *Ciſſois Veterum*. Et hæc eſt ſpecies quadrageſima ſecunda. *Fig.* 47.

Fig. 49. Si radices duæ majores ſunt æquales, & tertia eſt ejuſdem ſigni, Conchoidalis habebit *punctum* conjugatum ad convexitatem ſuam, eſtq; ſpecies quadrageſima tertia.

Fig. 49. Si radices duæ ſunt æquales & tertia eſt ſigni contrarii Conchoidalis habebit *punctum* conjugatum ad concavitatem ſuam, eſtq; ſpecies quadrageſima quarta.

Fig. 48, 49. Si radices duæ ſunt impoſſibiles habebitur Conchoidalis *pura* ſine Ovali, Nodo, Cuſpide vel puncto conjugato. Quæ ſpecies eſt quadrageſima quinta.

XXI. *Hyperbolæ ſeptem Parabolicæ Diametrum non habentes.*

Siquando in primo æquationum caſu terminus ax^3 deeſt & terminus bxx non deeſt, Figura erit Hyperbola Parabolica duo habens crura Hyperbolica ad unam Aſymptoton SAG & duo Parabolica in plagam unam & eandem convergentia. Si terminus ey non deeſt figura nullam habebit diametrum, ſin deeſt habebit unicam. In priori caſu ſpecies ſunt hæ.

Fig. 50. Si tres radices AP, Aϖ, Aπ æquationis hujus $bx^3 + cx^2 + dx + \frac{1}{4}ee = 0$ ſunt inæquales & ejuſdem ſigni, figura conſtabit ex *Ovali* & aliis duabus Curvis quæ partim Hyperbolicæ ſunt & partim Parabolicæ. Nempe crura Parabolica continuo ductu junguntur cruribus Hyperbolicis ſibi proximis. Et hæc eſt ſpecies quadrageſima ſexta.

Fig. 51. Si radices duæ minores ſunt æquales & tertia eſt ejuſdem ſigni, Ovalis & una Curvarum illarum Hyperbolo-Parabolicarum junguntur & ſe decuſſant in formam *Nodi*. Quæ ſpecies eſt quadrageſima ſeptima.

Si

Si tres radices ſunt æquales, Nodus ille in Cuſpidem vertitur. Eſtq; ſpecies quadrageſima octava. *Fig.* 52.

Si radices duæ majores ſunt æquales & tertia eſt ejuſdem ſigni, Ovalis in *punctum* conjugatum evanuit. Quæ ſpecies eſt quadrageſima nona. *Fig.* 53.

Si duæ radices ſunt impoſſibiles, manebunt *puræ* illæ duæ curvæ Hyperbolo-parabolicæ ſine Ovali, decuſſatione, cuſpide vel puncto conjugato, & ſpeciem quinquageſimam conſtituent. *Fig.* 53, 54.

Si radices duæ ſunt æquales & tertia eſt ſigni contrarii, Curvæ illæ hyperbolo-parabolicæ junguntur ſeſe decuſſando in morem crucis. Eſtq; ſpecies quinquageſima prima. *Fig.* 55.

Si radices duæ ſunt inæquales & ejuſdem ſigni & tertia eſt ſigni contrarii, figura evadet Hyperbola anguinea circa Aſymptoton A G, cum Parabola conjugata. Et hæc eſt ſpecies quinquageſima ſecunda. *Fig.* 56.

XXII. *Hyperbolæ quatuor Parabolicæ Diametrum habentes.*

In altero caſu ubi terminus ey deeſt & figura Diametrum babet, ſi duæ radices æquationis hujus $bxx+cx+d=0$ ſunt impoſſibiles, duæ habentur figuræ hyperbolo-parabolicæ a Diametro AB hinc inde æqualiter diſtantes. Quæ ſpecies eſt quinquageſima tertia. *Fig.* 57.

Si æquationis illius radices duæ ſunt impoſſibiles, [æquales] Figuræ hyperbolo-parabolicæ junguntur ſeſe decuſſantes in morem crucis, & ſpeciem quinquageſimam quartam conſtituunt. *Fig.* 58.

Si radices illæ ſunt inæquales & ejuſdem ſigni, habetur Hyperbola Conchoidalis cum Parabola ex eodem latere Aſymptoti. Eſtq; ſpecies quinquageſima quinta. *Fig.* 59.

Fig. 60. Si radices illæ sunt signi contrarii, habetur Conchoidalis cum Parabola ad alteras partes Asymptoti. Quæ species est quinquagesima sexta.

XXIII. *Quatuor Hyperbolismi Hyperbolæ.* Siquando in primo æquationum casu terminus uterq; ax^3 & bxx deest, figura erit Hyperbolismus sectionis alicujus Conicæ. Hyperbolismum figuræ voco cujus Ordinata prodit applicando contentum sub Ordinata figuræ illius & recta data ad Abscissam communem. Hac ratione linea recta vertitur in hyperbolam Conicam, & sectio omnis Conica vertitur in aliquam figurarum quas hic Hyperbolismos sectionum Conicarum voco. Nam æquatio ad figuras de quibus agimus, nempe $xyy + ey = cx + d$, dat $y = \frac{e \pm \sqrt{ee + 4dx + 4cxx}}{2x}$ quæ generatur applicando contentum sub Ordinata sectionis Conicæ $\frac{e \pm \sqrt{ee + 4dx + 4cxx}}{2m}$ & recta data m, ad curvarum Abscissam communem x. Unde liquet quod figura genita Hyperbolismus erit Hyperbolæ, Ellipseos vel Parabolæ, perinde ut terminus cx affirmativus est vel negativus vel nullus.

Hyperbolismus Hyperbolæ tres habet asymptotos quarum una est Ordinata prima & principalis A d, alteræ duæ sunt parallelæ Abscissæ AB ab eadem hinc inde æqualiter distant. In Ordinata principali A d cape A d, A δ hinc inde æquales quantitati $\sqrt{c}$ & per puncta d ac δ age dg, $\delta\gamma$ Asymptotos Abscissæ AB parallelas.

Ubi terminus ey non deest figura nullam habet diametrum. In hoc casu si æquationis hujus $cxx + dx + \frac{1}{4}ee = 0$ radices duæ AP, Ap sunt reales

&

& inæquales (nam æquales esse nequeunt nisi figura sit Conica sectio) figura constabit ex tribus Hyperbolis sibi oppositis quarum una jacet inter asymptotos parallelas & alteræ duæ jacent extra. Et hæc est species quinquagesima septima. Fig. 61.

Si radices illæ duæ sunt impossibiles, habentur Hyperbolæ duæ oppositæ extra asymptotos parallelas & Anguinea hyperbolica intra easdem. Hæc figura duarum est specierum. Nam centrum non habet ubi terminus d non deest; sed si terminus ille deest punctum A est ejus centrum. Prior species est quinquagesima octava, posterior quinquagesima nona. Fig. 62. Fig. 63.

Quod si terminus ey deest, figura constabit ex tribus hyperbolis oppositis quarum una jacet inter asymptotos parallelas & alteræ duæ jacent extra ut in specie quinquagesima quarta, & præterea diametrum habet quæ est abscissa A B. Et hæc est species sexagesima. Fig. 64.

XXIV. Tres Hyperbolismi Ellipseos.

Hyperbolismus Ellipseos per hanc æquationem definitur $xyy + ey = cx + d$, & unicam habet asymptoton quæ est Ordinata principalis A d. Si terminus ey non deest, figura est Hyperbola anguinea sine diametro atq; etiam sine centro si terminus d non deest. Quæ species est sexagesima prima. Fig. 65.

At si terminus d deest, figura habet centrum sine diametro & centrum ejus est punctum A. Species vero est sexagesima secunda. Fig. 66.

Et si terminus ey deest, & terminus d non deest, figura est Conchoidalis ad asymptoton AG, habetq; diametrum sine centro, & diameter ejus est Abscissa AB. Quæ species est sexagesima tertia. Fig. 67.

Hyper-

XXV. *Duo Hyperbolismi Parabolæ.* Hyperbolismus Parabolæ per hanc æquationem definitur $xyy + ey = d$; & duas habet asymptotos, Abscissam AB & Ordinatam primam & principalem AG. Hyperbolæ vero in hac figura sunt duæ, non in asymptoton angulis oppositis sed in angulis qui sunt deinceps jacentes, idq; ad utrumq; latus abscissæ AB, & vel sine diametro si terminus ey habetur, vel cum diametro si terminus ille deest. Quæ duæ species sunt sexagesima quarta & sexagesima quinta.

Fig. 68.

Fig. 69.

XXVI. *Tridens.* In secundo æquationum casu habebatur æquatio $xy = ax^3 + bxx + cx + d$. Et figura in hoc casu habet quatuor crura infinita quorum duo sunt hyperbolica circa asymptoton AG in contrarias partes tendentia & duo Parabolica convergentia & cum prioribus speciem Tridentis fere efformantia. Estq; hæc Figura Parabola illa per quam Cartesius æquationes sex dimensionum construxit. Hæc est igitur species sexagesima sexta.

Fig. 76.

XXVII. *Parabolæ quinque divergentes.* In tertio casu æquatio erat $yy = ax^3 + bxx + cx + d$, & Parabolum designat cujus crura divergunt ab invicem & in contrarias partes infinite progrediuntur. Abscissa AB est ejus diameter & species ejus sunt quinq; sequentes.

Fig. 70, 71. Si æquationis $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ radices omnes $A\tau$, AT, At sunt reales & inæquales, figura est Parabola divergens campaniformis cum *Ovali* ad verticem. Et species est sexagesima septima.

Fig. 72. *Fig. 73.* Si radices duæ sunt æquales, Parabola prodit vel *nodata* contingendo Ovalem, vel *punctata* ob Ovalem infinite parvam. Quæ duæ species sunt sexagesima octava & sexagesima nona.

Si

Si tres radices sunt æquales Parabola erit *cuspidata* in vertice. Et hæc est Parabola *Neiliana* quæ vulgo *semicubica* dicitur. Fig. 75.

Si radices duæ sunt impossibiles, habetur Parabola *pura* campaniformis speciem septuagesimam primam constituens. Fig. 73, 74.

XXVIII. *Parabola cubica.* Fig. 77.

In quarto casu æquatio erat $y = ax^3 + bxx + cx + d$, & hæc æquatio Parabolam designat quæ crura habet contraria & *cubica* dici solet. Et sic species omnino sunt septuaginta duæ.

XXIX. *Genesis Curvarum per Umbras.*

Si in planum infinitum a puncto lucido illuminatum umbræ figurarum projiciantur, umbræ sectionum Conicarum semper erunt sectiones Conicæ, eæ Curvarum secundi generis semper erunt Curvæ secundi generis, eæ curvarum tertii generis semper erunt Curvæ tertii generis, & sic deinceps in infinitum. Et quemadmodum Circulus umbram projiciendo generat sectiones omnes conicas, sic Parabolæ quinq; divergentes umbris suis generant & exhibent alias omnes secundi generis curvas, & sic Curvæ quædam simpliciores aliorum generum inveniri possunt quæ alias omnes eorundem generum curvas umbris suis a puncto lucido in planum projectis formabunt.

XXX. *Curvarum puncta duplicia.*

Diximus Curvas secundi generis a linea recta in punctis tribus secari posse. Horum duo nonnunquam coincidunt. Ut cum recta per Ovalem infinite parvam transit vel per concursum duarum partium Curvæ se mutuo secantium vel in cuspidem coeuntium ducitur. Et siquando rectæ omnes in

Fff plagam

plagam cruris alicujus infiniti tendentes Curvam in unico tantum puncto secant (ut fit in ordinatis Parabolæ Cartesianæ & Parabolæ cubicæ, nec non in rectis Abscissæ Hyperbolisinorum Hyperbolæ & Parabolæ parallelis) concipiendum est quod rectæ illæ per alia duo Curvæ puncta ad infinitam distantiam sita (ut ita dicam) transeunt. Hujusmodi intersectiones duas coincidentes sive ad finitam sint distantiam sive ad infinitam, vocabimus punctum duplex. Curvæ autem quæ habent punctum duplex describi possunt per sequentia Theoremata.

XXXI. *Theoremata de Curvarum descriptione organica.* *Fig.* 78.

1. Si anguli duo magnitudine dati PAD, PBD circa polos positione datos A, B rotentur, & eorum crura AP, BP concursu suo P percurrant lineam rectam; crura duo reliqua AD, BD concursu suo D describent sectionem Conicam per polos A, B transeuntem: præterquam ubi linea illa recta transit per polorum alterutrum A vel B, vel anguli BAD, ABD simul evanescunt, quibus in casibus punctum D describet lineam rectam.

2. Si crura prima AP, BP concursu suo P percurrant sectionem Conicam per polum alterutrum A transeuntem, crura duo reliqua AD, BD concursu suo D describent Curvam secundi generis per polum alterum B transeuntem & punctum duplex habentem in polo primo A per quem sectio Conica transit: præterquam ubi anguli BAD, ABD simul evanescunt, quo casu punctum

ctum D describet aliam sectionem Conicam per polum A transeuntem.

3. At si sectio Conica quam punctum P percurrit transeat per neutrum polorum A, B, punctum D describet curvam secundi vel tertii generis punctum duplex habentem. Et punctum illud duplex in concursu crurum describentium, AD, BD invenietur ubi anguli BAP, ABP simul evanescunt. Curva autem descripta secundi erit generis si anguli BAD, ABD simul evanescunt, alias erit tertii generis & alia duo habebit puncta duplicia in polis A & B.

XXXII. *Sectionum Conicarum descriptio per data quinque puncta.*

Jam sectio Conica determinatur ex datis ejus punctis quinque & per eadem sic describi potest. Dentur ejus puncta quinque A, B, C, D, E. Jungantur eorum tria quævis A, B, C & trianguli ABC rotentur anguli duo quivis CAB, CBA circa vertices suos A & B, & ubi crurum AC, BC intersectio C successive applicatur ad puncta duo reliqua D, E, incidat intersectio crurum reliquorum AB & BA in puncta P & Q. Agatur & infinite producatur recta PQ, & anguli mobiles ita rotentur ut intersectio crurum AB, BA percurrat rectam PQ, & crurum reliquorum intersectio C describet propositam sectionem Conicam per Theorema primum.

XXXIII. *Curvarum secundi generis punctum duplex habentium descriptio per data septem puncta.*

Curvæ omnes secundi generis punctum duplex habentes determinantur ex datis earum punctis septem quorum unum est punctum illud duplex, &

& per eadem puncta sic describi possunt. Dentur Curvæ describendæ puncta quælibet septem A, B, C, D, E, F, G quorum A est punctum duplex. Jungantur punctum A & alia duo quævis e punctis puta B & C; & trianguli ABC rotetur tum angulus CAB circa verticem suum A, tum angulorum reliquorum alteruter ABC circa verticem suum B. Et ubi crurum AC, BC concursus C successive applicatur ad puncta quatuor reliqua D, E, F, G incidat concursus crurum reliquorum AB & BA in puncta quatuor P, Q, R, S. Per puncta illa quatuor & quintum A describatur sectio Conica, & anguli præfati CAB, CBA ita rotentur ut crurum AB, BA concursus percurrat sectionem illam Conicam, & concursus reliquorum crurum AC, BC describet Curvam propositam per Theorema secundum.

Si vice puncti C datur positione recta BC quæ Curvam describendam tangit in B, lineæ AD, AP coincident, & vice anguli DAP habebitur linea recta circa polum A rotanda.

Si punctum duplex A infinite distat debebit Recta ad plagam puncti illius perpetuo dirigi & motu parallelo ferri interea dum angulus ABC circa polum B rotatur.

Describi etiam possunt hæ curvæ paulo aliter per Theorema tertium, sed descriptionem simpliciorem posuisse sufficit.

Eadem methodo Curvas tertii, quarti & superiorum generum describere licet, non omnes quidem sed quotquot ratione aliqua commoda per motum localem describi possunt. Nam curvam aliquam

secundi

ſecundi vel ſuperioris generis punctum duplex non habentem commode deſcribere Problema eſt inter difficiliora numerandum.

Curvarum uſus in Geometria eſt ut per earum interſectiones Problemata ſolvantur. Proponatur æquatio conſtruenda dimenſionum novem $x^9 * + bx^7 + cx^6 + dx^5 + ex^4 + \begin{matrix} f \\ + m \end{matrix} x^3 + gxx + hx + k = 0$. Ubi XXXIV. *Conſtructio æquationum per deſcriptionem Curvarum.*

b, c, d, &c. ſignificant quantitates quaſvis datas ſignis ſuis + & — affectas. Aſſumatur æquatio ad Parabolam cubicam $x^3 = y$, & æquatio prior, ſcribendo y pro x^3, evadet $y^3 + bxyy + cyy + dxxy + exy + my + fx^3 + gxx + hx + k = 0$, æquatio ad Curvam aliam ſecundi generis. Ubi m vel f deeſſe poteſt vel pro lubitu aſſumi. Et per harum Curvarum deſcriptiones & interſectiones dabuntur radices æquationis conſtruendæ. Parabolam cubicam ſemel deſcribere ſufficit.

Si æquatio conſtruenda per defectum duorum terminorum ultimorum hx & k reducatur ad ſeptem dimenſiones, Curva altera delendo m, habebit punctum duplex in principio Abſciſſæ, & inde facile deſcribi poteſt ut ſupra.

Si æquatio conſtruenda per defectum terminorum trium ultimorum $gxx + hx + k$ reducatur ad ſex dimenſiones, Curva altera delendo f evadet ſectio Conica.

Et ſi per defectum ſex ultimorum terminorum æquatio conſtruenda reducatur ad tres demenſiones, incidetur in conſtructionem *Walliſianiam* per Parabolam cubicam & lineam rectam.

Conſtrui etiam poſſunt æquationes per Hyperboliſmum Parabolæ cum diametro. Ut ſi conſtruenda ſit hæc æquatio dimenſionum novem termino penultimo carens, $a + cxx + dx^3 + ex^4 + fx^5 + \begin{array}{l} g \\ +m \end{array} x^6 + hx^7 + kx^8 + lx^9 = 0$; aſſumatur æquatio ad Hyperboliſmum illum $xxy = 1$, & ſcribendo y pro $\frac{1}{xx}$, æquatio conſtruenda vertetur in hanc $ay^3 + cyy + dxyy + ey + fxy + mxxy + g + hx + kxx + lx^3 = 0$, quæ curvam ſecundi generis deſignat cujus deſcriptione Problema ſolvetur. Et quantitatum m ac g alterutra hic deeſſe poteſt, vel pro lubitu aſſumi.

Per Parabolam cubicam & Curvas tertii generis conſtruuntur etiam æquationes omnes dimenſionum non pluſquam duodecim, & per eandem Parabolam & curvas quarti generis conſtruuntur omnes dimenſionum non pluſquam quindecim, Et ſic deinceps in infinitum. Et curvæ illæ tertii, quarti & ſuperiorum generum deſcribi ſemper poſſunt inveniendo eorum puncta per Geometriam planam. Ut ſi conſtruenda ſit æquatio $x^{12} * + ax^{10} + bx^9 + cx^8 + dx^7 + ex^6 + fx^5 + gx^4 + hx^3 + ixx + kx + l = 0$, & deſcripta habeatur Parabola Cubica; ſit æquatio ad Parabolam illam cubicam $x^3 = y$, & ſcribendo y pro x^3 æquatio conſtruenda vertetur in hanc

$$y^4 \begin{array}{l} + ax \\ + b \end{array} y^3 \begin{array}{l} + cxx \\ + dx \\ + e \end{array} yy \begin{array}{l} + fxx \\ + gx \\ + h \end{array} y \begin{array}{l} + ixx \\ + kx \\ + l \end{array} = 0,$$

quæ eſt æquatio ad Curvam tertii generis cujus deſcriptione Problema ſolvetur. Deſcribi autem poteſt hæc Curva inveniendo ejus puncta per Geometriam planam, propterea quod indeterminata quantitas x non niſi ad duas dimenſiones aſcendit.

F I N I S.

TRACTATUS

DE

Quadratura Curvarum.

INTRODUCTIO.

QUantitates Mathematicas non ut ex partibus quam minimis conſtantes, ſed ut motu continuo deſcriptas hic conſidero. Lineæ deſcribuntur ac deſcribendo generantur non per appoſitionem partium ſed per motum continuum punctorum, ſuperficies per motum linearum, ſolida per motum ſuperficierum, anguli per rotationem laterum, tempora per fluxum continuum, & ſic in cæteris. Hæ Geneſes in rerum natura locum vere habent & in motu corporum quotidie cernuntur. Et ad hunc modum Veteres ducendo rectas mobiles in longitudinem rectarum immobilium geneſin docuerunt rectangulorum.

Conſiderando igitur quod quantitates æqualibus temporibus creſcentes & creſcendo genitæ, pro velocitate majori vel minori qua creſcunt ac generantur, evadunt majores vel minores ; methodum quærebam determinandi quantitates ex velocitalibus motuum

vel incrementorum quibus generantur; & has motuum vel incrementorum velocitates nominando *Fluxiones* & quantitates genitas nominando *Fluentes*, incidi paulatim *Annis* 1665 & 1666 in Methodum Fluxionum qua hic usus sum in Quadratura Curvarum.

Fluxiones sunt quam proxime ut Fluentium augmenta æqualibus temporis particulis quam minimis genita, &, ut accurate loquar, sunt in prima ratione augmentorum nascentium; exponi autem possunt per lineas quascunq; quæ sunt ipsis proportionales. Ut
Fig. 1. si areæ ABC, ABDG Ordinatis BC, BD super basi AB uniformi cum motu progredientibus describantur, harum arearum fluxiones erunt inter se ut Ordinatæ describentes BC & BD, & per Ordinatas illas exponi possunt, propterea quod Ordinatæ illæ sunt ut arearum augmenta nascentia. Progrediatur Ordinata BC de loco suo BC in locum quemvis novum bc. Compleatur parallelogrammum BCEb, ac ducatur recta VTH quæ Curvam tangat in C ipsisq; bc & BA productis occurrat in T & V: & Abscissæ AB, Ordinatæ BC, & Lineæ Curvæ ACc augmenta modo genita erunt Bb, Ec & Cc; & in horum augmentorum nascentium ratione prima sunt latera trianguli CET, ideoq; fluxiones ipsarum AB, BC & AC sunt ut trianguli illius CET latera CE, ET & CT & per eadem latera exponi possunt, vel quod perinde est per latera trianguli consimilis VBC.

Eodem recidit si sumantur fluxiones in ultima ratione partium evanescentium. Agatur recta Cc & producatur eadem ad K. Redeat Ordinata bc in locum suum priorem BC, & coeuntibus punctis

C &

C & c, recta CK coincidet cum tangente CH, & triangulum evanescens CEc in ultima sua forma evadet simile triangulo CET, & ejus latera evanescentia CE, Ec & Cc erunt ultimo inter se ut sunt trianguli alterius CET latera CE, ET & CT, & propterea in hac ratione sunt fluxiones linearum AB, BC & AC. Si puncta C & c parvo quovis intervallo ab invicem distant recta CK parvo intervallo a tangente CH distabit. Ut recta CK cum tangente CH coincidat & rationes ultimæ linearum CE, Ec & Cc inveniantur, debent puncta C & c coire & omnino coincidere. Errores quam minimi in rebus mathematicis non sunt contemnendi.

Simili argumento si circulus centro B radio BC descriptus in longitudinem Abscissæ AB ad angulos rectos uniformi cum motu ducatur, fluxio solidi geniti ABC erit ut circulus ille generans, & fluxio superficiei ejus erit ut perimeter Circuli illius & fluxio lineæ curvæ AC conjunctim. Nam quo tempore solidum ABC generatur ducendo circulum illum in longitudinem Abscissæ AB, eodem superficies ejus generatur ducendo perimetrum circuli illius in longitudinem Curvæ AC. Hujus methodi accipe etiam exempla quæ sequuntur.

Recta PB circa polum datum P revolvens secet aliam positione datam rectam AB: quæritur proportio fluxionum rectarum illarum AB & PB. Progrediatur recta PB de loco suo PB in locum novum Pb. In Pb capiatur PC ipsi PB æqualis, & ad AB ducatur PD sic, ut angulus bPD æqualis sit angulo bBC; & ob similitudinem triangulorum bBC, bPD erit augmentum Bb ad augmentum Cb ut Pb ad Db. Fig. 2.

Redeat

Redeat jam P b in locum ſuum priorem P B ut augmenta illa evaneſcant, & evaneſcentium ratio ultima, id eſt ratio ultima P b ad D b, ea erit quæ eſt P B ad D B, exiſtente angulo P D B recto, & propterea in hac ratione eſt fluxio ipſius A B ad fluxionem ipſius P B.

Fig. 3. *Recta P B circa datum Polum P revolvens ſecet alias duas poſitione datas rectas A B & A E in B & E: quæritur proportio fluxionum rectarum illarum A B & A E.* Progrediatur recta revolvens P B de loco ſuo P B in locum novum P b rectas A B, A E in punctis b & e ſecantem, & rectæ A E parallela B C ducatur ipſi P b occurrens in C, & erit B b ad B C ut A b ad A e, & B C ad E e ut P B ad P E, & conjunctis rationibus B b ad E e ut A b×P B ad A e×P E. Redeat jam linea P b in locum ſuum priorem P B, & augmentum evaneſcens B b erit ad augmentum evaneſcens E e ut A B×P B ad A E×P E, ideoq; in hac ratione eſt fluxio rectæ A B ad fluxionem rectæ A E.

Hinc ſi recta revolvens P B lineas quaſvis Curvas poſitione datas ſecet in punctis B & E, & rectæ jam mobiles A B, A E Curvas illas tangant in Sectionum punctis B & E: erit fluxio Curvæ quam recta A B tangit ad fluxionem Curvæ quam recta A E tangit ut A B×P B ad A E×P E. Id quod etiam eveniet ſi recta P B Curvam aliquam poſitione datam perpetuo tangat in puncto mobili P.

Fluat quantitas x uniformiter & invenienda ſit fluxio quantitatis x^n. Quo tempore quantitas x fluendo evadit $x+o$, quantitas x^n evadet $\overline{x+o}|^n$, id eſt per methodum ſerierum infinitarum, $x^n + nox^{n-1}$

+

$+\frac{nn-n}{2}oox^{n-2}+$ &c. Et augmenta o & $nox^{n-1}+\frac{nn-n}{2}oox^{n-2}$ + &c. ſunt ad invicem ut 1 & $nx^{n-1}+\frac{nn-n}{2}ox^{n-2}+$ &c. Evaneſcant jam augmenta illa, & eorum ratio ultima erit 1 ad nx^{n-1}: ideoq; fluxio quantitatis x eſt ad fluxionem quantitatis x^n ut 1 ad nx^{n-1}.

Similibus argumentis per methodum rationum primarum & ultimarum colligi poſſunt fluxiones linearum ſeu rectarum ſeu curvarum in caſibus quibuſcunque, ut & fluxiones ſuperficierum, angulorum & aliarum quantitatum. In finitis autem quantitatibus Analyſin ſic inſtituere, & finitarum naſcentium vel evaneſcentium rationes primas vel ultimas inveſtigare, conſonum eſt Geometriæ Veterum: & volui oſtendere quod in Methodo Fluxionum non opus ſit figuras infinite parvas in Geometriam introducere. Peragi tamen poteſt Analyſis in figuris quibuſcunq; ſeu finitis ſeu infinite parvis quæ figuris evaneſcentibus finguntur ſimiles, ut & in figuris quæ per Methodos Indiviſibilium pro infinite parvis haberi ſolent, modo caute procedas.

Ex Fluxionibus invenire Fluentes Problema difficilius eſt, & ſolutionis primus gradus æquipollet Quadraturæ Curvarum; de qua ſequentia olim ſcripſi.

TRACTATUS
DE
Quadratura Curvarum.

Quantitates indeterminatas ut motu perpetuo crefcentes vel decrefcentes, id eft ut fluentes vel defluentes in fequentibus confidero, defignoq; literis z, y, x, v, & earum fluxiones feu celeritates crefcendi noto iifdem literis punctatis $\dot{z}, \dot{y}, \dot{x}, \dot{v}$. Sunt & harum fluxionum fluxiones feu mutationes magis aut minus celeres quas ipfarum z, y, x, v fluxiones fecundas nominare licet & fic defignare $\ddot{z}, \ddot{y}, \ddot{x}, \ddot{v}$, & harum fluxiones primas feu ipfarum z, y, x, v fluxiones tertias fic $\dddot{z}, \dddot{y}, \dddot{x}, \dddot{v}$, & quartas fic $\ddddot{z}, \ddddot{y}, \ddddot{x}, \ddddot{v}$. Et quemadmodum $\dddot{z}, \dddot{y}, \dddot{x}, \dddot{v}$ funt fluxiones quantitatum $\ddot{z}, \ddot{y}, \ddot{x}, \ddot{v}$, & hæ funt fluxiones quantitatum $\dot{z}, \dot{y}, \dot{x}, \dot{v}$ & hæ funt fluxiones quantitatum primarum z, y, x, v: fic hæ quantitates confiderari poffunt ut fluxiones aliarum quas fic defignabo,

$\dot{z}$,

$\overset{\prime}{z}, \overset{\prime}{y}, \overset{\prime}{x}, \overset{\prime}{v}$, & hæ ut fluxiones aliarum $\overset{\prime\prime}{z}, \overset{\prime\prime}{y}, \overset{\prime\prime}{x}, \overset{\prime\prime}{v}$, & hæ ut fluxiones aliarum $\overset{\prime\prime\prime}{z}, \overset{\prime\prime\prime}{y}, \overset{\prime\prime\prime}{x}, \overset{\prime\prime\prime}{v}$. Designant igitur $\overset{\prime\prime}{z}, \overset{\prime}{z}, z, \dot{z}, \ddot{z}, \dddot{z}, \ddddot{z}, \overset{:::}{z}$ &c. seriem quantitatum quarum quælibet posterior est fluxio præcedentis & quælibet prior est fluens quantitas fluxionem habens subsequentem. Similis est series $\overset{\prime\prime}{\overline{\sqrt{az-zz}}}$, $\overset{\prime}{\overline{\sqrt{az-zz}}}$, $\overline{\sqrt{az-zz}}$, $\overset{\cdot}{\overline{\sqrt{az-zz}}}$, $\overset{\cdot\cdot}{\overline{\sqrt{az-zz}}}$, $\overset{\cdot\cdot\cdot}{\overline{\sqrt{az-zz}}}$, ut & series $\frac{az+z^2}{a-z}{}^{\prime\prime}$, $\frac{az+z^2}{a-z}{}^{\prime}$, $\frac{az+z^2}{a-z}$, $\frac{az+z^2}{a-z}{}^{\cdot}$, $\frac{az+z^2}{a-z}{}^{\cdot\cdot}$, $\frac{az+z^2}{a-z}{}^{\cdot\cdot\cdot}$. Et notandum est quod quantitas quælibet prior in his seriebus est ut area figuræ curvilineæ cujus ordinatim applicata rectangula est quantitas posterior & abscissa est z: uti $\overset{\prime}{\overline{\sqrt{az-zz}}}$ area curvæ cujus ordinata est $\overline{\sqrt{az-zz}}$ & abscissa z. Quo autem spectant hæc omnia patebit in Propositionibus quæ sequuntur.

PROP.

PROP. I. PROB. I.

Data æquatione quotcunq; fluentes quantitates involvente, invenire fluxiones.

Solutio.

Multiplicetur omnis æquationis terminus per indicem dignitatis quantitatis cujusq; fluentis quam involvit, & in singulis multiplicationibus mutetur dignitatis latus iu fluxionem suam, & aggregatum factorum omnium sub propriis signis erit æquatio nova.

Explicatio.

Sunto a, b, c, d *&c.* quantitates determinatæ & immutabiles, & proponatur æquatio quævis quantitates fluentes x, y, x *&c.* involvens, uti $x^3 - xyy + aaz - b^3 = 0$. Multiplicentur termini primo per indices dignitatum x, & in singulis multiplicationibus pro dignitatis latere, seu x unius dimensionis, scribatur $\dot{x}$, & summa factorum erit $3\dot{x}x^2 - \dot{x}yy$. Idem fiat in y & prodibit $-2xxy\dot{y}$. Idem fiat in z & prodibit $aa\dot{z}$. Ponatur summa factorum æqualis nihilo, & habebitur æquatio $3\dot{x}x^2 - \dot{x}yy - 2xy\dot{y} + aa\dot{z} = 0$. Dico quod hac æquatione definitur relatio fluxionum.

De-

Demonstratio.

Nam sit o quantitas admodum parva & sunto $o\dot{z}$ $o\dot{y}$ $o\dot{x}$, quantitatum z, y, x momenta id est incrementa momentanea synchrona. Et si quantitates fluentes jam sunt z, y & x, hæ post momentum temporis incrementis suis $o\dot{z}$, $o\dot{y}$, $o\dot{x}$, auctæ evadent $z+o\dot{z}$, $y+o\dot{y}$, $x+o\dot{x}$, quæ in æquatione prima pro z, y & x scriptæ dant æquationem $x^3+3xxo\dot{x}+3xoo\dot{x}\dot{x}+o^3\dot{x}^3-xyy-o\dot{x}yy-2xo\dot{y}y-2\dot{x}oo\dot{y}y-xoo\dot{y}\dot{y}-\dot{x}o^3\dot{y}\dot{y}+aaz+aao\dot{z}-b3=o$. Subducatur æquatio prior, & residuum divisum per o erit $3\dot{x}x^2+3\dot{x}\dot{x}ox+\dot{x}^3oo-\dot{x}yy-2x\dot{y}y-2\dot{x}o\dot{y}y-xo\dot{y}\dot{y}-xoo\dot{y}\dot{y}+aa\dot{z}=o$. Minuatur quantitas o in infinitum, & neglectis terminis evanescentibus restabit $3\dot{x}x^2-\dot{x}yy-2\dot{x}yy-2\dot{x}yy+aa\dot{z}=o$. Q. E. D.

Explicatio plenior.

Ad eundem modum si æquatio esset $x^3-xyy+aa\sqrt{ax-yy}-b3=o$, produceretur $3x^2\dot{x}-\dot{x}yy-2\dot{x}yy+aa\overset{\cdot}{\sqrt{ax-yy}}=o$. Ubi si fluxionem $\overset{\cdot}{\sqrt{ax-yy}}$ tollere velis, pone $\sqrt{ax-yy}=z$, & erit $ax-yy=z^2$

 &

& (per hanc Propositionem) $a\dot{x}-2\dot{y}y=2\dot{z}z$ seu $\frac{a\dot{x}-2\dot{y}y}{2z}=\dot{z}$, hoc est $\frac{a\dot{x}-2\dot{y}y}{2\sqrt{ax-yy}}=\dot{\overline{\sqrt{ax-yy}}}$. Et inde $3x^2\dot{x}-\dot{x}yy-2x\dot{y}y+\frac{a^3\dot{x}-2aa\dot{y}y}{2\sqrt{ax-yy}}=0$

Et per operationem repetitam pergitur ad fluxiones secundas, tertias & sequentes. Sit æquatio $zy^3-z^4+a^4=0$, & fiet per operationem primam $\dot{z}y^3+3z\dot{y}y^2-4\dot{z}z^3=0$, per secundam $\ddot{z}y^3+6\dot{z}\dot{y}y^2+3z\ddot{y}y^2+6z\dot{y}^2y-4\ddot{z}z^3-12\dot{z}^2z^2=0$, per tertiam $\dddot{z}y^3+9\ddot{z}\dot{y}y^2+9\dot{z}\ddot{y}y^2+18\dot{z}\dot{y}^2y+3z\dddot{y}y^2+18z\ddot{y}\dot{y}y+6z\dot{y}^3-4\dddot{z}z^3-36\ddot{z}\dot{z}z^2-24\dot{z}^3z=0$.

Ubi vero sic pergitur ad fluxiones secundas, tertias & sequentes, convenit quantitatem aliquam ut uniformiter fluentem considerare, & pro ejus fluxione prima unitatem scribere, pro secunda vero & sequentibus nihil. Sit æquatio $zy^3-z^4+a^4=0$, ut supra; & fluat z uniformiter, sitq; ejus fluxio unitas, & fiet per operationem primam $y^3+3z\dot{y}y^2-4z^3=0$, per secundam $6\dot{y}y^2+3z\ddot{y}y^2+6z\dot{y}^2y-12z^2=0$, per tertiam $9\ddot{y}y^2+18\dot{y}^2y+3z\dddot{y}y^2+18z\ddot{y}\dot{y}y+6z\dot{y}3-24z=0$.

In

In hujus autem generis æquationibus concipiendum eſt quod fluxiones in ſingulis terminis ſint ejuſdem ordinis, id eſt vel omnes primi ordinis $\dot{y}$, $\dot{z}$, vel omnes ſecundi $\ddot{y}$, $\dot{y}^2$ $\dot{y}\dot{z}$, $\dot{z}^2$ vel omnes tertii $\dddot{y}$, $\dot{y}\ddot{y}$, $\ddot{y}\dot{z}$, $\dot{y}^3$, $\dot{y}^2\dot{z}$ $\dot{y}\dot{z}^2$ $\dot{z}^3$, &c. Et ubi res aliter ſe habet complendus eſt ordo per ſubintellectas fluxiones quantitatis uniformiter fluentis. Sic æquatio noviſſima complendo ordinem tertium fit $9\dot{z}\ddot{y}y^2 + 18\dot{z}\dot{y}^2y + 3z\dddot{y}y^2 + 18z\dot{y}\ddot{y}y + 6z\dot{y}^3 - 24z\dot{z}^3 = 0$.

PROP. II. PROB. II.

Invenire Curvas quæ quadrari poſſunt.

Sit ABC figura invenienda, BC Ordinatim applicata rectangula, & AB abſciſſa. Producatur CB ad E ut ſit BE = 1, & compleatur parallelogrammum ABED: & arearum ABC, ABED fluxiones erunt ut BC & BE. Aſſumatur igitur æquatio quævis qua relatio arearum definiatur, & inde dabitur relatio ordinatarum BC & BE per Prop. I. Q. E. I. *Fig.* 4.

Hujus rei exempla habentur in Propoſitionibus duabus ſequentibus.

PROP.

PROP. III. THEOR. I.

Si pro abſciſſa AB & area AE ſeu AB× 1 promiſcue ſcribatur z, & ſi pro $e + fz^{\eta} + gz^{2\eta} + hz^{3\eta} +$ &c. ſcribatur R: ſit autem area Curvæ $z^{\theta} R^{\lambda}$ erit, ordinatim applicata BC =

$$\theta e {+\theta \atop +\lambda\eta} fz^{\eta} {+\theta \atop +2\lambda\eta} gz^{2\eta} {+\theta \atop +3\lambda\eta} hz^{3\eta} + \&c. \text{ in } z^{\theta-1} R^{\lambda-1}.$$

Demonſtratio.

Nam ſi ſit $z^{\theta} R^{\lambda} = v$, erit per Prop. 1, $\theta \dot{z} z^{\theta-1} R^{\lambda} + \lambda z^{\theta} \dot{R} R^{\lambda-1} = \dot{v}$. Pro R^{λ} in primo æquationis termino & z^{θ} in ſecundo ſcribe $RR^{\lambda-1}$ & $zz^{\theta-1}$, & fiet $\theta \dot{z} R + \lambda z \dot{R}$ in $z^{\theta-1} R^{\lambda-1} = \dot{v}$. Erat autem $R = e + fz^{\eta} + gz^{2\eta} + hz^{3\eta} +$ &c. & inde per Prop. 1. fit $\dot{R} = \eta f \dot{z} z^{\eta-1} + 2\eta g \dot{z} z^{2\eta-1} + 3\eta h \dot{z} z^{3\eta-1} +$ &c. quibus ſubſtitutis & ſcripta BE ſeu 1 pro $\dot{z}$, fiet $\theta e {+\theta \atop +\lambda\eta} fz^{\eta} {+\theta \atop +2\lambda\eta} gz^{2\eta} {+\theta \atop +3\lambda\eta} hz^{3\eta} +$ &c. in $z^{\theta-1} R^{\lambda-1} = \dot{v} =$ BC. Q. E. D.

PROP.

PROP. IV. THEOR. II.

Si Curvæ abſciſſa A B ſit z, & ſi pro $e + fz^n + gz^{2n}$ + &c. ſcribatur R, & pro $k + lz^n + mz^{2n}$ + &c. ſcribatur S; ſit autem area Curvæ $z^\theta R^\lambda S^\mu$: erit ordinatim applicata BC =

$$\left.\begin{array}{llll} \theta ek \begin{smallmatrix}+\theta\\+\lambda n\end{smallmatrix} fkz^n & \begin{smallmatrix}+\theta\\+2\lambda n\end{smallmatrix} gkz^{2n} \;.\;* \cdots\cdots & * \cdots\cdots & \\ \quad \begin{smallmatrix}+\theta\\+\mu n\end{smallmatrix} el\,z^n & \begin{smallmatrix}+\theta\\+\lambda n\\+\mu n\end{smallmatrix} fl\,z^{2n} & \begin{smallmatrix}+\theta\\+2\lambda n\\+\mu n\end{smallmatrix} glz^{3n} & * \cdots\cdots \\ & \begin{smallmatrix}+\theta\\+2\mu n\end{smallmatrix} emz^{2n} & \begin{smallmatrix}+\theta\\+\lambda n\\+2\mu n\end{smallmatrix} fmz^{3n} & \begin{smallmatrix}+\theta\\+2\lambda n\\+2\mu n\end{smallmatrix} gmz^{4n} \end{array}\right\} in\, z^{\theta-1} R^{\lambda-1} S^{\mu-1}$$

Demonſtratur ad modum Propoſitionis ſuperioris.

PROP. V. THEOR. III.

Si Curvæ abſciſſa A B ſit z, & pro $e + fz^n + gz^{2n}$ $+ hz^{3n}$ + &c. ſcribatur R: ſit autem ordinatim applicata $z^{\theta-1} R^{\lambda-1}$ in $a + bz^n + cz^{2n} + dz^{3n}$ + &c. & ponatur $\frac{\theta}{n} = r$. $r + \lambda = s$. $s + \lambda = t$. $t + \lambda = v$. &c. erit area

$$z^\theta R^\lambda\, in\, \frac{\frac{1}{n}a}{r\,e} + \frac{\frac{1}{n}b - sfA}{\overline{r+1},e} z^n + \frac{\frac{1}{n}c \begin{smallmatrix}-s\\-1\end{smallmatrix} fB - tgA}{\overline{r+2},e} z^{2n} + \frac{\frac{1}{n}d \begin{smallmatrix}-s\\-2\end{smallmatrix} f\,C \begin{smallmatrix}-t\\-1\end{smallmatrix} gB - vhA}{\overline{r+3},e} z^{3n}$$

$$+ \frac{\begin{smallmatrix}-s\\-3\end{smallmatrix} fD \begin{smallmatrix}-t\\-2\end{smallmatrix} gC \begin{smallmatrix}-v\\-1\end{smallmatrix} hB}{r+4,e} z^{4n} + \&c.$$ Ubi A, B, C, D, &c.

 denotant

denotant totas coefficientes datas terminorum singulorum in serie cum signis suis + & —, nempe A primi termini coefficientem $\frac{\frac{1}{n}a}{re}$, B secundi coefficientem $\frac{\frac{1}{n}b - sfA}{\overline{r+1},\,e}$, C tertii coefficientem $\frac{\frac{1}{n}c - \overline{s-1}\,fB - tgA}{\overline{r+2},\,e}$, & sic deinceps.

Demonstratio.

Sunto juxta Propositionem tertiam;

	Curvarum Ordinatæ		& earundem areæ.
1.	$\theta eA + \overline{\theta+\lambda n}\,fAz^{n} + \overline{\theta+2\lambda n}\,gAz^{2n} + \overline{\theta+3\lambda n}\,hAz^{3n}$ &c.		$Az^{\theta}R^{\lambda}$.
2	.... $\overline{\theta+n}\,eBz^{n} + \overline{\theta+n+\lambda n}\,fBz^{2n} + \overline{\theta+n+2\lambda n}\,gBz^{3n}$ &c.	$z^{\theta-1}R^{\lambda-1}$.	$Bz^{\theta+n}R^{\lambda}$
3	.... $+\overline{\theta+2n},\,eCz^{2n} + \overline{\theta+2n+\lambda n}\,fCz^{3n}$ &c.		$Cz^{\theta+2n}R^{\lambda}$.
4	.... $+\overline{\theta+3n},\,e\mathcal{D}z^{3n}$ &c.		$\mathcal{D}z^{\theta+3n}R^{\lambda}$.

Et si summa ordinatarum ponatur æqualis ordinatæ $a + bz^{n} + cz^{2n} + dz^{3n} +$ &c. in $z^{\theta-1}R^{\lambda-1}$, summa arearum $z^{\theta}R^{\lambda}$ in $A + Bz^{n} + Cz^{2n} + \mathcal{D}z^{3n} +$ &c. æqualis erit areæ Curvæ cujus ista est ordinata. Æquentur igitur Ordinatarum termini correspondentes, & fiet $a = \theta eA$, $b = \overline{\theta+\lambda n}\,fA + \overline{\theta+n}\,eB$, $c = \overline{\theta+2\lambda n}\,gA + \overline{\theta+n+\lambda n}\,fB + \overline{\theta+2n},\,eC$ &c. & inde $\frac{a}{\theta e} = A$. $\frac{b - \overline{\theta+\lambda n},\,fA}{\overline{\theta+n},\,e} = B$. $\frac{c - \overline{\theta+2\lambda n},\,gA - \overline{\theta+n+\lambda n},\,fB}{\overline{\theta+2n},\,e} = C$. Et sic deinceps in infinitum

nitum. Pone jam $\frac{\theta}{n} = r$. $r + \lambda = s$. $s + \lambda = t$ &c. & in area $z^{\theta}R^{\lambda}$ in $A + Bz^{n} + Cz^{2n} + Dz^{3n} +$ &c. scribe ipsorum A, B, C, &c. valores inventos & prodibit series proposita. Q. E. D.

Et notandum est quod Ordinata omnis duobus modis in seriem resolvitur. Nam index n vel affirmitivus esse potest vel negativus. Proponatur Ordinata $\frac{3k - lzz}{zz\sqrt{kz - lz^{3} + mz^{4}}}$ Hæc vel sic scribi potest $z^{-\frac{1}{2}} \times \overline{3k - lzz} \times \overline{k - lzz + mz^{3}}|^{-\frac{1}{2}}$, vel sic $z \times \overline{-l + 3kz^{-2}} \times \overline{m - lz^{-1} + kz^{-1}}|^{-\frac{1}{2}}$. In casu priore est $a = 3k$. $b = 0$. $c = -l$. $e = k$. $f = 0$. $g = -l$. $h = m$. $\lambda = -\frac{1}{2}$. $n = 1$. $\theta - 1 = -\frac{1}{2}$. $\theta = -\frac{3}{2} = r$. $s = -1$. $t = -\frac{1}{2}$. $v = 0$. In posteriore est $a = -l$. $b = 0$. $c = 3k$. $e = m$. $f = -l$. $g = 0$. $h = 1$. $\lambda = -\frac{1}{2}$. $n = -1$. $\theta - 1 = 1$. $\theta = 2$. $r = -2$. $s = -1\frac{1}{2}$. $t = -1$. $v = \frac{1}{2}-$. Tentandus est casus uterque. Et si seriërum alterutra ob terminos tandem deficientes abrumpitur ac terminatur, habebitur area Curvæ in terminis finitis. Sic in exempli hujus priore casu scribendo in serie valores ipsorum a, b, c, e, f, g, h, λ, θ, r, s, t, v, termini omnes post primum evanescunt in infinitum & area Curvæ prodit $-2\sqrt{\frac{k - lzz + mz^{3}}{z}}$ Et hæc area ob signum negativum adjacet abscissæ ultra ordinatam productæ. Nam area omnis affirmativa adjacet tam abscissæ quam ordinatæ, negativa vero cadit ad contrarias partes ordinatæ & adjacet abscissæ productæ, manente scilicet signo Ordinatæ. Hoc modo series alterutra & nonnunquam utraque semper terminatur & finita evadit si Curva geometrice quadrari potest. At si Curva talem quadraturam non admittit, series utraq; continuabitur in infinitum, & earum

rum altera converget & aream dabit approximando, præterquam ubi r (propter aream infinitam) vel nihil est vel numerus integer & negativus, vel ubi $\frac{\zeta}{e}$ æqualis est unitati. Si $\frac{\zeta}{e}$ minor est unitate, converget series in qua index η affirmativus est: sin $\frac{\zeta}{e}$ unitate major est, converget series altera. In uno casu area adjacet abscissæ ad usq; ordinatam ductæ, in altero adjacet abscissæ ultra ordinatam productæ.

Nota insuper quod si Ordinata contentum est sub factore rationali $\mathcal{Q}$ & factore surdo irreducibili R^{π} & factoris surdi latus R non dividit factorem rationalem $\mathcal{Q}$; erit $\lambda - 1 = \pi$ & $R^{\lambda-1} = R^{\pi}$. Sin factoris surdi latus R dividit factorem rationalem semel, erit $\lambda - 1 = \pi + 1$ & $R^{\lambda-1} = R^{\pi+1}$: si dividit bis, erit $\lambda - 1 = \pi + 2$ & $R^{\lambda-1} = R^{\pi+2}$: si ter, erit $\lambda - 1 = \pi + 3$, & $R^{\lambda-1} = R^{\pi+3}$: & sic deinceps.

Si ordinata est fractio rationalis irreducibilis cum Denominatore ex duobus vel pluribus terminis composito: resolvendus est denominator in divisores suos omnes primos. Et si divisor sit aliquis cui nullus alius est æqualis, Curva quadrari nequit: Sin duo vel plures sint divisores æquales, rejiciendus est eorum unus, & si adhuc alii duo vel plures sint sibi mutuo æquales & prioribus inæquales, rejiciendus est etiam eorum unus, & sic in aliis omnibus æqualibus si adhuc plures sint: deinde divisor qui relinquitur vel contentum sub divisoribus omnibus qui relinquuntur, si plures sunt, ponendum est pro R, & ejus quadrati reciprocum R^{-2} pro $R^{\lambda-1}$, præterquam ubi contentum illud est quadratum vel cubus vel quadrato-quadratum, &c. quo casu ejus latus ponen-

ponendum eſt pro R & poteſtatis index 2 vel 3 vel 4 negative ſumptus pro λ. & Ordinata ad denominatorem R^2 vel R^3 vel R^4 vel R^5 &c. reducenda.

Ut ſi ordinata ſit $\frac{z^5+z^4-8z^3}{z^5+z^4-5z^3-z^2+8z-4}$; quoniam hæc fractio irreducibilis eſt & denominatoris diviſores ſunt pares, nempe $z-1$, $z-1$, $z-1$ & $z+2$, $z+2$, rejicio magnitudinis utriuſque diviſorem unum & reliquorum $z-1$, $z-1$, $z+2$ contentum z^3-3z+2 pono pro R & ejus quadrati reciprocum $\frac{1}{R^2}$ ſeu R^{-2} pro $R^{\lambda-1}$, Dein Ordinatam ad denominatorem R^2 ſeu $R^{1-\lambda}$ reduco, & fit $\frac{z^6-9z^4+8z^3}{\overline{z^3-3z+2}|\text{quad.}}$, id eſt $z^3 \times \overline{8-9z+z^3} \times \overline{2-3z+z^3}|^{-2}$ Et inde eſt $a=8$. $b=-9$. $c=0$. $d=-1$, &c. $e=2$. $f=-3$. $g=0$. $h=1$. $\lambda-1=-2$. $\lambda=-1$. $\eta=1$. $\theta-1=3$. $\theta=4=r$. $s=3$. $t=2$. $v=1$. Et his in ſerie ſcriptis prodit area $\frac{z^4}{z^3-3z+2}$, terminis omnibus in tota ſerie poſt primum evaneſcentibus.

Si deniq; Ordinata eſt fractio irreducibilis & ejus denominator contentum eſt ſub factore rationali Q & factore ſurdo irreducibili R^{π}, inveniendi ſunt lateris R diviſores omnes primi, & rejiciendus eſt diviſor unus magnitudinis cujuſq; & per diviſores qui reſtant, ſiqui ſint, multiplicandus eſt factor rationalis Q: & ſi factum æquale eſt lateri R vel lateris illius poteſtati alicui cujus index eſt numerus integer, eſto index ille m, & erit $\lambda-1=-\pi-m$, & $R^{\lambda-1}=R^{-\pi-m}$. Ut ſi Ordinata ſit $\frac{3q^5-q^4x+9q^3xx-qqx^3-6x^5}{\overline{qq-xx}\ \sqrt{\text{cub.}\ q^3+qqx-qxx-x^3}}$,

quoniam factoris surdi latus R seu $q3+qqx-qxx-x3$ divisores habet $q+x$, $q+x$, $q-x$ qui duarum sunt magnitudinum, rejicio divisorem unum magnitudinis utriusq; & per divisorem $q+x$ qui relinquitur, multiplico factorem rationalem $qq-xx$. Et quoniam factum $q3+qqx-qxx-x3$ æquale est lateri R, pono $m=1$. & inde, cum π sit $\frac{1}{3}$, fit $\lambda-1=-\frac{4}{3}$. Ordinatam igitur reduco ad denominatorem $R^{\frac{4}{3}}$ & fit $Z^{0} \times 3q^{6}+2q^{5}x+8q^{4}xx+8q^{3}x^{3}-7qqx^{4}-6qx^{5} \times \overline{q^{3}+qqx-qxx-x^{3}}|^{-\frac{4}{3}}$. Unde est $a=3q^{6}$ $b=2q^{5}$ &c. $e=q^{3}$. $f=qq$ &c. $\theta-1=0$. $\theta=1=\eta$. $\lambda=-\frac{1}{3}$. $r=1$. $s=\frac{2}{3}$. $t=\frac{1}{3}$. $v=0$. Et his in serie scriptis prodit area $\frac{3qqx+3x^{3}}{\sqrt{cub.\ a3+aax-axx-x^{3}}}$, terminis omnibus in serie tota post tertium evanescentibus.

PROP. VI. THEOR. IV.

Si Curvæ abscissa A B sit z, & scribantur R pro $e+fz^{n}+gz^{2n}+hz^{3n}+$&c. & S pro $k+lz^{n}+mz^{2n}+nz^{3n}$ &c. sit autem ordinatim applicata $z^{\theta-1}R^{\lambda-1}S^{\mu-1}$ in $a+bz^{n}+cz^{2n}+dz^{3n}$ &c. & si terminorum, e, f, g, h, &c. & k, l, m, n, &c. rectangula sint

ek	fk	gk	hk	&c.
el	fl	gl	hl	&c.
em	fm	gm	hm	&c.
en	fn	gn	hn	&c.

Et

Et si rectangulorum illorum coefficientes numerales sint respective

$$\tfrac{1}{n\theta}=r. \quad r+\lambda=s. \quad s+\lambda=t. \quad t+\lambda=v. \text{ \&c.}$$

$$r+\mu=\acute{s}. \quad s+\mu=\acute{t}. \quad t+\mu=\acute{v}. \quad v+\mu=\acute{w}. \text{ \&c.}$$

$$\acute{s}+\mu=\acute{\acute{t}}. \quad \acute{t}+\mu=\acute{\acute{v}}. \quad \acute{v}+\mu=\acute{\acute{w}}. \quad \acute{w}+\mu=\acute{\acute{x}}. \text{ \&c.}$$

$$\acute{\acute{t}}+\mu=v'''. \quad \acute{\acute{v}}+\mu=w'''. \quad \acute{\acute{w}}+\mu=x'''. \quad \acute{\acute{x}}+\mu=y'''. \text{ \&c.}$$

area Curvæ erit hæc

$$z^{\theta}R^{\lambda}S^{\mu} \text{ in } \frac{\frac{1}{n}a}{rek} + \frac{\frac{1}{n}b\begin{smallmatrix}-sfk\\-s'el\end{smallmatrix}A}{\overline{r+1},ek}z^{n} + \frac{\frac{1}{n}c\begin{smallmatrix}-\overline{s+1},fk\\-\overline{s'+1},el\end{smallmatrix}B\begin{smallmatrix}-tgk\\-t'fl\\-t''em\end{smallmatrix}A}{\overline{r+2},ek}z^{2n}$$

$$+\frac{\frac{1}{n}d\begin{smallmatrix}-\overline{s+2},fk\\-\overline{s'+2},el\end{smallmatrix}C\begin{smallmatrix}-\overline{t+1},gk\\-\overline{t'+1},fl\\-\overline{t''+1},em\end{smallmatrix}B\begin{smallmatrix}-vhk\\-v'gl\\-v''fm\\-v'''en\end{smallmatrix}A}{\overline{r+3},ek}z^{3n} + \text{\&c.}$$

Ubi *A* denotat termini primi coefficientem datam $\frac{\frac{1}{n}a}{rek}$ cum signo suo + vel —, *B* coefficientem datam secundi, C coefficientem datam tertii, & sic deinceps. Terminorum vero, *a*, *b*, *c*, &c. *e*, *f*, *g*, &c. *k*, *l*, *m*, &c. unus vel plures deesse possunt. Demonstratur Propositio ad modum præcedentis, & quæ ibi notantur hic obtinent. Pergit autem series talium Propositionum in infinitum, & progressio seriei manifesta est.

PROP.

PROP. VII. THEOR. V.

Si pro $e + fz^{\eta} + gz^{2\eta} +$ &c. ſcribatur R ut ſupra, & in Curvæ alicujus Ordinata $z^{\theta \pm \eta\sigma} R^{\lambda \pm \tau}$ maneant quantitates datæ $\theta, \eta, \lambda, e, f, g,$ &c. & pro σ ac τ ſcribantur ſucceſſive numeri quicunq; integri: & ſi detur area unius ex Curvis quæ per Ordinatas innumeras ſic prodeuntes deſignantur ſi Ordinatæ ſunt duorum nominum in vinculo radicis, vel ſi dentur areæ duarum ex Curvis ſi Ordinatæ ſunt trium nominum in vinculo radicis, vel areæ trium ex Curvis ſi Ordinatæ ſunt quatuor nominum in vinculo radicis, & ſic deinceps in infititum: dico quod dabuntur areæ curvarum omnium. Pro nominibus hic habeo terminos omnes in vinculo radicis tam deficientes quam plenos quorum indices dignitatum ſunt in progreſſione arithmetica. Sic ordinata $\sqrt{a^4 - ax^3 + x^4}$ ob terminos duos inter a^4 & $-ax^3$ deficientes pro quinquinomio haberi debet. At $\sqrt{a^4 + x^4}$ binomium eſt, & $\sqrt{a^4 + x^4 - \frac{x^8}{a^4}}$ trinomium, cum progreſſio jam per majores differentias procedat. Propoſitio vero ſic demonſtratur.

C A S. I.

Sunto Curvarum duarum Ordinatæ $pz^{\theta-1} R^{\lambda-1}$ & $qz^{\theta+\eta-1} R^{\lambda-1}$, & areæ pA & qB, exiſtente R quantitate trium nominum $e + fz^{\eta} + gz^{2\eta}$. Et cum per Prop.

Pro. III. fit $z^{\theta}R^{\lambda}$ area Curvæ cujus Ordinata eft $\theta e \begin{array}{l}+\theta\\ +\lambda n\end{array} fz^{n} \begin{array}{l}+\theta\\ +2\lambda n\end{array} gz^{2n}$ in $z^{\theta-1}R^{\lambda-1}$, fubduc Ordinatas & areas priores de area & Ordinata pofteriori, & manebit $\begin{array}{l}\theta e\\ -p\end{array} \begin{array}{l}+\theta\\ +\lambda n\\ -q\end{array} fz^{n} \begin{array}{l}+\theta\\ +2\lambda n\end{array} gz^{2n}$ in $z^{\theta-1}R^{\lambda-1}$ Ordinata nova Curvæ, & $z^{\theta}R^{\lambda} - pA - qB$ ejufdem area. Pone $\theta e = p$ & $\theta f + \lambda n f = q$ & Ordinata evadet $\begin{array}{l}\theta\\ +2\lambda n\end{array} gz^{2n}$ in $z^{\theta-1}R^{\lambda-1}$ & area $z^{\theta}R^{\lambda} - \theta eA - \theta fB - \lambda n fB$. Divide utramq; per $\theta g + 2\lambda n g$, & aream prodeuntem dic C, & affumpta utcunq; r, erit rC area Curvæ cujus Ordinata eft $rz^{\theta+2n-1}R^{\lambda-1}$. Et qua ratione ex areis pA & qB aream rC Ordinatæ $rz^{\theta+2n-1}R^{\lambda-1}$ congruentem invenimus, licebit ex areis qB & rC aream quartam puta sD, Ordinatæ $sz^{\theta+3n-1}R^{\lambda-1}$ congruentem invenire, & fic deinceps in infinitum. Et par eft ratio progreffionis ab areis B & A in partem contrariam pergentis. Si terminorum θ, $\theta+\lambda n$, & $\theta+2\lambda n$ aliquis deficit & feriem abrumpit, affumatur area pA in principio progreffionis unius & area qB in principio alterius, & ex his duabus areis dabuntur areæ omnes in progreffione utraque. Et contra, ex aliis duabus areis affumptis fit regreffus per analyfin ad areas A & B, adeo ut ex duabus datis cæteræ omnes dentur. Q. E. O. Hic eft cafus Curvarum ubi ipfus z index θ augetur vel diminuitur perpetua additione vel fubductione quantitatis n. Cafus alter eft Curvarum ubi index λ augetur vel diminuitur unitatibus.

C A S. II.

Ordinatæ $pz^{\theta-1}R^{\lambda}$ & $qz^{\theta+n-1}R^{\lambda}$, quibus areæ pA & qB jam reſpondeant, ſi in R ſeu $e+fz^{n}+gz^{2n}$ ducantur ac deinde ad R viciſſim applicentur, evadunt $pe+pfz^{n}+pgz^{2n}\times z^{\theta-1}R^{\lambda-1}$ & $qez^{n}+qfz^{2n}+qgz^{3n}\times z^{\theta-1}R^{\lambda-1}$. Et per Prop. III. eſt $az^{\theta}R^{\lambda}$ area Curvæ cujus Ordinata eſt $\theta ae + \begin{smallmatrix}\theta\\+\lambda n\end{smallmatrix} afz^{n} + \begin{smallmatrix}\theta\\+2\lambda n\end{smallmatrix} agz^{2n}$ in $z^{\theta-1}R^{\lambda-1}$, & $bz^{\theta+n}R^{\lambda}$ area Curvæ cujus ordinata eſt $+\begin{smallmatrix}\theta\\+n\end{smallmatrix} bez^{n} + \begin{smallmatrix}\theta\\+n\\+\lambda n\end{smallmatrix} bfz^{2n} + \begin{smallmatrix}\theta\\+n\\+2\lambda n\end{smallmatrix} bgz^{3n}$ in $z^{\theta-1}R^{\lambda-1}$. Et harum quatuor arearum ſumma eſt $pA+qB+az^{\theta}R+bz^{\theta+n}R^{\lambda}$ & ſumma reſpondentium ordinatarum.

$$\begin{array}{llll} \theta ae & +\begin{smallmatrix}\theta\\+\lambda n\end{smallmatrix} afz^{n} & +\begin{smallmatrix}\theta\\+2\lambda n\end{smallmatrix} agz^{2n} & +\begin{smallmatrix}\theta\\+n\\+2\lambda n\end{smallmatrix} bgz^{3n} \text{ in } z^{\theta-1}R^{\lambda-1}. \\ +pe & +\begin{smallmatrix}\theta\\+n\end{smallmatrix} be & +\begin{smallmatrix}\theta\\+n\\+\lambda n\end{smallmatrix} bf & +qg \\ & +pf & +pg & \\ & +qe & +qf & \end{array}$$

Si terminus primus tertius & quartus ponantur ſeorſim æquales nihilo, per primum fiet $\theta ae+pe=0$ ſeu $-\theta a=p$, per quartum $-\theta b-nb-2\lambda nb=q$, & per tertium (eliminando p & q) $\frac{2ag}{f}=b$. Unde ſecundus fit $\frac{\lambda naff-4\lambda nage}{f}$, adeoq; ſumma quatuor Ordinatarum eſt $\frac{\lambda naff-4\lambda nage}{f}z^{\theta+n-1}R^{\lambda-1}$, & ſumma totidem reſpondentium arearum eſt $az^{\theta}R^{\lambda}+\frac{2ag}{f}z^{\theta+n}R^{\lambda}-\theta aA-\frac{2\theta+2n+4\lambda n}{f}agB$.

Divi-

Dividantur hæ ſummæ per $\frac{\lambda n e f f - \theta n e g e}{f}$, & ſi Quotum poſterius dicatur $\mathcal{D}$, erit $\mathcal{D}$ area curvæ cujus ordinata eſt Quotum prius $z^{\theta + \eta - 1} R^{\lambda - 1}$. Et eadem ratione ponendo omnes Ordinatæ terminos præter primum æquales nihilo poteſt area Curvæ inveniri cujus Ordinata eſt $z^{\theta - 1} R^{\lambda - 1}$. Dicatur area iſta C, & qua ratione ex areis A & B inventæ ſunt areæ C ac $\mathcal{D}$, ex his areis C ac $\mathcal{D}$ inveniri poſſunt aliæ duæ E & F ordinatis $z^{\theta - 1} R^{\lambda - 2}$ & $z^{\theta + \eta - 1} R^{\lambda - 2}$ congruentes, & ſic deinceps in infinitum. Et per analyſin contrariam regredi licet ab areis E & F ad areas C ac $\mathcal{D}$, & inde ad areas A & B, aliaſq; quæ in progreſſione ſequuntur. Igitur ſi index λ perpetua unitatum additione vel ſubductione augeatur vel minuatur, & ex areis quæ Ordinatis ſic prodeuntibus reſpondent duæ ſimpliciſſimæ habentur; dantur aliæ omnes in infinitum. Q. E. O.

C A S. III.

Et per caſus hoſce duos conjunctos, ſi tam index θ perpetua additione vel ſubductione ipſius η, quam index λ perpetua additione vel ſubductione unitatis, utcunq; augeatur vel minuatur, dabuntur areæ ſingulis prodeuntibus Ordinatis reſpondentes. Q. E. O.

C A S.

CAS. IV.

Et ſimili augmento ſi ordinata conſtat ex quatuor nominibus in vinculo radicali & dantur tres arearum, vel ſi conſtat ex quinq; nominibus & dantur quatuor arearum, & ſic deinceps: dabuntur areæ omnes quæ addendo vel ſubducendo numerum η indici θ vel unitatem indici λ generari poſſunt. Et par eſt ratio Curvarum ubi ordinatæ ex binomiis conſlantur, & area una earum quæ non ſunt geometrice quadrabiles datur. Q. E. O.

PROP. VIII. THEOR. VI.

Si pro $e+fz^{\eta}+gz^{2\eta}+$&c. & $k+lz^{\eta}+mz^{2\eta}+$ &c. ſcribantur R & S ut ſupra, & in Curvæ alicujus Ordinata $z^{\theta+\eta\sigma}R^{\lambda\pm\tau}S^{\mu\pm\upsilon}$ maneant quantitates datæ θ, η, λ, μ, e, f, g, k, l, m, &c. & pro σ, τ, & υ ſcribantur ſucceſſive numeri quicunq; integri: & ſi dentur areæ duarum ex curvis quæ per ordinatas ſic prodeuntes deſignantur ſi quantitates R & S ſunt binomia, vel ſi dentur areæ trium ex curvis ſi R & S conjunctim ex quinq; nominibus conſtant, vel areæ quatuor ex curvis ſi R & S conjunctim ex ſex nominibus conſtant, & ſic deinceps in infinitum: dico quod dabuntur areæ curvarum omnium.

Demonſtratur ad modum propoſitionis ſuperioris.

PROP.

PROP. IX. THEOR. VII.

Æquantur Curvarum areæ inter ſe quarum Ordinatæ ſunt reciproce ut fluxiones Abſciſſarum.

Nam contenta ſub Ordinatis & fluxionibus Abſciſſarum erunt æqualia, & fluxiones arearum ſunt ut hæc contenta.

COROL. I.

Si aſſumatur relatio quævis inter Abſciſſas duarum Curvarum, & inde per Prop. I. quæratur relatio fluxionum Abſciſſarum, & ponantur Ordinatæ reciproce proportionales fluxionibus, inveniri poſſunt innumeræ Curvæ quarum areæ ſibi mutuo æquales erunt.

COROL. II.

Sic enim Curva omnis cujus hæc eſt Ordinata $z^{\theta-1}$ in $\overline{e+fz^{\eta}+gz^{2\eta}+\&c.}|^{\lambda}$, aſſumendo quantitatem quamvis pro η & ponendo $\frac{\eta}{\nu}=s$ & $z^{s}=x$, migrat in aliam ſibi æqualem cujus ordinata eſt $\frac{\nu}{\eta}x^{\frac{\nu\theta-\eta}{\eta}}$ in $\overline{e+fx^{\nu}+gx^{2\nu}+\&c.}|^{\lambda}$

COROL. III.

Et Curva omnis cujus Ordinata eſt $z^{\theta-1}$ in $\overline{a+bz^{n}+cz^{2n}+\&c.}\times\overline{e+fz^{n}+gz^{2n}+\&c.}|^{\lambda}$, aſſumendo quantitatem qvamvis pro ν & ponendo $\frac{n}{\nu}=s$ & $z^{s}=x$, migrat in aliam ſibi æqualem cujus ordinata eſt $\frac{\nu}{n}x^{\frac{\nu\theta-n}{n}}$ in $\overline{a+bx^{\nu}+cx^{2\nu}+\&c.}\times\overline{e+fx^{\nu}+gx^{2\nu}+\&c.}|^{\lambda}$.

COROL. IV.

Et Curva omnis cujus Ordinata eſt $z^{\theta-1}$ in $a+bz^{n}+cz^{2n}+\&c.\times\overline{e+fz^{n}+gz^{2n}+\&c.}|^{\lambda}$. $\times\overline{k+lz^{n}+mz^{2n}+\&c.}|^{\mu}$, aſſumendo quantitatem quamvis pro ν & ponendo $\frac{n}{\nu}=s$ & $z^{s}=x$, migrat in aliam ſibi equalem cujus ordinata eſt $\frac{\nu}{n}x^{\frac{\nu\theta-n}{n}}$ in $\overline{a+bx^{\nu}+cx^{2\nu}+\&c.}\times\overline{e+fx^{\nu}+gx^{2\nu}+\&c.}|^{\lambda}\times\overline{k+lx^{\nu}+mx^{2\nu}+\&c.}|^{\mu}$

COROL. V.

Et Curva omnis cujus Ordinata eſt $z^{\theta-1}$ in $\overline{e+fz^{n}+gz^{2n}+\&c.}|^{\lambda}$ ponendo $\frac{1}{z}=x$, migrat in aliam ſibi æqualem cujus ordinata eſt $\frac{1}{x^{\theta+1}}\times\overline{e+fx^{-n}+gx^{-2n}+\&c.}|^{\lambda}$ id eſt $\frac{1}{x^{\theta+1+n\lambda}}\times\overline{f+ex^{n}}|^{\lambda}$ ſi duo ſunt nomina in vinculo radicis vel $\frac{1}{x^{\theta+1+2n\lambda}}\times\overline{g+fx^{n}+ex^{2n}}|^{\lambda}$ ſi tria ſunt nomina ; & ſic deinceps.

CO-

COROL. VI.

Et Curva omnis cujus Ordinata est $z^{\theta-1}$ in $\overline{e+fz^{\eta}+gz^{2\eta}+\&c.}|^{\lambda} \times \overline{k+lz^{\eta}+mz^{2\eta}+\&c.}|^{\mu}$ ponendo $\frac{1}{z}=x$, migrat in aliam sibi æqualem cujus ordinata est $\frac{1}{x^{\theta+1}} \times \overline{e+fx^{-\eta}+gx^{-2\eta}+\&c.}|^{\lambda}$ $\times \overline{k+lx^{-\eta}+mx^{-2\eta}+\&c.}|^{\mu}$ id est $\frac{1}{x^{\theta+1+\eta\lambda+\eta\mu}} \times \overline{f+ex^{\eta}}|^{\lambda}$ $\times \overline{l+kx^{\eta}}|^{\mu}$ si bina sunt nomina in vinculis radicum, vel $\frac{1}{x^{\theta+1+2\eta\lambda+\eta\mu}} \times \overline{g+fx^{\eta}+ex^{2\eta}}|^{\lambda} \times \overline{l+kx^{\eta}}|^{\mu}$, si tria sunt nomina in vinculo radicis prioris ac duo in vinculo posterioris: & sic in aliis. Et nota quod areæ duæ æquales in novissimis hisce duobus Corollariis jacent ad contrarias partes ordinatarum. Si areæ in alterutra curva adjacet abscissæ, area huic æqualis in altera curva adjacet abscissæ productæ.

COROL. VII.

Si relatio inter Curvæ alicujus Ordinatam y & Abscissam z definiatur per æquationem quamvis affectam hujus formæ, y^{α} in $e+fy^{\eta}z^{\delta}+gy^{2\eta}z^{2\delta}+hy^{3\eta}z^{3\delta}+\&c. = z^{\beta}$ in $k+ly^{\eta}z^{\delta}+my^{2\eta}z^{2\delta}+\&c.$ hæc figura assumendo $s=\frac{\eta-\delta}{\eta}$, $x=\frac{1}{s}z^{s}$ & $\lambda=\frac{\eta-\delta}{\alpha\delta+\beta\eta}$, migrat in aliam sibi æqualem cujus Abscissa x, ex data Ordinata

Ordinata v, determinatur per æquationem non affectam $\frac{1}{s}v^{\alpha\lambda} \times \overline{e + fv^{n} + gv^{2n} + hv^{3n} + \&c.}|^{\lambda} \times \overline{k + lv + mv^{2n} + \&c.}|^{-\lambda} = x$.

C O R O L. VIII.

Si relatio inter Curvæ alicujus Ordinatam y & Abſciſſam z definitur per æquationem quamvis affectam hujus formæ, y^{α} in $\overline{e + fy^{n}z^{\delta} + gy^{2n}z^{2\delta} + \&c.} = z^{\beta}$ in $\overline{k + ly^{n}z^{\delta} + my^{2n}z^{2\delta} + \&c.} + z^{\gamma}$ in $\overline{p + qy^{n}z^{\delta} + ry^{2n}z^{2\delta} + \&c.}$ hæc figura aſſumendo $s = \frac{n-\delta}{n}$ $x = \frac{1}{s}z^{s}$ $\mu = \frac{\alpha\delta + \beta n}{n-\delta}$ & $\nu = \frac{\alpha\delta + \gamma n}{n-\delta}$, migrat in aliam ſibi æqualem cujus Abſciſſa x ex data Ordinata v determinatur per æquationem minus affectam v^{α} in $\overline{e + fv^{n} + gv^{2n} + \&c.} = s^{\mu}x^{\mu}$ in $\overline{k + lv^{n} + mv^{2n} + \&c.} + s^{\nu}x^{\nu}$ in $\overline{p + qv^{n} + rv^{2n} + \&c.}$

C O R O L. IX.

Curva omnis cujus Ordinata eſt $\pi z^{\theta-1}$ in $\overline{e \frac{+\nu}{+n} fz^{n} \frac{+\nu}{+2n} gz^{2n} + \&c.} \times \overline{e + fz^{n} + gz^{2n}\ \&c.}|^{\lambda-1} \times \overline{\iota + b|\overline{ez^{\nu} + fz^{\nu+n} + gz^{\nu+2n} + \&c.}|^{\tau}}|^{\omega}$, ſi ſit $\theta = \nu$ & aſſumantur $x = \overline{ez^{\nu} + fz^{\nu+n} + gz^{\nu+2n} + \&c.}|^{\pi}$, $\sigma = \frac{\tau}{\pi}$ & $\vartheta = \frac{\lambda - \pi}{\pi}$, migrat in aliam ſibi æqualem cujus ordinata eſt $x^{\vartheta} \times \overline{a + bx^{\sigma}}|^{\omega}$. Et nota quod ordinata prior

in

in hoc Corollario evadit ſimplicior ponendo $\lambda = 1$, vel ponendo $\tau = 1$ & efficiendo ut radix dignitatis extrahi poſſit cujus index eſt ω, vel etiam ponendo $\omega = -1$ & $\lambda = 1 = \tau = \sigma = \pi$ ut alios caſus prætercam.

COROL. X.

Pro $ez^{\nu} + fz^{\nu+\eta} + gz^{\nu+2\eta} +$ &c. $\nu ez^{\nu-1} \begin{smallmatrix}+\nu\\+\eta\end{smallmatrix} fz^{\nu+\eta-1} \begin{smallmatrix}+\nu\\+2\eta\end{smallmatrix} gz^{\nu+2\eta-1} +$ &c. $k + lz^{\eta} + mz^{2\eta} +$ &c. & $\eta lz^{\eta-1} + 2\eta mz^{2\eta-1} +$ &c. ſcribantur R, $\dot{r}$, S & $\dot{s}$ reſpective, & Curva omnis cujus ordinata eſt $\pi S\dot{r} + \phi R\dot{s}$ in $R^{\lambda-1}S^{\mu-1} \times \overline{aS^{\upsilon} + bR^{\tau}}|^{\omega}$, ſi ſit $\frac{\mu - \upsilon\omega}{\lambda} = \frac{\upsilon}{\tau} = \frac{\phi}{\pi}$, $\frac{\tau}{\pi} = \sigma$, $\frac{\lambda - \pi}{\pi} = \vartheta$, & $R^{\pi} S^{\phi} = x$, migrat in aliam ſibi æqualem cujus ordinata eſt $x^{\vartheta} \times \overline{a + bx^{\sigma}}|^{\omega}$. Et nota quod Ordinata prior evadit ſimplicior, ponendo unitates pro τ, υ, & λ vel μ, & faciendo ut radix dignitatis extrahi poſſit cujus index eſt ω, vel ponendo $\omega = -1$ vel $\mu = 0$.

PROP. X. PROB. III.

Invenire figuras ſimpliciſſimas cum quibus Curva quævis geometrice comparari poteſt, cujus Ordinatim applicata y per æquationem non affectam ex data abſciſſa z determinatur.

CAS. I.

Sit Ordinata $az^{\theta-1}$, & area erit $\frac{1}{\theta}az^{\theta}$, ut ex Prop.V. ponendo $b=o=c=d=f=g=h$ & $e=1$, facile colligitur.

CAS. II.

Sit Ordinata $az^{\theta-1}\times\overline{e+fz^{n}+gz^{2n}+\&c.}|^{\lambda-1}$ & si curva cum figuris rectilineis geometrice comparari potest, quadrabitur per Prop. V. ponendo $b=o=c=d$. Sin minus convertetur in aliam curvam sibi æqualem cujus Ordinata est $\frac{a}{n}\times x^{\frac{\theta-n}{n}}\times\overline{e+fx+gx^{2}\&c.}|^{\lambda-1}$ per Corol. 2. Prop. IX. Deinde si de dignitatum indicibus $\frac{\theta-n}{n}$ & $\lambda-1$ per Prop. VII. rejiciantur unitates donec dignitates illæ fiant quam minimæ, devenietur ad figuras simplicissimas quæ hac ratione colligi possunt. Dein harum unaquæq; per Corol. 5. Prop. IX. dat aliam quæ nonnunquam simplicior est. Et ex his per Prop. III. & Corol. 9 & 10, Prop. IX. inter se collatis, figuræ adhuc simpliciores quandoq; prodeunt. Deniq; ex figuris simplicissimis assumptis facto regressu computabitur area quæsita.

CAS.

C A S. III.

Sit Ordinata $z^{\theta-1} \times \overline{a + bz^n + cz^{2n} + \&c.} \times \overline{e + fz^n + gz^{2n} + \&c.}|^{\lambda-1}$, & hæc figura si quadrari poteſt, quadrabitur per Prop. V. Sin minus, diſtinguenda eſt ordinata in partes $z^{\theta-1} \times a \times \overline{e + fz^n + gz^{2n} + \&c.}|^{\lambda-1}$, $z^{\theta-1} \times bz^n \times \overline{e + fz^n + gz^{2n} + \&c.}|^{\lambda-1}$, &c. & per Caſ. 2. inveniendæ ſunt figuræ ſimpliciſſimæ cum quibus figuræ partibus illis reſpondentes comparari poſſunt. Nam areæ figurarum partibus illis reſpondentium ſub ſignis ſuis + & — conjunctæ component aream totam quæſitam.

C A S. IV.

Sit Ordinata $z^{\theta-1} \times \overline{a + bz^n + cz^{2n} + \&c.} \times \overline{e + fz^n + gz^{2n} + \&c.}|^{\lambda-1} \times \overline{k + lz^n + mz^{2n} + \&c.}|^{\mu-1}$: & ſi Curva quadrari poteſt, quadrabitur per Prop. VI. Sin minus, convertetur in ſimpliciorem per Corol 4. Prop. IX. ac deinde comparabitur cum figuris ſimpliciſſimis per Prop. VIII. & Corol. 6, 9 & 10. Prop. IX. ut fit in Caſu 2 & 3.

C A S. V.

Si Ordinata ex variis partibus conſtat, partes ſingulæ pro ordinatis curvarum totidem habendæ ſunt, & curvæ illæ quotquot quadrari poſſunt, ſigillatim

tim quadrandæ ſunt, earumq; ordinatæ de ordinata tota demendæ. Dein Curva quam ordinatæ pars reſidua deſignat ſeorſim (ut in Caſu 2, 3, & 4,) cum figuris ſimpliciſſimis comparanda eſt cum quibus conparari poteſt. Et ſumma arearum omnium pro area Curvæ propoſitæ habenda eſt.

C O R O L. I.

Hinc etiam Curva omnis cujus Ordinata eſt radix quadratica affecta æquationis ſuæ, cum figuris ſimpliciſſimis ſeu rectilineis ſeu curvilineis comparari poteſt. Nam radix illa ex duabus partibus ſemper conſtat quæ ſeorſim ſpectatæ non ſunt æquanum radices affectæ. Proponatur æquatio $aayy + zzyy = 2a^3y + 2z^3y - z^4$ & extracta radix erit $y = \frac{a^3 + z^3 + a\sqrt{a^4 + 2az^3 - z^4}}{aa + zz}$ cujus pars rationalis $\frac{a^3 + z^3}{aa + zz}$ & pars irrationalis $\frac{a\sqrt{a^4 + 2az^3 - z^4}}{aa + zz}$ ſunt ordinatæ curvarum quæ per hanc Propoſitionem vel quadrari poſſunt vel cum figuris ſimpliciſſimis comparari cum quibus collationem geometricam admittunt.

C O R O L. II.

Et curva omnis cujus Ordinata per æquationem quamvis affectam definitur quæ per Corol. 7. Prop. IX. in æquationem non affectam migrat, vel quadratur.

dratur per hanc Propositionem si quadrari potest, vel comparatur cum figuris simplicissimis cum quibus comparari potest. Et hac ratione Curva omnis quadratur cujus æquatio est trium terminorum. Nam æquatio illa si affecta sit, transmutatur in non affectam per Corol. 7. Prop. IX. ac deinde per Corol. 2 & 5. Prop. IX. in simplicissimam migrando, dat vel quadraturam figuræ si quadrari potest, vel curvam simplicissimam quacum comparatur.

COROL. III.

Et Curva omnis cujus Ordinata per æquationem quamvis affectam definitur quæ per Corol. 8. Prop. IX. in æquationem quadraticam affectam migrat; vel quadratur per hanc propositionem & hujus Corol. 1. si quadrari potest, vel comparatur cum figuris simplicissimis cum quibus collationem geometricam admittit.

SCHOLIUM.

Ubi quadrandæ sunt figuræ; ad Regulas hasce generales semper recurrere nimis molestum esset: præstat figuras quæ simpliciores sunt & magis usui esse possunt semel quadrare & quadraturas in Tabulam referre, deinde Tabulam consulere quoties ejusmodi Curvam aliquam quadrare oportet. Hujus autem generis sunt Tabulæ duæ sequentes, in quibus z denotat Abscissam, y Ordinatam rectan-

gulam & t Aream Curvæ quadrandæ, & $d, e, f, g, h,$ sunt quantitates datæ cum signis suis + & —

TABULA

Curvarum simpliciorum quæ quadrari possunt.

Curvarum formæ. Curvarum areæ.

Forma prima.

$dz^{n-1}=y$. $\frac{d}{n}z^n=t$.

Forma secunda.

$\frac{dz^{n-1}}{ee+2efz^n+ffz^{2n}}=y$ $\frac{dz^n}{nee+nefz^n}=t$, vel $\frac{-d}{nef+nffz^n}=t$.

Forma tertia.

1. $dz^{n-1}\sqrt{e+fz^n}=y$. $\frac{2d}{3nf}R^3=t$, existente $R=\sqrt{e+fz^n}$

2. $dz^{2n-1}\sqrt{e+fz^n}=y$. $\frac{-4e+6fz^n}{15nff}dR^3=t$.

3. $dz^{3n-1}\sqrt{e+fz^n}=y$. $\frac{16ee-24efz^n+30ffz^{2n}}{105nf^3}dR^3=t$.

4. $dz^{4n-1}\sqrt{e+fz^n}=y$. $\frac{-96e^3+144eefz^n-180effz^{2n}+210f^3z^{3n}}{945nf^4}dR^3=t$.

Forma quarta.

1. $\frac{dz^{n-1}}{\sqrt{e+fz^n}}=y$. $\frac{2d}{nf}R=t$.

2. $\frac{dz^{2n-1}}{\sqrt{e+fz^n}}=y$. $\frac{-4e+2fz^n}{3nff}dR=t$.

3. dz^{3n-1}

3. $\frac{dz^{3n-1}}{\sqrt{e+fz^n}}=y.$ $\qquad \frac{16ee-8efz^n+6ffz^{2n}}{15nf^3}dR=t.$

4. $\frac{dz^{4n-1}}{\sqrt{e+fz^n}}=y.$ $\qquad \frac{-96e^3+48eefz^n-36effz^{2n}+30f^3z^{3n}}{105nf^4}dR=t.$

T A B U L A

Curvarum ſimpliciorum quæ cum Ellipſi & Hyperbola comparari poſſunt.

Sit jam a G D vel P G D vel G D S Sectio Conica cujus area ad Quadraturam Curvæ propoſitæ requiritur, ſitq; ejus centrum A, Axis K a, Vertex a, Semiaxis conjugatus A P, datum Abſciſſæ principium A vel a vel α, Abſciſſa A B vel a B vel $\alpha B = x$, Ordinata rectangula $BD = v$, & Area ABDP vel aBDG vel $\alpha BDG = s$, exiſtente αG Ordinata ad punctum α. Jungantur K D, A D, a D. Ducatur Tangens D T occurrens Abſciſſæ A B in T, & compleatur parallelogrammum A B D O. Et ſiquando ad quadraturam Curvæ propoſitæ requiruntur areæ duarum Sectionum Conicarum, dicatur poſterioris Abſciſſa ξ, Ordinata Υ, & Area σ. Sit autem $\div$ differentia duarum quantitatum ubi incertum eſt utrum poſterior de priori an prior de poſteriori ſubduci debeat. Fig. 5, 6, 7, 8.

Curva-

Curvarum Formæ. Sexionis Conicæ. Curvarum Areæ.

	Formæ prima.	Abſciſſa.	Ordinata.	
Fig. 5.	1. $\frac{dz^{n-1}}{e+fz^n}=y.$	$z^n=x.$	$\frac{d}{e+fx}=v.$	$\frac{1}{n}s=t=\frac{aGDB}{n}$
	2. $\frac{dz^{2n-1}}{e+fz^n}=y.$	$z^n=x.$	$\frac{d}{e+fx}=v.$	$\frac{d}{nf}z^n-\frac{e}{nf}s=t.$
	3. $\frac{dz^{3n-1}}{e+fz^n}=y.$	$z^n=x.$	$\frac{d}{e+fx}=v.$	$\frac{d}{2nf}z^{2n}-\frac{de}{nff}z^n+\frac{ee}{nff}s=t.$
	Forma ſecunda.			
Fig. 6, 7.	1. $\frac{dz^{\frac{1}{2}n-1}}{e+fz^n}=y.$	$\sqrt{\frac{d}{e+fz^n}}=x.$	$\sqrt{\frac{d}{f}-\frac{e}{f}xx}=v.$	$\frac{2xv\div 4s}{n}=t=\frac{4}{n}$ ADGa
	2. $\frac{dz^{\frac{3}{2}n-1}}{e+fz^n}=y.$	$\sqrt{\frac{d}{e+fz^n}}=x.$	$\sqrt{\frac{d}{f}-\frac{e}{f}xx}=v.$	$\frac{2de}{nf}z^{\frac{n}{2}}+\frac{4es-2exv}{nf}=t.$
	3. $\frac{dz^{\frac{5}{2}n-1}}{e+fz^n}=y.$	$\sqrt{\frac{d}{e+fz^n}}=x.$	$\sqrt{\frac{d}{f}-\frac{e}{f}xx}=v.$	$\frac{2de}{3nf}z^{\frac{3n}{2}}-\frac{2dee}{nff}z^{\frac{n}{2}}+\frac{2eexv-4ees}{nff}=t.$

Forma

Forma tertia.

Fig. 6, 7, 8. 1. $\frac{d}{z}\sqrt{e+fz^n}=y.\ \frac{1}{z^n}=xx.\ \sqrt{f+exx}=v.\ \frac{4de}{nf}$ in $\frac{v^3}{2ex}-s=t=\frac{4de}{nf}$ in aGDT, vel in APDB ÷ TDB.

Vel sic, $\frac{1}{z^n}=x.\ \sqrt{fx+exx}=v.\ \frac{8dee}{nff}$ in $s-\frac{1}{2}xv-\frac{fv}{4e}+\frac{ffv}{4eex}=t=\frac{8dee}{nff}$ in aGDA $+\frac{ffv}{4eex}$.

2. $\frac{d}{z^{n+1}}\sqrt{e+fz^n}=y.\ \frac{1}{z^n}=xx.\ \sqrt{f+exx}=v.\ \frac{-2d}{n}s=t=\frac{2d}{n}$ APDB, seu $\frac{2d}{n}$ aGDB.

Vel sic, $\frac{1}{z^n}=x.\ \sqrt{fx+exx}=v.\ \frac{4de}{nf}$ in $s-\frac{1}{2}xv-\frac{fv}{2e}=t=\frac{4de}{nf}\times$ a GDK.

3. $\frac{d}{z^{2n+1}}\sqrt{e+fz^n}=y.\ \frac{1}{z^n}=x.\ \sqrt{fx+exx}=v.\ \frac{-d}{n}s=t=\frac{d}{n}\times-$ a GDB vel BDPK.

4. $\frac{d}{z^{3n+1}}\sqrt{e+fz^n}=y.\ \frac{1}{z^n}=x.\ \sqrt{fx+exx}=v.\ \frac{3dfs-2dv^3}{6ne}=t.$

Forma quarta.

Fig. 6. 1. $\frac{d}{z\sqrt{e+fz^n}}=y.\ \frac{1}{z^n}=xx.\ \sqrt{f+exx}=v.\ \frac{4d}{nf}$ in $\frac{1}{2}xv.\div s=t=\frac{4d}{nf}$ in PAD vel in aGDA.

Vel sic, $\frac{1}{z^n}=x.\ \sqrt{fx+exx}.=v.\ \frac{8de}{nff}$ in $s-\frac{1}{2}xv-\frac{fv}{4e}=t=\frac{8de}{nff}$ in aGDA.

2. $\frac{d}{z^{n+1}\sqrt{e+fz^n}}=y.\ \frac{1}{z^n}=xx.\ \sqrt{f+exx}=v.\ \frac{2d}{ne}$ in $s-xv=t=\frac{2d}{ne}$ in POD, vel in AODGa.

Vel sic, $\frac{1}{z^n}=x.\ \sqrt{fx+exx}=v.\ \frac{4d}{nf}$ in $\frac{1}{2}xv\div s=t=\frac{4d}{nf}$ in aDGa.

3. $\frac{d}{z^{2n+1}\sqrt{e+fz^n}} = y.\ \frac{1}{z^n} = x.\ \sqrt{fx+exx} = v.\ \frac{d}{ne}$ in $3s \div 2xv = t = \frac{d}{ne}$ in 3aDGa ÷ △aDB.

4. $\frac{d}{z^{3n+1}\sqrt{e+fz^n}} = y.\ \frac{1}{z^n} = x.\ \sqrt{fx+exx} = v.\ \frac{10dfxv-15dfs-2dexxv}{6nee} = t.$

Forma quinta.

1. $\frac{dz^{n-1}}{e+fz^n+gz^{2n}} = y.\ \sqrt{\frac{d}{e+fz^n+gz^{2n}}} = x.\ \sqrt{\frac{d}{g}+\frac{ff-4eg}{4gg}xx} = v.\ \frac{xv-2s}{n} = t.$

Vel sic, $\sqrt{\frac{dz^{2n}}{e+fz^n+gz^{2n}}} = x.\ \sqrt{\frac{d}{e}+\frac{ff-4eg}{4ee}xx} = v.\ \frac{2s-xv}{n} = t.$

2. $\frac{dz^{2n-1}}{e+fz^n+gz^{2n}} = y.$ $\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{\frac{d}{e+fz^n+gz^{2n}}} = x.\ \sqrt{\frac{d}{g}+\frac{ff-4eg}{4gg}xx} = v. \\ fz^n+gz^{2n} = \xi.\ \frac{1}{e+\xi} = \tau. \end{array} \right\}$ $\frac{d\sigma+2fs-fxv}{2ng} = t.$

Forma sexta, ubi scribitur p pro $\sqrt{ff-4eg}$.

1. $\frac{dz^{\frac{1}{2}n-1}}{e+fz^n+gz^{2n}} = y.$ $\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{\frac{2dg}{f-p+2gz^n}} = x.\ \sqrt{d+\frac{-f+p}{2g}xx} = v. \\ \sqrt{\frac{2dg}{f+p+2gz^n}} = \xi.\ \sqrt{d+\frac{-f+p}{2g}\xi\xi} = \tau. \end{array} \right\}$ $\frac{2xv-4s-2\xi\tau+4\sigma}{np} = t.$

2. $\frac{dz^{\frac{3}{2}n-1}}{e+fz^n+gz^{2n}} = y.$ $\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{\frac{2dez^n}{fz^n-pz^n+2e}} = x.\ \sqrt{d+\frac{-f+p}{2e}xx} = v. \\ \sqrt{\frac{2dez^n}{fz^n+pz^n+2e}} = \xi.\ \sqrt{d+\frac{-f-p}{2e}\xi\xi} = \tau. \end{array} \right\}$ $\frac{4s-2xv-4\sigma+2\xi\tau}{np} = t.$

Forma

Forma septima.

1. $\frac{d}{z}\sqrt{e+fz^n+gz^{2n}}=y.\left\{\begin{matrix} z^n=x.\sqrt{e+fx+gxx}=v. \\ \frac{1}{z^n}=\xi.\sqrt{g+f\xi+e\xi\xi}=\tau. \end{matrix}\right\}\frac{4dee\xi\tau+2def\tau-2dffv-8deev+4dfgs}{4neg-nff}=t.$

Fig. 6, 7. 2. $dz^{n-1}\sqrt{e+fz^n+gz^{2n}}=y.\ z^n=x.\ \sqrt{e+fx+gxx}=v.\ \frac{d}{n}s=t=\frac{d}{n}$ in $_{\alpha}$GDB.

3. $dz^{2n-1}\sqrt{e+fz^n+gz^{2n}}=y.\ z^n=x.\ \sqrt{e+fx+gxx}=v.\ \frac{d}{3ng}v^3-\frac{df}{2ng}s=t.$

4. $dz^{3n-1}\sqrt{e+fz^n+gz^{2n}}=y.\ z^n=x.\ \sqrt{e+fx+gxx}=v.\ \frac{6dgx-5df}{24ngg}v^3+\frac{5dff-4deg}{16ngg}s=t.$

Forma octava.

Fig. 6. 1. $\frac{dz^{n-1}}{\sqrt{e+fz^n+gz^{2n}}}=y.\ z^n=x.\sqrt{e+fx+gxx}=v.\ \frac{8dgs-4dgxv-2dfv}{4neg-nff}=t=\frac{8dg}{4neg-nff}$ in αGDB $\pm\Delta$DBA.

2. $\frac{dz^{2n-1}}{\sqrt{e+fz^n+gz^{2n}}}=y.\ z^n=x.\ \sqrt{e+fx+gxx}=v.\ \frac{-4dfs+2dfxv+4dev}{4neg-nff}=t.$

3. $\frac{dz^{3n-1}}{\sqrt{e+fz^n+gz^{2n}}}=y.\ z^n=x.\ \sqrt{e+fx+gxx}=v.\ \frac{\substack{3dff\\-4deg}s\substack{-2dff\\+4deg}xv-2defv}{4negg-nffg}=t.$

4. $\frac{dz^{4n-1}}{\sqrt{e+fz^n+gz^{2n}}}=y.\ z^n=x.\ \sqrt{e+fx+gxx}=v.\ \frac{\substack{36defg\\-15deff}s\substack{+8degg\\-2dffg}xxv\substack{-28defg\\+10deff}xv\substack{+10deeg\\-16deef}v}{24neg^3-6nffg}=t.$

Forma

Forma nona.

1. $\frac{dz^{n-1}\sqrt{e+fz^n}}{g+bz^n} = y.\ \sqrt{\frac{d}{g+bz^n}} = x.\ \sqrt{\frac{df}{b}+\frac{eb-fg}{b}xx} = v.\ \frac{{4fg \atop -4eb}s {-2fg \atop +2nb}xv. + \frac{2dfv}{x}}{nfb} = t.$

2. $\frac{dz^{2n-1}\sqrt{e+fz^n}}{g+bz^n} = y.\ \sqrt{\frac{d}{g+bz^n}} = x.\ \sqrt{\frac{df}{b}+\frac{eb-fg}{b}xx} = v.\ \frac{{4egb \atop -4fgg}s {-2egb \atop +2fgg}xv + \frac{2}{3}db\frac{v^3}{x^3} - 2dfg\frac{v}{x}}{nfbb} = t.$

Forma decima.

Fig. 6, 7. 1. $\frac{dz^{n-1}}{\overline{g+bz^n}\sqrt{e+fz^n}} = y.\ \sqrt{\frac{d}{g+bz^n}} = x.\ \sqrt{\frac{df}{b}+\frac{eb-fg}{b}xx} = v.\ \frac{2xv-4s}{nf} = t = \frac{4}{nf}$ ADGa.

2. $\frac{dz^{2n-1}}{\overline{g+bz^n}\sqrt{e+fz^n}} = y.\ \sqrt{\frac{d}{g+bz^n}} = x.\ \sqrt{\frac{df}{b}+\frac{eb-fg}{b}xx} = v.\ \frac{4gs-2gxv+\frac{2dv}{x}}{nfb} = t.$

Forma undecima.

1. $dz^{-1}\sqrt{\frac{e+fz^n}{g+bz^n}} = y.\left\{\begin{array}{l}\sqrt{g+bz^n} = x.\ \sqrt{\frac{eb-fg}{b}+\frac{f}{b}xx} = v.\\ \sqrt{b+gz^{-n}} = \xi.\ \sqrt{\frac{fg-eb}{g}+\frac{e}{g}\xi\xi} = \Upsilon.\end{array}\right\}\ \frac{dxv\xi z^{-n} - 4dfs - 4de\sigma}{nfg-neb} = t.$

2. $dz^{n-1}\sqrt{\frac{e+fz^n}{g+bz^n}} = y.\ \sqrt{g+bz^n} = x.\ \sqrt{\frac{eb-fg}{b}+\frac{f}{b}xx} = v.\ \frac{2d}{nb}s = t.$

3. $dz^{2n-1}\sqrt{\frac{e+fz^n}{g+bz^n}} = y.\ \sqrt{g+bz^n} = x.\ \sqrt{\frac{eb-fg}{b}+\frac{f}{b}xx} = v.\ \frac{dbxv^3 {-3dfg \atop -deb}s}{2nfbb} = t.$

In

In Tabulis hiſce, ſeries Curvarum cujuſq; formæ utrinq; in infinitum continuari poteſt. Scilicet in Tabula prima, in numeratoribus arearum formæ tertiæ & quartæ, numeri coefficientes initialium terminorum (2,—4, 16,—96,868, &c.) generantur multiplicando numeros—,2,—4,—6,—8,—10,&c. in ſe continuo, & ſubſequentium terminorum coefficientes ex initialibus derivantur multiplicando ipſos gradatim, in Forma quidem tertia, per $-\frac{3}{2}$ $-\frac{5}{4}$, $-\frac{7}{6}$, $-\frac{9}{8}$, $-\frac{11}{10}$ &c. in quarta vero per $-\frac{1}{2}$, $-\frac{3}{4}$, $-\frac{5}{6}$, $-\frac{7}{8}$, $-\frac{9}{10}$, &c. Et Denominatorum coefficientes 3, 15, 105, &c. prodeunt multiplicando numeros 1, 3, 5, 7, 9, &c. in ſe continue.

In ſecunda vero Tabula, ſeries Curvarum formæ primæ, ſecundæ, quintæ, ſexta, nonæ & decimæ ope ſolius diviſionis, & formæ reliquæ ope propoſitionis tertiæ & quartæ, utrinq; producuntur in infinitum.

Quinetiam hæ ſeries mutando ſignum numeri n variari ſolent. Sic enim, *e.g.* Curva $\frac{d}{z}\sqrt{e+fz^n}=y$, evadit $\frac{d}{z^{\frac{1}{2}n+1}}\sqrt{f+ez^n}$

PROP. IX. THEOR. VIII.

Sit ADIC Curva quævis Abſciſſam habens AB=z & Ordinatam BD=y, & ſit AEKC Curva alia cujus Ordinata BE æqualis eſt prioris areæ *Fig.* 9.

A D B ad unitatem applicatæ, & A F L C Curva tertia cujus Ordinata B F æqualis eſt ſecundæ areæ A E B ad unitatem applicatæ, & A GMC Curva quarta cujus Ordinata B Gæqualis eſt tertiæ areæ A F B ad unitatem applicatæ, & A H N C Curva quinta cujus Ordinata B H æqualis eſt tertiæ areæ AGB ad unitatem applicatæ, & ſic deinceps in infinitum. Et ſunto $A, B, C, D, E,$ &c. Areæ Curvarum Ordinatas habentium y, zy, z^2y z^3y, z^4y, & Abſciſſam communem z.

Detur Abſciſſa quævis $AC = t$, ſitq; $BC = t - z = x$, & ſunto P, Q, R, S, T areæ Curvarum Ordinatas habentium x, xy, xxy, x^3y, x^4y & Abſciſſam communem x.

Termincnter autem hæ areæ omnes ad Abſciſſam totam datam AC, nec non ad Ordinatam poſitione datam & infinite productam CI: & erit arearum ſub initio poſitarum prima $ADIC = A = P$, ſecunda $AEKC = tA - B = Q$. Tertia $AFLC = \frac{ttA - 2tB + C}{2} = \frac{1}{2}R$. Quarta $AGMC = \frac{t^3A - 3ttB + 3tC - D}{6} = \frac{1}{6}$. Quinta $AHNC = \frac{t^4A - 4t^3B + 6ttC - 4tD + E}{24} = \frac{1}{24}T$.

CO-

COROL.

Unde si Curvæ quarum Ordinatæ sunt y, zy, z^2y, z^3y, &c. vel y, xy, x^2y, x^3y, &c. quadrari possunt, quadræbuntur etiam Curvæ ADIC, AEKC, AFLC, AGMC, &c. & habebuntur Ordinatæ BE, BF, BG, BH, areis Curvarum proportionales.

SCHOLIUM.

Quantitatum fluentium fluxiones esse primas, secundas, tertias, quartas, aliasq; diximus supra. Hæ fluxiones sunt ut termini serierum infinitarum convergentium. Ut si z^n sit quantitas fluens & fluendo evadat $\overline{z+o}|^n$, deince resolvatur in seriem convergentem $z^n + noz^{n-1} + \frac{nn-n}{2}ooz^{n-2} + \frac{n^3-3nn+2n}{6}o^3z^{n-3}$ + &c. terminus primus hujus serieri z_n erit quantitas illa fluens, secundus noz^{n-1} erit ejus incrementum primum seu differentia prima cui nascenti proportionalis est ejus fluxio prima, tertius $\frac{nn-n}{2}ooz^{n-2}$ erit ejus incrementum secundum seu differentia secunda cui nascenti proportionalis est ejus fluxio secunda, quartus $\frac{n^3-3nn+2n}{6}o^3z^{n-3}$ erit ejus incrementum tertium seu differentia tertia cui nascenti fluxio tertia proportionalis est, & sic deinceps in infinitum.

Exponi

Exponi autem possunt hæ fluxiones per Curvarum Ordinatas BD, BE, BF, BG, BH, &c. Ut si Ordinata BE $(=\frac{ADB}{1})$ sit quantitas fluens, erit ejus fluxio prima ut ordinata BD. Si BF $(=\frac{AEB}{1})$ sit quantitas fluens, erit ejus fluxio prima ut Ordinata BE & fluxio secunda ut Ordinata BD. Si BH $(=\frac{AGB}{1})$ sit quantitas fluens. erunt ejus fluxiones, prima, secunda, tertia & quarta, ut Ordinatæ BG, BF, BE, BD respective.

Et hinc in æquationibus quæ quantitates tantum duas incognitas involvunt, quarum una est quantitas uniformiter fluens & altera est fluxio quælibet quantitatis alterius fluentis, inveniri potest fluens illa altera per quadraturam Curvarum. Exponatur enim fluxio ejus per Ordinatam BD, & si hæc sit fluxio prima, quæratur area $ADB = BE \times 1$, si fluxio secunda, quæratur area $AEB = BF \times 1$, si fluxio tertia, quæratur area $AFB = BG \times 1$, &c. & area inventa erit exponens fluentis quæsitæ.

Sed & in æquationibus quæ fluentem & ejus fluxionem primam sine altera fluente, vel duas ejusdem fluentis fluxiones, primam & secundam, vel secundam & tertiam, vel tertiam & quartam, &c. sine alterutra fluente involvunt: inveniri possunt fluentes per quadraturam Curvarum. Sit æquatio $aav = av + vv$, existente $v =$ BE, $\dot{v} =$ BD, $z =$ AB & $\dot{z} = 1$, & æquatio illa complendo dimensiones fluxionum, evadet $aa\dot{v} = av\dot{z} + vv\dot{z}$, seu $\frac{aa\dot{v}}{av+vv} = \dot{z}$. Jam fluat v uniformiter & sit

ſit ejus fluxio $\dot{v} = 1$ & erit $\frac{aa}{av+vv} = \dot{z}$, & quadrando Curvam Cujus Ordinata eſt $\frac{aa}{av+vv}$ & Abſciſſa v, habebitur fluens z. Adhæc ſit æquatio $aa\dot{v} = a\dot{v} + \ddot{v}v$ exiſtente $v =$ B F, $\dot{v} =$ B E, $\ddot{v} =$ B D & $z =$ A B & per relationem inter $\ddot{v}$ & $\dot{v}$ ſeu BD & BE invenietur relatio inter AB & BE ut in exemplo ſurperiore. Deinde per hanc relationem invenietur relatio inter A B & B F quadrando Curvarum A E B.

Æquationes quæ tres incognitas quantitates involvunt aliquando reduci poſſunt ad æquationes quæ duas tantum involvunt, & in his caſibus fluentes invenientur ex fluxionibus ut ſupra. Sit æquatio $a - bx^m = cxy^n\dot{y} + dy^{2n}\dot{y}\ddot{y}$. Ponatur $y^n\dot{y} = \dot{v}$ & erit $a - bx^n cx\dot{v} + d\dot{v}\ddot{v}$. Hæc æquatio quadrando Curvam cujus Abſciſſa eſt x & Ordinata $\dot{v}$ dat aream v & æquatio altera $y^n\dot{y} = \dot{v}$ regrediendo ad fluentes dat $\frac{1}{n+1} y^{n+1} = v$. Unde habetur fluens y.

Quinetiam in æquationibus quæ tres incognitas involvunt & ad æquationes quæ duas tantum involvunt reduci non poſſunt, fluentes quandoq; prodeunt per quadraturam Curvarum. Sit æquatio $ax^m + bx^n|^p = rex^{r-1}y^s + sex^r\dot{y}y^{s-1} - f\dot{y}y^s$, exiſtente $\dot{x} = 1$. Et pars poſterior $rex^{r-1}y^s + sex^r\dot{y}y^{s-1} - f\dot{y}y^s$, regrediendo ad fluentes, fit $ex^ry^s - \frac{f}{s+1}y^{s+1}$, quæ

proinde est ut area Curvæ cujus Abscissa est x & Ordinata $\overline{ax^m+bx^n}|^p$, & inde datur fluens y.

Sit æquatio $\dot{x} \times \overline{ax^m+bx^n}|^p = \frac{\dot{d}y\, y^{n-1}}{\sqrt{e+fy^n}}$. Et fluens cujus fluxio est $\dot{x} \times \overline{ax^m+bx^n}|^p$ erit ut area Curvæ cujus Abscissa est x & Ordinata est $\overline{ax^m+bx^n}|^p$. Item fluens cujus fluxio est $\frac{\dot{d}y\, y^{n-1}}{\sqrt{e+fy^n}}$ erit ut area Curvæ cujus Abscissa est y & Ordinata $\frac{dy^{n-1}}{\sqrt{e+fy^n}}$, id est (per Casum 1. Formæ quartæ Tab. I.) ut area $\frac{2d}{nf}\sqrt{e+fy^n}$. Pone ergo $\frac{2d}{nf}\sqrt{e+fy^n}$ æqualem areæ Curvæ cujus Abscissa est x & Ordinata $\overline{ax^m+bx^n}|^p$ & habebitur fluens y.

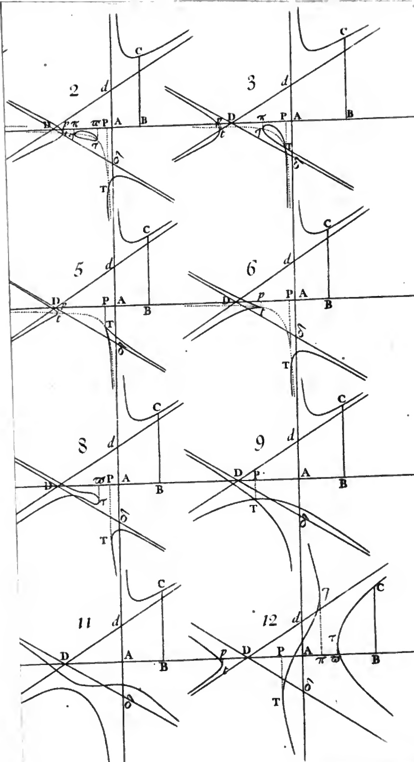
Et nota quod fluens omnis quæ ex fluxione prima colligitur augeri potest vel minui quantitate quavis non fluente. Quæ ex fluxione secunda colligitur augeri potest vel minui quantitate quavis cujus fluxio secunda nulla est. Quæ ex fluxione tertia colligitur augeri potest vel minui quantitate quavis cujus fluxio tertia nulla est. Et sic deinceps in infinitum.

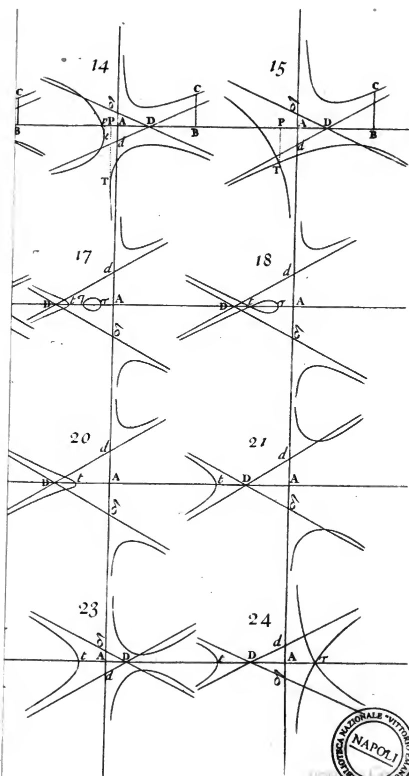
Postquam fluentes ex fluxionibus collectæ sunt si de veritate Conclusionis dubitatur, fluxiones fluentium inventarum vicissim colligendæ sunt & cum fluxionibus sub initio propositis comparandæ. Nam si prodeunt æquales Conclusio recte se habet: sin minus,

minus, corrigendæ ſunt fluentes ſic, ut earum fluxiones fluxionibus ſub initio propoſitis æquentur. Nam & Fluens pro lubitu aſſumi poteſt & aſſumptio corrigi ponendo fluxionem fluentis aſſumptæ æqualem fluxioni propoſitæ, & terminos homologos inter ſe comparando.

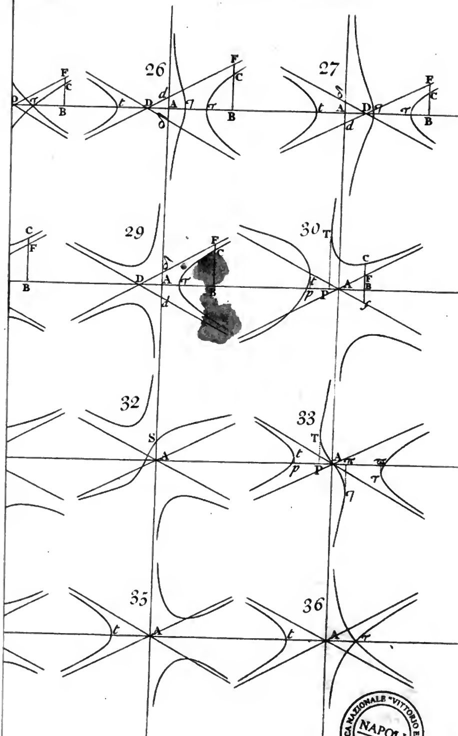
Et his principiis via ad majora ſternitur.

F I N I S.


2
3
5
6
8
9
11
12
7
d
C
B
A
P
D
T
δ
p
t
π
ϖ
τ


14
15
17
18
20
21
23
24




26
27
29
30
32
33
35
36
F
C
D
B
A
T
P
S

I.

38 A τ

39 T t τ π A P p ϖ q

40 T τ π A P ϖ q

42 T π A P q

43 T π A P q

44 t τ A q

46 A T τ

47 A T

48 A τ

50 π ϖ P A q τ T S

51 π P A q T S

52 P A T S

Tab. V.

54 55

A P A P A

T T

G C C

57 58

A π ϖ A B A B

C C

60 61

d

7 τ B T A τ B p P A B

t δ

T S

63 64

d d

A t A

δ δ

Tab. VI.

66 G P A π T 7

67 G A 7

68 G P A C B T

70 G π T A t C B

71 G π A T t C B

C B

73 A t C B

74 t A C B

76 G A C B

77 G A C B

78 C E D Q A B P

